

**CORPORACIÓN MEXICANA DE INVESTIGACIÓN EN
MATERIALES**

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



**OPTIMIZACIÓN DEL PROCESO DE VACIADO DE ZAMAK 3 EN MOLDE
PERMANENTE MEDIANTE TÉCNICAS ESTADÍSTICAS Y CÓMPUTO SUAVE**

TESIS

PRESENTA

ALFREDO ALAN FLORES SALDÍVAR

**MAESTRÍA EN CIENCIA Y TECNOLOGÍA CON ESPECIALIDAD EN
SISTEMAS DE MANUFACTURA AVANZADA**

SALTILLO, COAHUILA. DICIEMBRE DE 2013

*“Optimización del proceso de vaciado de ZAMAK 3 en molde permanente
mediante técnicas estadísticas y cómputo suave”*

Por

Alfredo Alan Flores Saldívar

Tesis

Presentada al Posgrado Interinstitucional en Ciencia y Tecnología

Sede

Corporación Mexicana de Investigación en Materiales, S. A. de C. V.

Como requisito parcial para obtener el Grado Académico de

Maestro en Ciencia y Tecnología con

Especialidad en Sistemas de Manufactura Avanzada

Posgrado Interinstitucional en Ciencia y Tecnología COMIMSA / CONACyT

Saltillo, Coahuila. Diciembre de 2013.

Corporación Mexicana de Investigación en Materiales, S.A de C.V

Gerencia de Desarrollo Humano

División de Estudios de Posgrado

Los abajo firmantes, miembros del Comité Tutorial recomendamos que la Tesis **“OPTIMIZACIÓN DEL PROCESO DE VACIADO DE ZAMAK 3 EN MOLDE PERMANENTE MEDIANTE TÉCNICAS ESTADÍSTICAS Y CÓMPUTO SUAVE”** realizada por el alumno **ALFREDO ALAN FLORES SALDÍVAR** con número de matrícula **1206MA1090** sea aceptado para su defensa como **Maestro en Ciencia y Tecnología con Especialidad en Sistemas de Manufactura Avanzada.**

El Comité Tutorial

Dr. David Salvador González González

Director de Tesis

Tutor Académico

M. C. Zolayma Galo Olivas

Tutor en Planta

Dr. Rolando Javier Praga Alejo

Asesor

Vo. Bo

Dr. Felipe Arturo Reyes Valdés
Coordinación General de Estudios
de Posgrado
COMIMSA

Corporación Mexicana de Investigación en Materiales

Gerencia de Desarrollo Humano

División de Estudios de Posgrado

Los abajo firmantes, miembros del Jurado del Examen de Grado del alumno **ALFREDO ALAN FLORES SALDÍVAR** una vez leída y revisada la tesis titulada “**OPTIMIZACIÓN DEL PROCESO DE VACIADO DE ZAMAK 3 EN MOLDE PERMANENTE MEDIANTE TÉCNICAS ESTADÍSTICAS Y CÓMPUTO SUAVE**”, aceptamos que la referida tesis revisada y corregida sea presentada por el alumno **ALFREDO ALAN FLORES SALDÍVAR** para aspirar al grado de Maestro en Ciencia y Tecnología con Especialidad en Sistemas de Manufactura Avanzada durante el Examen de Grado correspondiente.

Y para que así conste firmamos la presente a los 13 días del mes de diciembre del año 2013.

Dr. Jesús Torres Torres

Presidente

Dra. Irma Delia García Calvillo

Secretario

**Dr. David Salvador González
González**

Vocal

AGRADECIMIENTOS

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por la beca brindada a lo largo de estos dos años.

A la Corporación Mexicana de Investigación en Materiales S.A de C.V (COMIMSA) por el apoyo brindado a lo largo de todo este tiempo, el cual fue parte fundamental para el desarrollo del presente trabajo de investigación.

A Aluminio y Bronces de Saltillo S. A de C. V (ALBRONSA) por el apoyo brindado para el desarrollo de este proyecto. Agradecimiento especial para el Ing. Vicente Berlanga Flores por su tiempo, paciencia, asesoría y apoyo económico, así como también a la gente de producción dentro de la planta.

Al Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (CINVESTAV) por el apoyo en cuanto a servicios de laboratorios, material e infraestructura ofrecidos a lo largo del proyecto.

Agradezco a mis padres Alfredo Flores Valdés y Norma Angélica Saldívar Villarreal por hacer de mi cada vez mejor persona y saber guiarme cuando se requiere. Dedico este trabajo a mis hermanos Alexis Andrés, Alison Aril, Randy Gael y Benjarvis como motivación para que con estudio y esfuerzo lleguen a alcanzar sus metas.

De manera especial agradezco al Dr. David Salvador González González por sus constantes consejos y conocimientos, claves en el desarrollo de este proyecto, además de mi formación académica. A la M.C Zolayma Galo Olivas por la asesoría en planta y coordinación del personal en ALBRONSA, sin los cuales no hubiera sido posible la experimentación del presente proyecto.

A todas las personas que me ha inspirado y me han ayudado en seguir adelante y que sirve como motivación para esforzarme siempre, abuelos, familia y amigos.

RESUMEN

Seleccionar parámetros óptimos de un proceso de vaciado en molde permanente y por gravedad, y de igual manera los efectos significativos entre variables controlables, es clave en el aseguramiento de la calidad, reducción de costos e incremento de la productividad.

Utilizar técnicas estadísticas así como de optimización, que sean útiles para encontrar las condiciones adecuadas de proceso, dicho de otra manera, donde los defectos sean mínimos. En el presente trabajo se muestra el modelado y optimización de un proceso de fundición ZAMAK (Zn, Al, Mg, Cu) por molde permanente, mediante la metodología superficie de respuesta, realizando una exploración inicial mediante un diseño factorial aumentado con puntos centrales. Además, dado que el modelo cuadrático completo no ajusta adecuadamente, se utilizó una red neuronal de base radial como modelo de predicción. Por otro lado, considerando los modelos ajustados, se utilizó la función de deseabilidad y un algoritmo genético respectivamente, para realizar la optimización. Finalmente, los parámetros obtenidos se validaron en el proceso real logrando una reducción considerable de los defectos relacionados con porosidad.

Palabras clave:

Proceso ZAMAK, Diseño Experimental, Superficie de Respuesta, Red Neuronal de Base Radial, Optimización.

ABSTRACT

Selecting the optimal conditions in a die-cast process, and the important effects between the variables which compose this study are useful in quality assurance, costs reductions and productivity increase. It follows that, using this statistical techniques and optimization will determine suitable conditions for the process, meaning, where the defects are minimized. In this work the modeling and optimization are shown for a ZAMAK (Zn, Al, Mg and Cu) die-casting process through the Surface Response method, performing an initial exploration with the factorial design then increased with central points. Since the complete quadratic model didn't fit properly, therefore Radial Basis Function Networks where used for prediction. In addition, considering the adjusted models, desirability function (optimal D) and genetic algorithms where used respectively to achieve optimization considering the adjusted models. Finally, the obtained parameters where validated in the actual process achieving a considerable reduction in porosity related defects.

Keywords: ZAMAK, Optimization, Casting, Factorial Design, Neural Network, Surface Response, Genetic Algorithm.

Contenido

AGRADECIMIENTOS.....	i
AUTOBIOGRAFÍA	ii
RESUMEN.....	iii
ABSTRACT.....	iv
1. INTRODUCCIÓN.....	1
1.2 Caso de estudio.....	5
2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	10
2.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA	10
2.2 PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN.....	11
2.3 HIPÓTESIS	11
2.3.1 Hipótesis general.....	11
2.3.2 Hipótesis específicas.....	11
2.4 OBJETIVOS.....	12
2.4.1 Objetivo general.....	12
2.4.2 Objetivos específicos.....	12
2.5 JUSTIFICACIÓN.....	12
2.6 DELIMITACIÓN.....	15
2.6.1 Resultados Esperados.....	15
2.6.2 Impactos esperados.....	15
3. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA	16
4. MARCO TEÓRICO	21
4.1 Temperatura del metal líquido.....	21
4.2 Temperatura del Molde	21
4.3 Ventilación y Uso de Rebosaderos	22
4.4 Zamak	22
4.5 Zamak No. 3 (Zinc-4Al-0.04Mg)	25
4.6 Importancia de la composición química	26
4.7 Propiedades del ZAMAK e Importancia de la aleación	27

4.8 Molde Permanente	30
4.9 Herramientas estadísticas	32
4.9.1 Experimentos con diversos factores	32
4.9.2 Diseño Factorial 2^k	42
4.9.3 Diseño Central Compuesto	52
4.9.4 Red Neuronal Función de Base Radial	54
4.9.5 Métodos de optimización	55
5. METODOLOGÍA PROPUESTA	65
6. APLICACIÓN Y RESULTADOS.....	68
6.1 Encontrar la región definida aplicando conceptos metalúrgicos... 68	
6.2 Experimentar en la región definida.....	71
6.2.1 Resultados de la Experimentación.....	72
6.3 Modelado	75
6.4 Optimización	83
6.5 Validación en campo y análisis micro estructural.....	85
6.4 Discusión de Resultados.....	86
7. CONCLUSIONES	92
8. BIBLIOGRAFÍA	93

LISTA DE TABLAS

TABLA 1.- COMPOSICIÓN NOMINAL DE LAS ALEACIONES DE ZINC PARA FUNDICIÓN....	25
TABLA 2.- PROPIEDADES MECÁNICAS DE LAS ALEACIONES DE ZINC PARA FUNDICIÓN	26
TABLA 3.- PROPIEDADES FÍSICAS DE LAS ALEACIONES DE ZINC PARA FUNDICIÓN.....	26
TABLA 4.- TABLA DE ANOVA PARA PROBAR EL SIGNIFICADO DE LA REGRESIÓN	40
TABLA 5.- RESULTADOS PARA LA REGIÓN EXPERIMENTAL FACTORIAL 2^4	73
TABLA 6.- CORRIDAS REALIZADAS PARA UN DISEÑO CENTRAL COMPUESTO PARA AJUSTAR UNA SUPERFICIE DE RESPUESTA.....	74
TABLA 7.- ANÁLISIS DE VARIANZA PARA PORCENTAJE DE POROSIDAD (UNIDADES CODIFICADAS)	75
TABLA 8.- PRUEBAS DE NORMALIDAD DEL ESTADÍSTICO T PARA EL DISEÑO FACTORIAL 2^k	76
TABLA 9.- COEFICIENTES DE REGRESIÓN CORRESPONDIENTES A CADA VARIABLE Y SU INTERACCIÓN	77
TABLA 10.- ANÁLISIS DE VARIANZA PARA PORCENTAJE DE POROSIDAD (UNIDADES CODIFICADAS)	79
TABLA 11.- PRUEBAS DE NORMALIDAD DEL ESTADÍSTICO T PARA EL DISEÑO CENTRAL COMPUESTO.	80
TABLA 12.- COEFICIENTES DE REGRESIÓN CON SUS VARIABLES E INTERACCIONES ...	81
TABLA 13.- PRUEBAS INDIVIDUALES (ESTADÍSTICO T) PARA LA RBF.	82
TABLA 14.- PARÁMETROS Y RESPUESTA SUGERIDOS POR LA FUNCIÓN DE DESEABILIDAD CON UNA CONVENIENCIA DEL 95.3638 %.	83
TABLA 15.- PARÁMETROS Y RESPUESTA SUGERIDOS POR LA FUNCIÓN DE DESEABILIDAD CON UNA CONVENIENCIA DEL 92.609 % PARA EL MODELO CUADRÁTICO COMPLETO.	84
TABLA 16.- PARÁMETROS Y RESPUESTA SUGERIDOS POR EL ALGORITMO GENÉTICO.	84
TABLA 17.- PARÁMETROS Y RESPUESTA DE VALIDACIÓN PARA LA FUNCIÓN DE DESEABILIDAD DEL MODELO DEL DISEÑO FACTORIAL.	85

**TABLA 18.- PARÁMETROS Y RESPUESTA DE VALIDACIÓN OBTENIDOS CON ALGORITMOS
GENÉTICOS PARA EL MODELO DE LA RBF. 86**

Lista de Figuras

FIGURA 1.- PIEZA DE ZAMAK 3 PROPORCIONADA POR ALBRONSA.	6
FIGURA 2.- PROCESO DE FUNDICIÓN EN MOLDE PERMANENTE Y CADA UNO DE SUS COMPONENTES.	8
FIGURA 3.- PIEZAS TERMINADAS EN LOS ÚLTIMOS MESES DE 2011.	13
FIGURA 4.- DIAGRAMA DE PARETO DE RECHAZOS PARA LOS ÚLTIMOS MESES DE 2011.	13
FIGURA 5.- CARACTERÍSTICAS DEL ZINC QUE FUNDAMENTAN SU USO EN DIVERSAS APLICACIONES.	24
FIGURA 6.- PRINCIPALES APLICACIONES DEL ZINC Y SUS ALEACIONES.	24
FIGURA 7.- DIAGRAMA DE EQUILIBRIO DE FASES PARA EL SISTEMA ALUMINIO-ZINC. (1) REACCIÓN EUTÉCTICA, (2) REACCIÓN EUTECTOIDE.	29
FIGURA 8.- DESCRIPCIÓN DE UN PROCESO DE FUNDICIÓN Y LOS MOLDES COMÚNMENTE UTILIZADOS.	31
FIGURA 9.- DISEÑOS FACTORIAL (DOS FACTORES) Y CENTRAL COMPUESTO (TRES FACTORES).	45
FIGURA 10.- SECUENCIA NATURAL DE UNA SUPERFICIE DE RESPUESTA.	53
FIGURA 11.- ESTRUCTURA DE UNA RED NEURONAL.	55
FIGURA 12.- CRUCE EN UN ALGORITMO GENÉTICO.	61
FIGURA 13.- MUTACIÓN EN UN ALGORITMO GENÉTICO.	62
FIGURA 14.- METODOLOGÍA PROPUESTA.	65
FIGURA 15.- PIEZAS ANALIZADAS.	68
FIGURA 16.- ASPECTO FINAL DE LAS PIEZAS ANALIZADAS.	70
FIGURA 17.- ANALIZADOR DE IMÁGENES OLYMPUS VANOX AHMT3 UTILIZADO EN LA INVESTIGACIÓN.	70
FIGURA 18.- GRAFICA DE PARETO PARA LOS EFECTOS PRINCIPALES DEL DISEÑO 2^k	78
FIGURA 19.- RELACIÓN DE RECHAZOS POR POROSIDAD.	87
FIGURA 20.- VALIDACIÓN DE PIEZAS ZAMAK CON EL DISEÑO CENTRAL COMPUESTO.	90
FIGURA 21.- VALIDACIÓN DE PIEZAS ZAMAK CON EL DISEÑO FACTORIAL 2^4	90

FIGURA 22.- PIEZAS DE ZAMAK TOMADAS A 100 X CON MICROSCOPIO ÓPTICO..... 91

1. INTRODUCCIÓN

La selección de parámetros óptimos de un proceso de fundición en molde permanente y por gravedad, así como los efectos importantes entre variables controlables, juega un papel importante en el aseguramiento de la calidad, la reducción de costos y el incremento de productividad. En este sentido, la utilización de las técnicas estadísticas así como de optimización, son útiles para encontrar las condiciones adecuadas del proceso, es decir, donde los defectos sean mínimos.

En procesos de carácter industrial es importante tener modelos matemáticos para explicar una característica, llamada respuesta en términos de algunas covariables. La finalidad es estudiar la relación entre k factores $X = (X_1, \dots, X_k)$ que son las variables de control y la respuesta Y , para lo cual se propone un modelo. La información que se genera para construir tal modelo se obtiene mediante la utilización de herramientas como el diseño de experimentos. Una vez obtenido, los modelos son evaluados mediante técnicas estadísticas [Castaño et al, 2010].

Las técnicas estadísticas aplicadas a procesos industriales son útiles para encontrar la relación que existe entre las variables de proceso y una característica de calidad. Es posible obtener un modelo matemático que describa el proceso, el cual puede ser usado para establecer parámetros adecuados con respecto a un objetivo. De esta manera, el modelo ajustado se utilizará como función objetivo para realizar la optimización del proceso, es decir encontrar la combinación de parámetros de proceso que minimice los defectos.

Los modelos obtenidos en diseño de experimentos (DOE), utilizan métodos estadísticos para conocer si los factores evaluados influyen en la variable de interés, es decir miden la influencia de tales factores [Montgomery, 2006].

Enseguida de obtener los modelos de los diseños experimentales el paso lógico es la optimización, en este caso la respuesta es una característica de calidad y lo que se desea es minimizar, encontrar la región experimental dónde la variabilidad sea mínima.

Cuando se obtienen modelos de regresión a través de los diseños de experimentos, la estimación de parámetros es clave, además que se haya explorado toda la región para garantizar que la función objetivo a optimizar encuentre un mínimo global y no un punto estacionario. Para garantizar esta parte es recomendable plantear un modelo cuadrático completo a través de una superficie de respuesta, ya que a través de esta estimación de mínimos cuadrados se explora toda la región central, axial y del cubo [Box and Draper, 1987].

Considerando los modelos obtenidos con los diseños de experimentos se realiza la optimización, tomando como función objetivo cada modelo de los diseños factorial, superficie de respuesta y debido a que con el modelo cuadrático completo el ajuste no fue adecuado, se obtuvo un modelo adicional con la Red Neuronal Base Radial (RBF) para explorar la región y efectos cuadráticos del modelo. De acuerdo a Buhmann (2000), las RBF, desde una perspectiva matemática ayudan al análisis estadístico, para funciones de interpolación entre otras más. Partiendo del análisis estadístico que es lo que interesa, la RBF construye aproximaciones globales a funciones objetivo, utilizando combinaciones base, centradas en el peso de vectores; que enseguida estos pesos se pueden utilizar como puntos de datos en el conjunto de entrenamiento de la red. La RBF emplea una función de distancia para convertir el patrón del vector de entrada en un escalar en la capa oculta y esto

además se puede derivar en la parte estadística del procesamiento de patrones, regresión, regularización, obtener la presencia de ruido (variabilidad), etc...., es debido a esto que es recomendada para obtener modelos adicionales en búsqueda de una mejor predicción [Lowe, 1999].

Dentro de las técnicas conocidas para optimizar funciones de regresión, como los modelos obtenidos con el diseño factorial y la superficie de respuesta, se conoce la función de deseabilidad que a su vez utiliza el método del gradiente reducido para resolver la función objetivo. Sin embargo para el modelo adicional obtenido con la RBF y que, además son de búsqueda global, son los algoritmos genéticos, basados principalmente en la teoría de la evolución de Darwin. La búsqueda está dirigida en la probabilidad de las poblaciones y generaciones obtenidas, esta técnica se utiliza para obtener la combinación de parámetros de entrada en los que se reduce o encuentra la cantidad mínima de la respuesta deseada, para este caso el modelo obtenido con la RBF se toma como función objetivo [Goldberg, 1989].

Lo anterior es desarrollado en el capítulo 4 secciones 4.9.1 para los diseños factoriales, 4.9.3 para el diseño central compuesto que completa una superficie de respuesta, en la sección 4.9.4 se discute la RBF como modelo adicional y enseguida los métodos de optimización en la sección 4.9.5.

Por otro lado tenemos la teoría propia del caso de estudio, en específico, la fundición que es un proceso de fabricación de piezas generalmente metálicas en el cual se funde el material y se introduce a una cavidad o molde para que tome la forma de éste al solidificarse el material. Para el caso de estudio este procedimiento se aplica al fundir el metal o aleación llamada ZAMAK.

Dentro de los múltiples procesos conocidos para fundición se encuentra el molde permanente en el cual su característica principal es que son moldes de

acero, que se presentan en 2 partes para obtener de manera más sencilla la pieza final ya solidificada. Los moldes se sujetan por medios mecánicos, se cierran ambas partes del molde, se vierte el metal fundido, se solidifica el metal fundido y se obtiene la pieza final. Debido a su bajo punto de fusión son más utilizados en estos procesos piezas de metales como Al, Cu, Zn, Mg, etc. En el proceso específico del caso de estudio se discute en el capítulo 4 sección 4.4 y 4.8 los conceptos de molde permanente y las aleaciones Zn-Al.

El objetivo principal de este trabajo es determinar el efecto que tienen la temperatura de molde, temperatura de la aleación, velocidad de inclinación y la composición química en un proceso de vaciado de ZAMAK 3 en molde permanente por gravedad, mediante diseños experimentales. Adicionalmente, es de interés determinar los parámetros adecuados del proceso para obtener piezas libres de defectos, en particular porosidad.

Para lograr este objetivo, en primer lugar se presenta una descripción general del proceso que se tiene como caso de estudio que es el vaciado de ZAMAK en molde permanente por gravedad, descrito en la siguiente sección 1.2. En el desarrollo de este proyecto es necesario definir las variables definidas, cuáles son sus características, principales fallas y la interacción de éstas en la práctica industrial, lo cual se discute en el capítulo 4 secciones 4.1, 4.2, y 4.6. Una vez realizados los experimentos propuestos para el proceso de fundición de ZAMAK 3 y obtenidos los resultados de la optimización para cada modelo de predicción, el análisis de regresión y discusiones se muestran en el capítulo 6, en el cual se discute la conclusión final de estos resultados y se puede observar que para las hipótesis planteadas al inicio (capítulo 2) se logró satisfactoriamente la reducción de fallas en el proceso de vaciado. Se obtuvieron los efectos principales que rigen el proceso y comentarios adicionales que pueden ser revisados a fondo en la última sección de este sexto capítulo.

El presente documento está estructurado en siete capítulos. El capítulo 2 muestra el planteamiento del problema, la descripción del problema, las preguntas de investigación, planteamiento de hipótesis, objetivos, justificación y delimitación del proyecto. En el capítulo tres se discuten algunos trabajos relevantes relacionados con el planteamiento del problema, enfoques científicos y posibles soluciones.

El capítulo cuatro se incluyen las variables planteadas para el problema, así como las herramientas estadísticas necesarias para el análisis y obtención de modelos, y de igual manera las técnicas de optimización.

El capítulo cinco se desarrolla la metodología propuesta para plantear formalmente los diseños de experimentos, obtener los modelos de predicción y optimizar estos modelos. Al final esta metodología es esencial para resolver la problemática planteada para el proyecto de investigación.

En el capítulo seis se muestra la aplicación y resultados obtenidos en la utilización de la metodología propuesta. Por último, en el capítulo seis sección 4 se desarrollan las conclusiones de la investigación y comentarios referentes al trabajo futuro.

1.2 Caso de estudio.

En la planta de ALBRONSA se vacían piezas de la aleación denominada ZAMAK, siendo la número 3 la que cumple con la composición química de la denominación de acuerdo con la norma ASM de aleaciones, esto se discute a fondo en el capítulo 4 del marco teórico para las aleaciones base Zn.

El caso de estudio se enfoca en piezas ensambladas en la cabecera de los asientos, descrita a grandes rasgos como una masa de metal con la forma de la cabecera. El cliente coloca la pieza producida en los asientos o respaldos del

vehículo y las forra con su respectiva vestidura según las especificaciones, la pieza se muestra en la Figura 1.

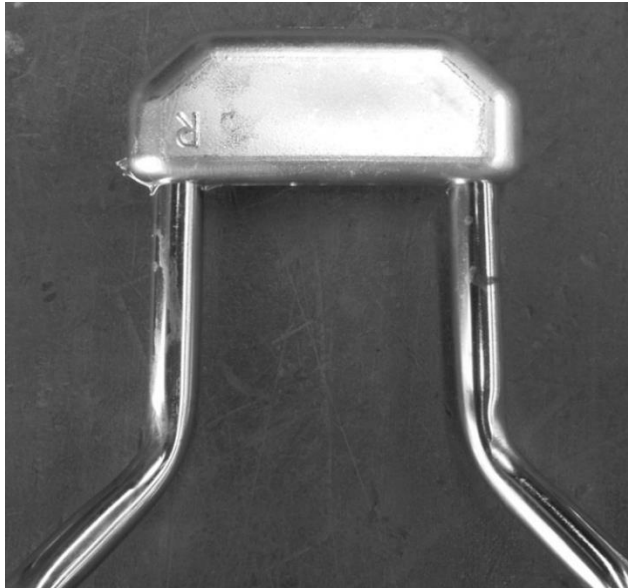


Figura 1.- Pieza de ZAMAK 3 proporcionada por ALBRONSA.

Por motivos de calidad acordados con el cliente, las principales características que debe cumplir el producto terminado son los siguientes:

- Cumplir con un parámetro de peso 932 ± 50 g.
- Que la pieza tenga una apariencia adecuada libre de fallas visibles como poros, grietas o rechupes y un acabado correcto, sin rebabas, mal troquelado, incrustaciones de metal, basura, filos, entre otros.
- El cliente proporciona la estructura tubular que va incorporada a la masa de ZAMAK la cual debe ir libre de defectos de acuerdo a los criterios de calidad del cliente.
- El producto terminado debe cumplir con las características dimensionales de acuerdo con los requerimientos del cliente.

Todas las características anteriores se consideran inconformidades. Cabe mencionar que dichas inconformidades, tienen una relación estrecha con la

porosidad obtenida en el proceso, por lo cual se considerará como la característica de calidad (Y) que deberá ser minimizada.

Algunos de estos rechazos es claro que son por habilidad del personal que opera las máquinas, tales como:

- Filos en la masa
- Mal llenado
- Tubo raspado
- Marcas de troquel por rebaba
- Mal troquelado
- Mal corte

El proceso de vaciado en molde permanente consta de cuatro pasos principales que son: (1) Precalentar el molde y recubrirlo; (2) insertar los corazones y cerrar el molde; (3) vaciar el metal fundido el molde y (4) por último abrir el molde. En la Figura 2 se ilustra el proceso mencionado, donde la pieza terminada se muestra en el paso (5) [Dieter, 1988].

En la Figura 2 se muestra el proceso anteriormente descrito:

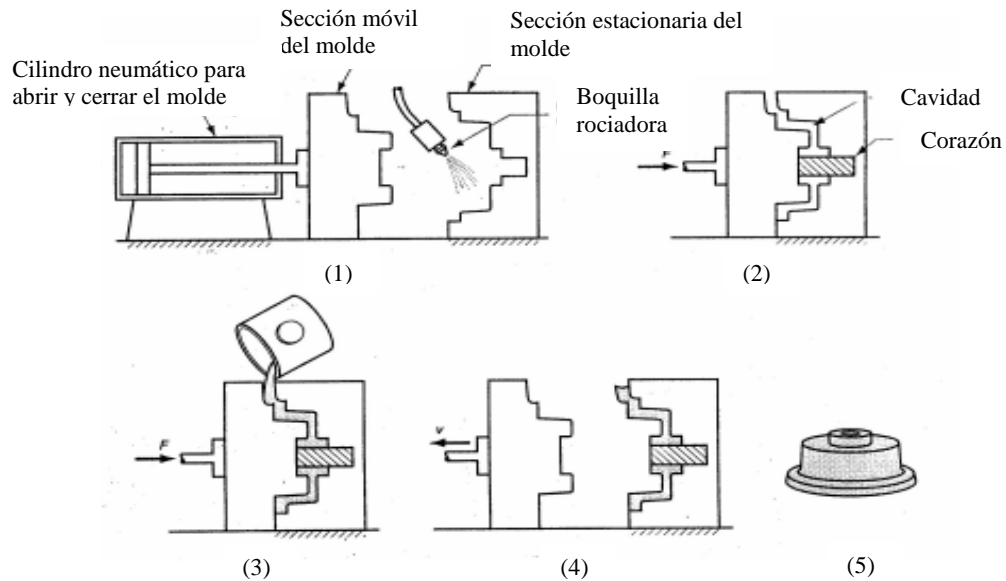


Figura 2.- Proceso de fundición en molde permanente y cada uno de sus componentes.

Las variables de proceso que afectan la porosidad (Y) son X_1 : temperatura del molde; X_2 : temperatura del metal líquido, X_3 : velocidad de llenado y X_4 : porcentaje de aluminio.

Es importante mencionar que el porcentaje de aluminio es el principal elemento en las aleaciones de zinc para fundición por inyección a presión. Sin embargo, estas aleaciones pueden contener cantidades menores de otros aleantes (como el Cu) o impurezas: Mg, Ni, Pb, Cd, Sn, Fe, etc. Los cuales, a pesar de estar presentes en contenidos muy pequeños, representan una variable que afecta de manera importante la microestructura y propiedades mecánicas de las aleaciones [Metals Handbook, 1990].

Como lo señala Wilcox, (1992) seleccionar los parámetros adecuados en un proceso de fundición debe ser esencial en la obtención de piezas libres de defectos, tales como contracciones al momento de solidificar la pieza, porosidad, así como un llenado correcto en el molde. Estos parámetros se

discuten más adelante en el capítulo cuatro para el caso de las temperaturas tanto del metal líquido en la sección uno y temperatura del molde sección dos.

Finalmente, cabe señalar que dadas las condiciones del proceso, se debe explorar de inicio con los parámetros en los que la empresa opera normalmente, así como también considerar la información que los diversos autores sugieren para los procesos de fundición de ZAMAK 3 en molde permanente.

De esta manera se explora la región en la que el proceso trabaja de manera eficiente, es decir en donde se obtienen piezas libres de defectos, esta región define el espacio para realizar la optimización del proceso de fundición. Para encontrar efectos en un proceso, las condiciones o tratamientos, comparaciones y optimización existen los experimentos con diversos factores y niveles. Los modelos de diseños de experimentos (DOE) son modelos estadísticos cuyo objetivo es conocer si los factores evaluados influyen en la variable de interés, qué tanta influencia tiene algún factor y cuantificarla [Montgomery D., 2006].

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El ZAMAK (Zn, Al, Mg y Cu) 3 es utilizado en procesos de fundición por inyección a presión. Para el caso de estudio, el proceso de vaciado de piezas es utilizando molde permanente por gravedad. Debido a sus características se presentan diversos defectos. En el proceso de fusión y vaciado los rechazos identificados son: porosidad por contracción o gas atrapado y rechupes por contracción (grietas); lo cual puede ocasionar rechazos y afectar en el peso del producto terminado.

Dichas inconformidades pueden deberse a factores ambientales (temperatura del ambiente y humedad relativa), a la composición química del metal, al control de temperaturas tanto del metal como del molde, a la velocidad de inclinación y al tiempo de solidificación.

Una pieza rechazada en línea según el problema obtenido puede ser re-trabajada al aplicarse soldadura con un electrodo de la misma aleación en caso de ser porosidad o rechupes; cuando está en malas condiciones el producto terminado se retira la estructura tubular sumergiéndola en el metal líquido y se vuelve a fundir la masa de ZAMAK, a esto se le llama recuperación. En el proceso de recuperación se puede dañar la estructura tubular, esto se considera SCRAP.

2.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

El principal problema para el proceso de vaciado de ZAMAK 3 en molde permanente por gravedad son los rechazos que se tienen por porosidad, determinado por un conocimiento inadecuado de los aspectos metalúrgicos intervenidos. Estos rechazos representan un impacto mayor para la producción debido a que no se ha llegado a establecer una combinación de parámetros de proceso adecuada. También es esencial conocer las posibles interacciones

entre variables controlables así como sus efectos sobre la respuesta planteada, como es el caso de obtención de rechazos por porosidad.

Por lo tanto, es de interés establecer los niveles adecuados de los parámetros de proceso, sus interacciones y los efectos que tienen sobre la porosidad de las piezas producidas, con el fin principal de reducir la cantidad de piezas defectuosas.

2.2 PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN

¿Qué defectos se conocen propios del proceso de vaciado en molde permanente y por gravedad?

¿Cuáles son las variables de proceso a controlar?

¿Qué variables no controlables se conocen para este proceso?

¿Cómo afecta la composición química del ZAMAK 3 al proceso de vaciado en molde permanente por gravedad?

¿Cuál es la relación que existe entre las variables de proceso y el aspecto final de la pieza?

¿Cómo controlar el proceso de vaciado en molde permanente por gravedad una vez obtenidos los parámetros adecuados?

2.3 HIPÓTESIS

2.3.1 Hipótesis general

La determinación de los parámetros adecuados del proceso de vaciado de ZAMAK 3 en molde permanente por gravedad disminuirá al menos un 2.5% los rechazos debidos a porosidad.

2.3.2 Hipótesis específicas

La composición química de la aleación, en particular el contenido de aluminio, tiene influencia significativa sobre la obtención de piezas libres de defectos en específico la porosidad.

2.4 OBJETIVOS

2.4.1 Objetivo general

Optimizar el proceso de vaciado de ZAMAK 3 en molde permanente mediante la obtención mínima de poros, con el fin de disminuir los rechazos y controlar el proceso de fundición.

2.4.2 Objetivos específicos

- Definir el porcentaje de porosidad en área mediante pruebas metalográficas.
- Disminuir el porcentaje de rechazos por porosidad y rechupes.
- Encontrar las variables que afectan la porosidad mediante el diseño de experimentos
- Conocer el efecto que tienen las temperaturas de molde y metal fundido, la velocidad de inclinación, el porcentaje de Al y sus interacciones sobre la obtención de piezas libres de defectos.

2.5 JUSTIFICACIÓN

El proyecto se sustenta principalmente en el impacto que tienen las piezas vaciadas o producidas contra el porcentaje de rechazo total. La Figura 3 muestra el monitoreo de producción al arranque de las operaciones. En el inicio de producción, para el mes de Agosto, se comenzó vaciando un total de 14'564 piezas, en buenas condiciones, contra un total de rechazos de 1'451.

Inicialmente se producía una cantidad considerable de rechazos, para Octubre y Noviembre que comenzó un incremento fuerte de vaciado de piezas, los rechazos se dispararon de igual manera, en la Figura 4 se muestra la relación de piezas rechazadas y piezas producidas.



Figura 3.- Piezas terminadas en los últimos meses de 2011.

Actualmente la planta tiene registros de 12'231 piezas rechazadas por porosidad, lo cual representa un 5 % ciento del total de piezas vaciadas, de un total de 224'583 piezas en proceso y terminadas.

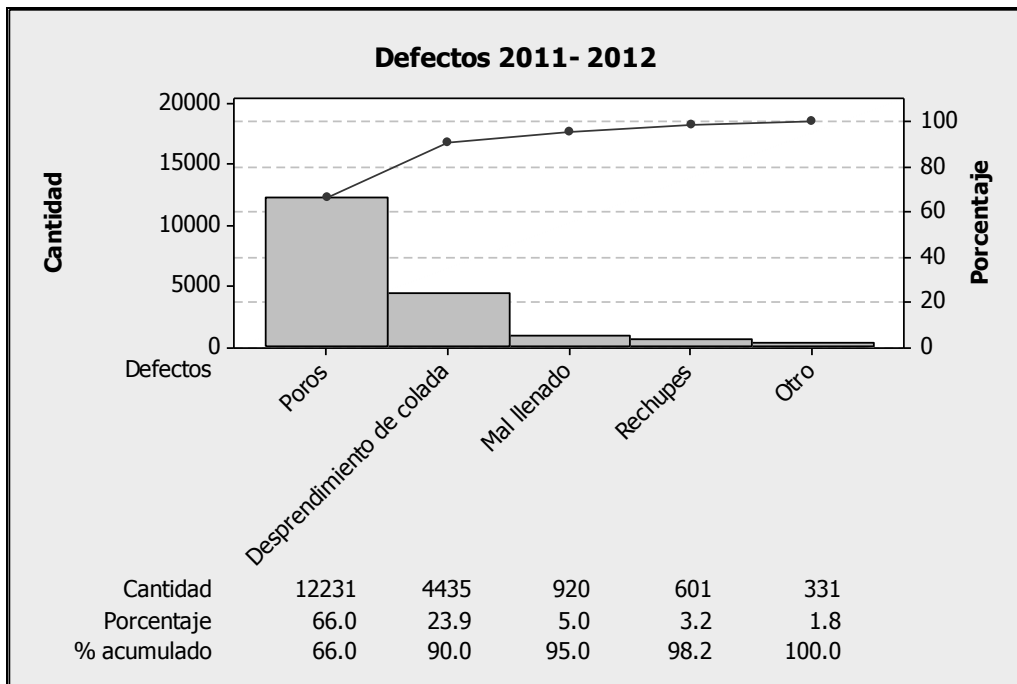


Figura 4.- Diagrama de pareto de rechazos para los últimos meses de 2011.

Considerando lo anterior el proyecto se sustenta principalmente en determinar la mejor combinación de parámetros de proceso que disminuya de manera significativa los rechazos por porosidad que actualmente presenta el proceso. La optimización del proceso tendría un impacto en la reducción de costos por re-trabajo y recuperación, al no ser tan frecuente la reincidencia de rechazos.

Para el personal de producción es difícil determinar la combinación de parámetros que genera mejores resultados, esto debido a la complejidad que presenta describir las propiedades metalúrgicas del proceso, dado que se requiere equipo especializado de medición como el microscopio óptico y de barrido.

Por lo tanto los resultados obtenidos en la presente investigación, permitirán obtener una relación de variables para diferentes condiciones las cuales asegurarán en cierto sentido mayor producción libre de rechazos.

2.6 DELIMITACIÓN

2.6.1 Resultados Esperados

Mediante esta investigación se pretende cubrir solamente los siguientes puntos:

- Reducir el porcentaje de rechazos por porosidad y rechupes para piezas vaciadas de ZAMAK 3 en molde permanente y por gravedad.
- Encontrar la combinación de parámetros que mejora la calidad de la pieza y genera menor cantidad de rechazos.
- Disminuir los re-trabajos y recuperación de piezas por defectos.

2.6.2 Impactos esperados

Una vez cubiertos los puntos arriba mencionados, el impacto para la planta y subsecuentes será:

Económico: La disminución de defectos en el proceso generará una capacidad mayor de piezas producidas en buenas condiciones, lo cual se traducirá en un ahorro de energía al fundir el metal, ahorro de gas para calentar el molde y una disminución en costos por re-trabajos.

Tecnológico: desarrollo de un software ejecutable con el modelo de predicción para futuros cambios en el proceso, incluyendo un manual técnico de fallas.

Científico: El desarrollo de una metodología científica general para optimizar procesos de fundición. Esta investigación permitirá conocer los efectos de las temperaturas de metal líquido y de molde, la velocidad de inclinación y el porcentaje de aluminio con la disminución de defectos como porosidad, contracciones o rechupes para la obtención de piezas libres de rechazos. La metodología se plantea de manera general aplicable a cualquier proceso de fundición donde se tengan problemas similares como porosidad.

3. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

En este capítulo se presenta el estado del arte referente a los enfoques existentes para optimizar procesos de fundición utilizando ZAMAK 3 y molde permanente. Se incluyen artículos que contemplan procesos de fundición con zinc (Zn) y aluminio (Al), que aplican métodos estadísticos para conocer la relación variable a variable y el efecto que tiene modificar la composición química, temperaturas y velocidad de inclinación sobre la obtención de piezas libres de defectos. Lo anterior ayuda a conocer los métodos existentes, la parte metalúrgica del proceso y permite abordar la problemática del proceso real.

De acuerdo a Reza, et al. (2011), la relación entre la velocidad de enfriamiento para aleaciones Zn27% Al con un contenido mayor al 2% de Cu, resulta de gran importancia dado el enfoque que la solidificación proporciona al proyecto. Principalmente se destaca la relación que existe entre la velocidad de enfriamiento obtenida a través de la medición del espaciamiento dendrítico, la micro estructura y el desgaste que presentan las piezas vaciadas en frío de una aleación zinc-aluminio. Por otra parte, establecen que el Cu homogeniza la microestructura y disminuye el espacio interdendrítico en función del incremento del contenido de 2 a 4% de Cu. Adicionalmente, sugieren que el incremento del contenido de Cu en función de la velocidad de enfriamiento cambia la morfología de los precipitados de ϵ de placas a esféricos que crecen entre los espacios interdendríticos secundarios. Cabe mencionar, que esta última morfología mejora las propiedades mecánicas debido a dos razones principales: 1) la distribución de esfuerzos sobre superficies esféricas son mejor acomodadas y 2) se activa el mecanismo de Orowan.

En la investigación realizada por Çuvalcı H, et al. (2011), se aborda una investigación acerca del comportamiento del desgaste en aleaciones ZA-27 y bronce CuSn10, los autores destacan la utilización del molde permanente para

vaciar el ZA-27. Esto es algo que refuerza la investigación del proyecto pues existen pocos procesos que utilicen este tipo de molde para vaciar ZAMAK 3, generalmente es a presión o moldes de arena. Nuevamente son utilizadas mediciones de espaciado dendrítico y resistencia al desgaste, resultando en gran proporción la resistencia del ZA-27 como aleación contra la del bronce CuSn10; se demuestra que en la aplicación de esfuerzo, el bronce proporciona mejor rendimiento al desgaste.

Cedil et al. (2010), utilizan un análisis de regresión para determinar la relación que existe entre la resistencia a la tensión, la resistividad eléctrica, micro dureza y la termofluencia. Hacen énfasis en las fases del Zn-Al pues el espaciado interdendrítico ayuda a determinar la dureza de la muestra así como la velocidad a la cual debe ser enfriada. El autor destaca la relación directa que existe entre la resistencia a la tensión y micro-dureza; así como también la preparación que se debe dar a las piezas para poder definir la región de valores que dan mejor combinación de parámetros, siendo ésta la preparación metalográfica con acabado tipo espejo para analizar las piezas en microscopio óptico. Resulta de gran ayuda para el proyecto pues en base a la experimentación realizada en este artículo se puede determinar las variables que en conjunto van a mejorar el proceso.

Bang-sheng, et al. (2007), en su análisis de la micro-estructura de la aleación Zn-14Al en micro fundición a través de la micro precisión basada en molde de metal, destaca que la importancia de las aleaciones de Zn-Al debido a muchas cualidades obtenidas al mezclarse con moldes metálicos dan una mejor precisión al acabado superficial y en el caso de este artículo a nivel micro-estructural. Se menciona la importancia de la velocidad de enfriamiento en el tamaño de grano obtenido a nivel micro-estructural y la relación de la fase eutéctica de las aleaciones Zn-Al. Para el proyecto resulta de importancia

debido a la posibilidad de eliminar defectos considerando la relación que existe entre velocidad de enfriamiento y la estructura superficial.

Singh, et al. (2010), desarrolla el efecto del moldeo en arena para híbridos de colada rápida de aleaciones de zinc controlados estadísticamente, las partes importantes de la investigación son la utilización de herramientas como el prototipado rápido y algunas herramientas de manufactura avanzada que ellos los llaman híbridos entre la simulación y diseño en CAD. Para lo cual, es clave llevar un correcto control estadístico, sin embargo, este artículo lo menciona con el enfoque de los moldes de arena, siendo los moldes metálicos los de interés para el caso de estudio. Por otro lado, es posible delimitar las variables relacionadas directamente y realizar un control estadístico, llevando a cabo un refuerzo con simulación computacional y determinar el molde correcto para obtener el diámetro ideal y espesor que se desea.

El autor Jitender, et al. (2007), desarrolló un sistema inteligente para la predicción de variables en el proceso de fundición de alta presión bajo un entorno interactivo, en el cual se lleva a cabo una optimización para un proceso de fundición en alta presión. Destacan que, al enfrentarse a este tipo de problemas se obtienen funciones no lineales, complejas y además que las variables muestran una correlación significativa. Para tratar este tipo de inconvenientes propios del problema, utilizan herramientas del cómputo suave como las redes neuronales de retro propagación, obteniendo valores en tiempo real logrando un proceso en constante control. Similar a la investigación desarrollada para el caso de estudio del ZAMAK 3, se toman en cuenta variables como la temperatura del metal líquido, la temperatura del molde, el tiempo de solidificación, valores de las fases para distintas aleaciones y como respuesta el porcentaje de porosidad. Para obtener valores de distintas aleaciones alimentan los datos en un programa de simulación llamado NN-CAST Pro. De esta manera se obtienen los modelos matemáticos que

describen las interacciones con temperaturas, fases, velocidad de solidificación para obtener la menor cantidad de poros posible. Al revisar este artículo, el enfoque que se pretende para el proyecto de ZAMAK es basada en mucha información obtenida por este autor, ya que se pretende alimentar los datos del diseño central compuesto a una red neuronal para obtener mejor ajuste en el modelo, lo que lleva a obtener una mejor calidad de piezas, y la menor cantidad de poros. En este artículo se llega a concluir que se obtienen mejores resultados al entrenar una red neuronal para este tipo de procesos.

Syrcos, et al. (2002), desarrollaron un diseño de experimentos en 3 niveles para optimizar un proceso de fundición, en su investigación mencionan que un problema de este tipo se comporta de manera no lineal y por lo tanto se deben considerar 2 o más niveles en la fase experimental. Los autores miden el efecto de las temperaturas, solidificación, y presión, en relación a la obtención de una mejor densidad del metal fundido. De esta manera, una vez que llegan a la región a optimizar se destaca la utilización del método de optimización GRG2 (Método del Gradiente Reducido) a través de un software, para obtener los parámetros de proceso.

Abordando el tema de optimización aplicada a procesos de manufactura, el autor Jimidar M, et al. (1996), sugieren la utilización del método propuesto por Derringer & Suich (1980) de nombre deseabilidad, para modelos de regresión. Utilizan la función de deseabilidad para un proceso químico de electroforesis en zonas capilares, encontrando la región deseable. Es importante destacar el uso de la función de deseabilidad ya que trabaja tanto con problemas de minimizar, maximizar, como también problemas dónde se busca un objetivo.

Finalmente Jeh-Nan Pan, et al. (2009), utiliza la misma función propuesta por Derringer & Suich (1980) para problemas en este caso multi-objetivo que

les ayuda a maximizar la calidad de un proceso de impresión de plantilla utilizando pasta para soldar, a través del análisis Mahalanobis-Taguchi-Gram Schmit. Realizan la experimentación en bloques para un diseño Taguchi y enseguida se hace el desarrollo para múltiples factores y respuestas calculando las distancias de Mahalanobis, este desarrollo es planteado como un sistema de diagnóstico de procesos. Este desarrollo es aplicado en un proceso de soldadura en pasta sin embargo es de gran ayuda para el proyecto de investigación pues se desarrolla el despliegue del método de optimización de deseabilidad para obtener una mejor calidad en el proceso, que es el interés principal.

Mediante esta revisión bibliográfica los puntos que se destacan para el proyecto de investigación son: planteamiento de una metodología general para el estudio de efectos entre variables, conocer los enfoques de optimización y los métodos existentes para optimizar una función; así como también determinar las variables que otros autores sugieren para procesos de fundición y además conocer los métodos para preparar las muestras vaciadas. Estos enfoques científicos ayudan en la investigación pues diversos autores mencionan la importancia de tener variables controlables que describan el proceso, en el caso del ZAMAK y para muchos otros procesos de fundición la interacción entre temperaturas de metal líquido y del molde, así como la composición química dan lugar a análisis estadísticos, matemáticos, físicos y químicos de los cuales la base fundamental es plantear una buena metodología y diseñar la experimentación adecuada que sirva para llegar a las conclusiones deseadas, que en este caso lo que se pretende es minimizar la porosidad en el proceso de vaciado de ZAMAK 3 en molde permanente.

4. MARCO TEÓRICO

En este capítulo se describe soporte teórico para definir mediante metalurgia las variables y efectos involucrados, las herramientas estadísticas, claves en el análisis de efectos entre variables consideradas y enseguida las técnicas de optimización sugeridas para el proceso de vaciado de ZAMAK.

4.1 Temperatura del metal líquido

La temperatura de la aleación inyectada o vaciada al molde tiene una gran importancia en el acabado superficial y micro-estructura de piezas fabricadas por inyección a presión y vaciado.

La selección de la temperatura de vaciado debe hacerse cuidadosamente, de tal forma que el calor disipado a través de las paredes del molde enfriado por agua sea calor suministrado por el metal líquido.

Esta condición se obtiene únicamente cuando la temperatura de la aleación es constante, en un régimen de operación constante y con el correspondiente volumen de agua de refrigeración circulando a través de la masa del molde. El autor Wilcox R.L. (1936), enfatiza que en general, pueden producirse piezas con buen acabado superficial usando aleaciones con temperaturas de vaciado entre 393 °C y 454 °C.

4.2 Temperatura del Molde

Probablemente, el factor de mayor importancia en la producción de piezas con buen acabado superficial y micro-estructural es mantener del molde a la temperatura apropiada. Se entiende por temperatura apropiada del molde aquella que, siendo la mínima posible, no permita la formación de defectos, esto se logra debido a que el metal líquido no solidifica a temperatura ambiente enseguida, sino que el molde ayuda a que se complete el vaciado y conserva el

metal líquido hasta el momento de solidificar. La temperatura adecuada del molde se encuentra entre 150°C y 200°C [Wilcox R.L., 1936].

4.3 Ventilación y Uso de Rebosaderos

Todos los moldes deben ventilarse adecuadamente, esto es, deben tener los medios adecuados para que el aire de la cavidad escape antes de que la aleación llene dicha cavidad. Si no existen canales de escape o venteos adecuados, entonces el aire queda atrapado en la pieza, y es probable que se produzcan burbujas en piezas de pared delgada, o piezas porosas con propiedades inferiores.

La ventilación se logra generalmente por medio de canales de 0.10 a 0.13 mm de espesor, localizados en la línea de partición del molde en los sitios donde exista la posibilidad de quedar aire atrapado. Además de los venteos, el diseño moderno de moldes tiende a usar los llamados rebosaderos de derrame o bolsas de arrastre. Estos son simplemente cavidades adicionales estratégicamente situadas alrededor de la cavidad de la pieza y son útiles no solamente para suministrar una salida al aire de la cavidad de la pieza, sino también para arrastrar el metal de las aristas o alrededor de los corazones y para ayudar a mantener una temperatura uniforme, lo cual favorece la obtención de un buen acabado superficial [Wilcox R.L., 1936].

4.4 Zamak

Las aleaciones de zinc industrialmente usadas en la actualidad en fundición por inyección a presión son llamadas ZAMAK (Z-Zinc, A-Aluminio-MA-Magnesio y K-Cobre). En estas aleaciones el metal base es el zinc, y se usan porcentajes de Al entre 3.5-4.3%, Cu entre 0.25-1.25%, Mg entre 0.005-0.08%, con pequeñas adiciones máximas de 0.1% Fe, 0.005% Pb, 0.004% Cd y 0.003%

Sn. Estas aleaciones exhiben una buena combinación de propiedades físicas y mecánicas comparables con las del aluminio, magnesio, latón y hierro colado: alta resistencia y dureza, excelente conductividad eléctrica, alta conductividad térmica, bajos costos de materia prima, alta precisión dimensional, extraordinaria resistencia a la corrosión, facilidad de reciclaje, excelente acabado superficial, etc. Las aleaciones ZAMAK son las más utilizadas en la industria de la fundición por inyección a presión [Metals Handbook, 1990].

Las aleaciones de zinc han sido utilizadas en una gran variedad de aplicaciones durante muchas décadas. Sus buenas propiedades físicas y mecánicas (comparables con las del aluminio, magnesio, latón y hierro colado), les han permitido situarse entre uno de los materiales metálicos más importantes en la actualidad.

Estos materiales son actualmente usados en procesos de manufactura por inyección a presión, además muchas de estas aleaciones pueden ser tratadas térmicamente, aumentando notablemente sus propiedades mecánicas.

La familia de las aleaciones de zinc para fundición por inyección a presión está constituida por dos grupos:

- 1) Aleaciones base zinc (ZAMAK No. 2, ZAMAK No. 3, ZAMAK No. 5, ZAMAK No. 7) y
- 2) Aleaciones Zinc-Aluminio (ZA-8, ZA-12, ZA-27).

Estas aleaciones se utilizan principalmente en la fabricación de: dispositivos electrónicos y electromecánicos (incluyendo antenas de telefonía, computadoras portátiles, unidades de disco, mecanismos de bloqueo de alta precisión, disipadores térmicos), industria automotriz, accesorios en joyería, cerrajería, etc. La Figura 5 muestra en forma esquemática el porqué de las diversas aplicaciones del zinc en la actualidad.



Figura 5.- Características del zinc que fundamentan su uso en diversas aplicaciones.

Las aplicaciones más importantes del zinc son: recubrimiento de aceros, elaboración de aleaciones de ZAMAK para inyectado a presión o vaciado por gravedad y en la industria química para la elaboración de sales. La Figura 6 muestra algunas formas en las cuales se emplea el zinc en función de sus propiedades físicas y químicas [ASM Handbook “Casting”, 1992].

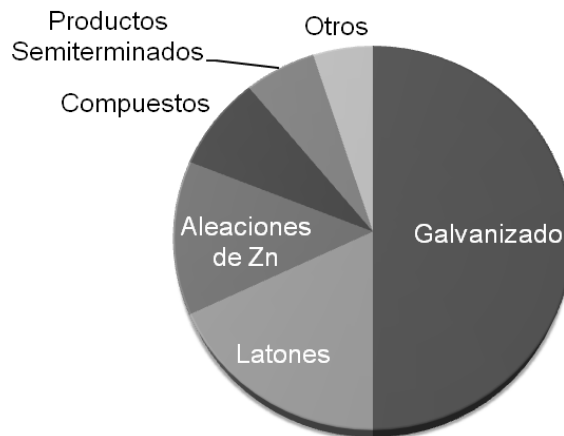


Figura 6.- Principales aplicaciones del zinc y sus aleaciones.

4.5 Zamak No. 3 (Zinc-4Al-0.04Mg)

Esta aleación exhibe excelente ductilidad, y la misma resistencia a la corrosión intergranular, moldeabilidad y maquinabilidad que la aleación ZAMAK No. 5, que debido a su mayor contenido de Cu, exhibe una elevada resistencia y dureza. Es la única de las aleaciones clasificada por la norma ASTM B 86, que se utiliza con éxito tanto en procesos de fundición por inyección como por gravedad. Esta aleación se utiliza en la fabricación de matrices para el conformado de metales en prensa, moldes para cerámica o goma, matrices para inyección de plásticos y herramientas de baja exigencia mecánica. Es denominada por algunos fabricantes de Estados Unidos como Kirksite [Metals Handbook, 1990].

En la Tabla 1 se muestran las diferentes aleaciones conocidas de ZAMAK en cuanto a su composición nominal, mientras que en la Tabla 2 se muestran las propiedades mecánicas que éstas poseen. Por su parte, la Tabla 3 muestra las propiedades físicas de las aleaciones ZAMAK, según las normas ASTM B 86 y ASTM B 791 [Metals Handbook, 1992].

Tabla 1.- Composición Nominal de las aleaciones de zinc para Fundición

Designación	Composición %								
	Cu	Al	Mg	Fe máx.	Pb máx.	Cd máx.	Sn máx.	Ni	Zn
ASTM B 86									
No. 2	2.5-3.0	3.5-4.3	0.020-0.05	0.100	0.005	0.004	0.003	---	balance
No. 3	0.25 máx.	3.5-4.3	0.020-0.05	0.100	0.005	0.004	0.003	---	balance
No. 5	0.75-1.25	3.5-4.3	0.03-0.08	0.100	0.005	0.004	0.003	---	balance
No. 7	0.25 máx.	3.5-4.3	0.005-0.02	0.075	0.003	0.002	0.001	0.005-0.02	balance
ASTM B 791									
ZA-8	0.8-1.3	8.0-8.8	0.015-0.03	0.075	0.006	0.006	0.003	---	balance
ZA-12	0.5-1.2	10.5-11.5	0.015-0.03	0.075	0.006	0.006	0.003	---	balance
ZA-27	2.0-2.5	25.0-28.0	0.01-0.020	0.075	0.006	0.006	0.003	---	balance

Tabla 2.- Propiedades Mecánicas de las aleaciones de zinc para Fundición

Designación	Ultimo Esfuerzo de Tensión	Esfuerzo de Cadencia 0.2%	Alargamiento en 50 mm. (2 in)	Dureza	Resistencia al Impacto	Resistencia a la Fatiga	Modulo de Young
	MPa	MPa	%	HB	J	MPa	GPa
No. 2	359	---	7	100	47	58.6	85.5
No. 3	283	---	10	82	58	47.6	---
No. 5	331	---	7	91	65	56.5	---
No. 7	283	---	13	80	58	---	---
ZA-8	372	290	6-10	95-110	42	---	---
ZA-12	400	317	4-7	95-115	28	---	---
ZA-27	421	365	1-3	105-125	---	---	---

Tabla 3.- Propiedades Físicas de las aleaciones de zinc para Fundición

Designación	Densidad	Rango de Solidificación	Conductividad Eléctrica	Conductividad Térmica	Coefficiente de Expansión Térmica	Calor Especifico
	g/cm ³	°C	% IACS	W/m-K	µm/m-K	J/kg-K
No. 2	6.6	381-387	27	113	27.4	418.7
No. 3	6.6	380-386	26	108.9	27.4	418.7
No. 5	6.6	381-387	27	113	27.4	418.7
No. 7	6.6	379-390	25	104.7	27.8	418.7
ZA-8	6.3	375-404	27.7	114.7	23.3	435.4
ZA-12	6.0	377-432	28.3	116.1	24.2	448.0
ZA-27	5.0	376-484	29.7	125.5	26.0	534.4

4.6 Importancia de la composición química

Para las aleaciones ZAMAK es de suma importancia tomar en cuenta cómo se varía el contenido de aluminio. A continuación se describe el efecto de los demás elementos presentes en la aleación ZAMAK y cómo afectan en la obtención de piezas libres de defectos [Wilcox R.L., 1936]:

- a) **Hierro.** El exceso de Fe >0.1% causa la formación de compuestos intermetálicos Fe-Al, los cuales son muy duros y frágiles. Por lo tanto, en operaciones de maquinado se incrementa el desgaste de las herramientas y disminuye su vida útil. Para reducir al mínimo la incorporación de Fe, es necesario mantener la aleación fundida en el crisol de la máquina de inyección entre 395 y 440°C. Si la temperatura sobrepasa este límite, la cantidad de Fe disuelta por la aleación de zinc fundida es mayor.

- b) **Cobre.** El exceso de Cu >3.75% disminuye la fluidez de la aleación y, en consecuencia, aumenta la dificultad para el llenado de piezas de paredes delgadas y formas complicadas.
- c) **Magnesio.** El exceso de Mg >0.05% hace que las piezas sean frágiles a alta temperatura, lo cual provoca agrietamiento antes de su expulsión del molde. Sin embargo, este tipo de fracturas suele ocurrir solo en piezas de forma complicada, que no pueden contraerse libremente dentro del molde. Por otra parte, el Mg minimiza la susceptibilidad a la corrosión intergranular causada por la presencia de impurezas, tales como Fe, Pb, Cd, Sn, Mg, Ni, Cr y Si.
- d) **Plomo, cadmio y estaño.** Los excesos de Pb, Cd y Sn >0.01% aumentan la fragilidad, y por ende, la tendencia al agrietamiento a alta temperatura de las piezas antes de ser expulsadas del molde. Adicionalmente, estas impurezas causan un incremento en la susceptibilidad a la corrosión intergranular y el envejecimiento.
- e) **Níquel, cromo, silicio y manganeso.** En general, estos elementos no son perjudiciales cuando están presentes en cantidades restringidas a su límite de solubilidad en el zinc (0.02, 0.02, 0.035 y 0.5% en peso respectivamente). Cuando estos límites se exceden, forman una gran cantidad de fases intermetálicas ligeras, las cuales flotan sobre la superficie del baño y pueden ser removidas como natas.

4.7 Propiedades del ZAMAK e importancia de la aleación

El hecho de que la producción industrial del zinc tardara comercialmente, radica en que es muy difícil obtener el metal a partir de su mineral, pues forma un compuesto muy estable con el oxígeno (ZnO) que no puede reducirse tan fácilmente con carbón, como en el caso del hierro. En 1920 la compañía New Jersey Zinc patentó las aleaciones de zinc conocidas como ZAMAK. Para finales de esa década estas aleaciones eran las más usadas comercialmente. Durante 1930 el crecimiento de la industria automotriz y la demanda de

accesorios motivaron el desarrollo de técnicas para el acabado superficial de piezas de zinc, procesos que sólo se aplicaban hasta entonces a piezas de bronce. También se introdujeron variantes al proceso de cámara fría (máquinas con cámara vertical) [Ryan Winter, 2000].

Hacia 1960 se comenzó a inyectar aleaciones ferrosas y se incrementó el uso de aleaciones de Cobre. Esto fue incentivado por las mejoras logradas en el desarrollo de aceros para la fabricación de moldes y el aumento en el uso de aleaciones refractarias basadas en W o Mo, las cuales son más resistentes a los choques térmicos. Por esta época se introdujo la aleación de zinc ILZRO 12 para moldeo por gravedad. Como lo destacan Izaguirre A., et al (1989), esta aleación exhibe resistencia mecánica y dureza similares a las aleaciones ZAMAK. Hacia el final de esta década, en 1968 se creó la Organización ILZRO (Internacional Lead and Zinc Research Association) misma que ha contribuido al estudio del proceso de inyección al contar con un laboratorio para pruebas.

Durante la década de 1970 se desarrollaron dos aleaciones de zinc para fundición por inyección a presión: la ZA-8 y la ZA-27. Actualmente la ZA-8 se inyecta en máquinas de cámara caliente.

El consumo de zinc continuará incrementándose debido a sus propiedades únicas, su versatilidad, aspectos de ahorro de energía y disponibilidad. Se han encontrado muchas nuevas aplicaciones para el metal y ahora sustituye a otros metales en diversas aplicaciones. Resulta obvio que existen muchas razones para el rápido y constante crecimiento en el uso del zinc. El zinc reúne características únicas. Algunas de las propiedades y aplicaciones típicas más importantes son las siguientes:

a) Densidad. EL zinc no es ligero. Su densidad es de 7.133 g/cm^3 .

- b) Resistencia a la corrosión. EL zinc es resistente al medio ambiente y a un gran número de líquidos y gases de uso común.
- c) Reflectividad. Esta es una propiedad apreciada para aplicaciones arquitectónicas tanto de interiores como exteriores. Este brillo puede protegerse con plásticos, lacas ó acabados anódicos, aunque en muchos casos, la capa de óxido que se forma, delgada y transparente, es suficiente para proteger la superficie.
- d) Resistencia y dureza. La resistencia de las aleaciones de zinc puede igualar y en algunos casos exceder a la del acero estructural, mientras que la dureza de las aleaciones llamadas ZAMAK es tan elevada como la de bronce o babbits.
- e) Formabilidad. El zinc puede formarse fácilmente
- f) Conductividad eléctrica y térmica. EL zinc conduce la electricidad y el calor tan bien como el cobre.

Como el aluminio es la aleación principal, se usará para su estudio el diagrama de equilibrio Zn-Al, como se ilustra en la Figura 7.

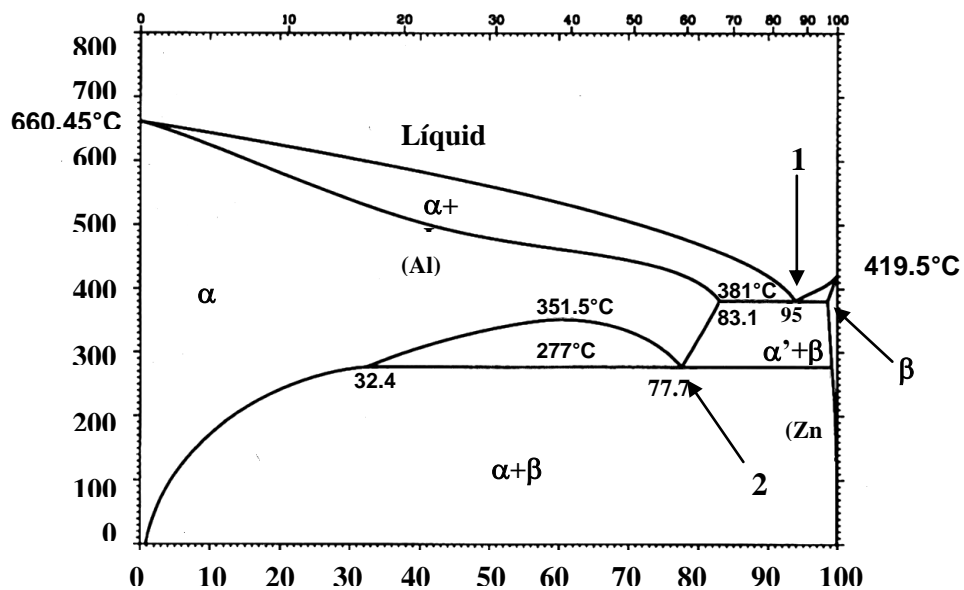


Figura 7.- Diagrama de equilibrio de fases para el sistema Aluminio-Zinc. (1) Reacción eutéctica, (2) reacción eutectoide.

En este diagrama binario se presenta el equilibrio de fases Al-Zn. En este caso la reacción que se busca al interactuar estos dos elementos y solidificar es la eutéctica, de esta manera como se observa, la temperatura deseada se localiza entre los 381°C y los 419° C que pueden ser tomados como niveles en la exploración de efectos. Al final, dado que existen más interacciones entre elementos y variables consideradas, es necesario obtener modelos empíricos que ayuden a describir con precisión el equilibrio entre fases Al-Zn.

Los elementos cuyo contenido es inferior a 1 % en peso pueden considerarse impurezas, con excepción del cobre, el cual en algunas aleaciones varía hasta en un 2 % en peso. Las aleaciones para fundición, comúnmente llamadas “ZAMAK” pueden usarse para colado en moldes de arena, colado por gravedad y colada a presión. La aleación ZA-8 es la preferida para elaboración de piezas en molde permanente. La ZA-12 es la aleación de propósito general y ha substituido a bronces, latones, hierros colados y aluminios. La ZA-27 es la aleación más ligera y de mejor comportamiento, ya que puede ser tratada térmicamente. Se usa generalmente para vaciado en moldes de arena, aunque puede usarse también para inyección a presión [Metals Handbook, 1992].

Estas especificaciones han sido obtenidas de materiales típicos y el objetivo principal es ilustrar cual debe ser el limite no sólo en composición, sino también en propiedades mecánicas que deben cubrirse.

4.8 Molde Permanente

Definiendo a grandes rasgos un proceso de fundición, se dice que el metal fundido fluye por gravedad u otra fuerza dentro de un molde donde se solidifica y toma la forma de la cavidad. Es un proceso simple: se funde el metal, se vacía en el molde y se deja enfriar. Kurz et al. (1992), dice que la fundición incluye:

- Lingote: fundición grande de una forma simple, diseñada para volver a formarse en una pieza por laminado o forjado.
- Fundición de formas: involucra la producción de piezas complejas que se aproximan a la forma final del producto.

Hablando de las ventajas de utilizar fundición en un proceso, es conocido que se pueden crear formas de compleja geometría, incluyendo formas externas e internas. Se pueden producir formas semi acabadas o completas que no necesitan acabados posteriores. El tamaño de las piezas puede pesar alrededor de 100 toneladas. Los procesos de fundición del metal se dividen en varias categorías de acuerdo al tipo de molde [Kurz W. et al, 1992]:

- 1) Moldes desechables
- 2) Moldes permanentes.
- 3) Moldes abiertos
- 4) Moldes cerrados de arcilla, aditivo químico u otro material

La Figura 8 muestra el diagrama de un proceso de fundición y los moldes comúnmente utilizados [Dieter G, 1988].

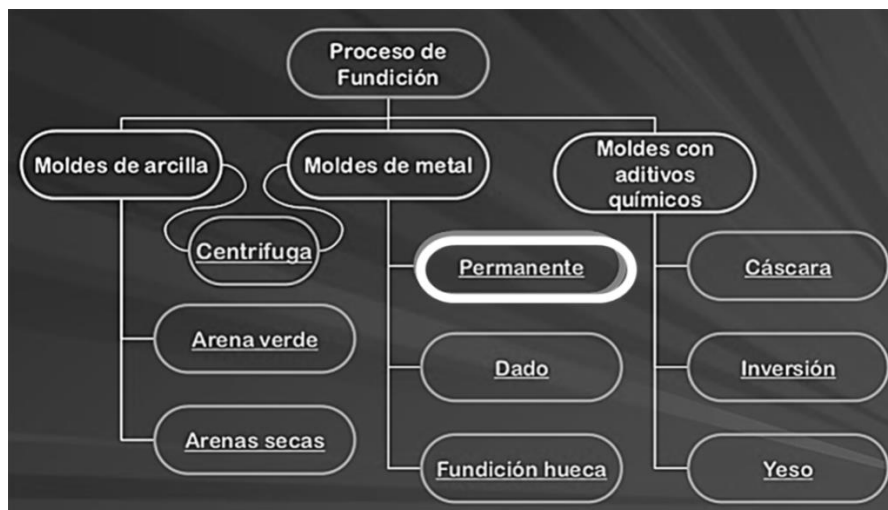


Figura 8.- Descripción de un proceso de fundición y los moldes comúnmente utilizados.

Para el desarrollo de este proyecto es necesario enfocarse en el molde permanente, el molde es de acero, construido en dos secciones que están diseñadas para abrir y cerrar con facilidad. Dieter (1988), refiere al proceso como sigue: se vierte el metal fundido en la olla de alimentación del molde y bajo la acción de la gravedad se llena cada cavidad, debido a que no interviene ninguna presión para suplir el metal, es conocido también como *fundición en dado por gravedad*. Metales no ferrosos que se funden en molde permanente son: aluminio, magnesio, aleaciones de cobre, zinc, entre otros. Se pueden usar corazones metálicos para formar las superficies interiores del producto de fundición. Aplicaciones: pistones automotrices, cuerpos de bombas y partes para aviones y proyectiles. El proceso es adaptable especialmente a producciones de alto volumen de partes pequeñas y simples, las cuales tienen un espesor de pared razonablemente uniforme.

4.9 Herramientas estadísticas

En esta sección se describen las herramientas estadísticas necesarias para la modelación, estimación de parámetros, encontrar efectos significativos del proceso, que enseguida de realizar los análisis estadísticos se logra la optimización del proceso de vaciado de ZAMAK 3.

4.9.1 Experimentos con diversos factores

La metodología del diseño de experimentos se basa en la experimentación. Montgomery (2006) establece que, cuando se repite un experimento en condiciones difíciles de distinguir, los resultados presentan variabilidad, la cual puede ser grande o pequeña. Si la experimentación se realiza en un laboratorio donde la mayoría de las causas de variabilidad están muy controladas, el error experimental será pequeño y habrá poca variación en los resultados del

experimento. Pero si se experimenta en procesos industriales la variabilidad es grande en la mayoría de los casos [Montgomery D., 2006].

En términos del análisis que se debe llevar a cabo para determinar efectos principales en un proceso, descripción y predicción del mismo es necesario abordar el tema de modelos de regresión.

Regresión y Formación de modelos

El análisis de regresión es una técnica estadística utilizada para investigar y modelar la relación entre variables. El término modelación en este caso se utiliza en la obtención de un modelo matemático o ecuación que describe esta relación para la cual se toma una respuesta o variable dependiente (y), y x la variable independiente, normalmente conocida como la variable regresora o predictora. Esta formación del modelo de regresión requiere estimación de parámetros conocidos como parámetros β , dónde se tiene una pendiente β_0 y una ordenada al origen β_1 , esto ayuda a la interpretación gráfica del modelo que se muestra en la ecuación (1).

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon \quad (1)$$

Sea la diferencia entre el valor observado de y y el de la línea recta ($\beta_0 + \beta_1 x$) un error ε . Conviene imaginar que ε es un error estadístico, esto es, que es una variable aleatoria que explica por qué el modelo no ajusta exactamente los datos. Este error puede estar formado por los efectos de otras variables sobre la respuesta evaluada, por errores de medición, etc.

Este modelo o ecuación 1 es comúnmente llamada modelo de regresión lineal, y como este modelo sólo tiene una variable regresora, se le llama modelo de regresión lineal simple. En casi todas las aplicaciones de regresión, la ecuación de regresión sólo es una aproximación a la verdadera relación funcional entre las variables de interés. Esas relaciones funcionales se basan, con frecuencia,

en una teoría física, química o de otra disciplina científica o técnica; esto es, en el conocimiento del mecanismo básico. En consecuencia, a esta clase de modelos se le llama con frecuencia modelos mecanísticos; a su vez, los modelos de regresión se suponen modelos empíricos [Montgomery, Peck, et al, 2006].

En el caso en que se tienen 2 o más variables de entrada (x) se debe de adecuar otro modelo que relaciona cada una de estas variables con la respuesta (y). Para este caso, la variable de respuesta y se puede relacionar con k regresores x_1, x_2, \dots, x_k , de modo que en la siguiente ecuación (2) se tiene:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + \varepsilon \quad (2)$$

A esto se le llama modelo de regresión lineal múltiple, ya que implica a más de un regresor. El adjetivo lineal es para indicar que el modelo es lineal respecto a los parámetros $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k$ y no porque y sea una función lineal de las x . Un objetivo importante del análisis de regresión es estimar los parámetros desconocidos en el modelo de regresión. También se le llama a este proceso ajuste del modelo a los datos.

La siguiente fase del análisis de regresión se llama comprobación de la adecuación del modelo en donde se estudia lo apropiado del modelo y la calidad del ajuste determinado. Mediante esos análisis se puede determinar la utilidad del modelo de regresión. El resultado de la comprobación de adecuación puede indicar que el modelo es razonable, o que debe modificarse el ajuste original. Por lo anterior, el análisis de regresión es un procedimiento iterativo, en el que los datos conducen a un modelo, y se produce un ajuste del modelo a los datos.

Enseguida de la obtención de este modelo como se plantea para el proyecto de investigación, es necesario realizar mediante técnicas estadísticas dicho análisis, por lo que a continuación se describen las pruebas de hipótesis necesarias para realizar el análisis de efectos significativos en términos del modelo de regresión.

Pruebas de Hipótesis de la pendiente y de la ordenada al origen

Montgomery, Peck, et al. (2006), argumenta que para los modelos de regresión planteados en un diseño de experimentos es de interés probar hipótesis y establecer intervalos de confianza de los parámetros del modelo. Las pruebas formales requieren que los errores aleatorios sean: independientes y distribuidos en forma normal, con media 0 y varianza σ^2 , lo cual se abrevia NID $(0, \sigma^2)$, que los datos sean no correlacionados, independientes e idénticamente distribuidos.

Uso de pruebas t .

Suponga que se desea probar la hipótesis que la pendiente es igual a una constante, por ejemplo a β_{10} . Las hipótesis correspondientes son:

$$H_0: \beta_1 = \beta_{10}$$

$$H_1: \beta_1 \neq \beta_{10}$$

En este planteamiento anterior se ha especificado una alternativa bilateral. Como los errores ε_1 son NID $(0, \sigma^2)$, las observaciones y_i son NID $(\beta_0 + \beta_1 x_i, \sigma^2)$. Ahora $\hat{\beta}_1$ es una combinación lineal de las observaciones, de modo que $\hat{\beta}_1$ esta distribuido normalmente con promedio β_1 y varianza σ^2/S_{xx} , usando

la media y la varianza de $\hat{\beta}_1$, por consiguiente el estadístico se muestra en la ecuación 3:

$$Z_0 = \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_{10}}{\sqrt{\sigma^2/S_{xx}}} \quad (3)$$

Dado que Z_0 está distribuido de manera normal (0,1), si la hipótesis nula es cierta, entonces $H_0: \beta_1 = \beta_{10}$. Si se conociera σ^2 , se podría utilizar Z_0 para probar la hipótesis del primer planteamiento de hipótesis. Comúnmente se desconoce σ^2 y por definición se toma que los cuadrados medios del residual MS_{Res} , es un estimador insesgado de σ^2 . De la misma manera se establece que $(n-2)MS_{Res}/\sigma^2$ tiene una distribución χ^2_{n-2} y que MS_{Res} y $\hat{\beta}_1$ son independientes. El estadístico t se muestra en la ecuación 4.

$$t_0 = \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_{10}}{\sqrt{MS_{Res}/S_{xx}}} \quad (4)$$

El estadístico t sigue una distribución t_{n-2} , si es cierta la hipótesis nula $H_0: \beta_1 = \beta_{10}$. La cantidad de grados de libertad asociados con t_0 es igual a la cantidad de grados de libertad asociados con MS_{Res} . Así la razón t_0 es el estadístico con que se prueba $H_0: \beta_1 = \beta_{10}$. El procedimiento de prueba calcula t_0 y compara su valor observado de acuerdo con la ecuación (4) con el punto porcentual $\alpha/2$ superior de t_{n-2} de la distribución ($t_{\alpha/2, n-2}$). Este procedimiento rechaza la hipótesis nula si:

$$|t_0| > t_{\alpha/2, n-2}$$

De esta manera también se puede utilizar el método del valor de P para tomar la decisión. El denominador del estadístico t_0 en la ecuación (4) se llama con frecuencia el error estándar estimado.

$$se(\hat{\beta}_1) = \sqrt{\frac{MS_{Res}}{S_{xx}}} \quad (5)$$

Por lo anterior, se ve escrito con frecuencia a t_0 como se muestra a continuación en la ecuación (6).

$$t_0 = \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_{10}}{se(\hat{\beta}_1)} \quad (6)$$

Se puede utilizar un procedimiento parecido para probar hipótesis acerca de la ordenada al origen.

$$H_0: \beta_0 = \beta_{00}$$

$$H_1: \beta_0 \neq \beta_{00}$$

El estadístico de prueba será:

$$t_0 = \frac{\hat{\beta}_0 - \beta_{00}}{\sqrt{MS_{Res}\left(\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{S_{xx}}\right)}} = \frac{\hat{\beta}_0 - \beta_{00}}{se(\hat{\beta}_0)} \quad (7)$$

En donde $se(\hat{\beta}_0) = \sqrt{MS_{Res}(1/n + \bar{x}^2/S_{xx})}$ es el error estándar de la ordenada al origen. La hipótesis nula $H_0: \beta_0 = \beta_{00}$ se rechaza si $|t_0| > t_{\alpha/2, n-2}$.

Para el caso en que la hipótesis sea:

$$H_0: \beta_1 = 0$$

$$H_1: \beta_1 \neq 0$$

Estas hipótesis se relacionan con la significación de la regresión. El no rechazar $H_0: \beta_1 = 0$ implica que no hay relación lineal entre x y y . Esto sugiere que x tiene muy poco valor para explicar la variación de y , y que el mejor estimador para cualquier x es $\hat{y} = \bar{y}$, o que la verdadera relación entre x y y no es lineal. Para este caso, si no se rechaza $H_0: \beta_1 = 0$ equivale a decir que no hay relación lineal entre y y x .

La variabilidad en el proceso es cuantificada mediante un método estadístico llamado Análisis de la Varianza (ANOVA), el cual se describe a continuación.

Análisis de la Varianza (ANOVA)

Es posible utilizar el método de análisis de la varianza para probar el significado de la regresión. El análisis se basa en una partición de la variabilidad total de la variable y de respuesta. Para obtener esta partición se comienza con la identidad como se muestra en la ecuación (8).

$$y_i - \bar{y} = (\hat{y}_i - \bar{y}) + (y_i - \hat{y}_i) \quad (8)$$

Se elevan al cuadrado ambos lados de la ecuación y se suman para todas las n observaciones, obteniendo la ecuación 9:

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2 + \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 + 2 \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y}_i)(y_i - \hat{y}_i) \quad (9)$$

En la ecuación anterior se pueden hacer una serie de acomodados, en el tercer término del lado derecho, tomando en cuenta que la suma de los residuales siempre es igual a cero y la suma de los residuales ponderados por el valor ajustado \hat{y}_i correspondiente también es igual a cero, por lo anterior se puede escribir la ecuación (10):

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y}_i)^2 + \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (10)$$

El lado izquierdo de la ecuación 10 es la suma corregida de cuadrados de las observaciones SS_T , que mide la variabilidad total de estas mismas observaciones. Los dos componentes de SS_T miden, respectivamente la cantidad de variabilidad en las observaciones y_i explicada por la línea de regresión, y la variación residual que queda sin explicar por la línea de regresión. Es posible observar que $SS_{Res} = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$ es la suma de cuadrados de los residuales o la suma de cuadrados del error de la ecuación $SS_{Res} = \sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$ la cual comúnmente se le llama la suma de cuadrados de regresión, o del modelo.

$$SS_T = SS_R + SS_{Res} \quad (11)$$

La suma de cuadrados total SS_T , tiene $df_T = n - 1$ grados de libertad, por que se perdió un grado de libertad como resultado de la restricción $\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})$ para las desviaciones $y_i - \bar{y}$. La suma de cuadrados del modelo, o de la regresión es SS_R y tiene $df_R = 1$ grado de libertad, por que SS_R queda completamente determinado por un parámetro, que es $\hat{\beta}_1$ por la siguiente ecuación $SS_R = \hat{\beta}_1 S_{xy}$. Por último, antes se mencionó que SS_{Res} tiene $df_{Res} = n - 2$ grados de libertad, por que se imponen dos restricciones a las desviaciones

$y_i - \hat{y}_i$ como resultado de estimar $\hat{\beta}_0$ y $\hat{\beta}_1$. Observe que en la siguiente ecuación (12) los grados de libertad tienen una propiedad aditiva:

$$\begin{aligned} df_T &= df_R + df_{Res} \\ n - 1 &= 1 + (n - 2) \end{aligned} \quad (12)$$

Se puede aplicar la prueba F correspondiente al análisis de varianza para probar la hipótesis $H_0: \beta_1 = 0$. Debido a que $SS_{Res} = (n - 2)MS_{Res}$ sigue una distribución χ^2_{n-2} , si es cierta la hipótesis nula $H_0: \beta_1 = 0$, entonces SS_R tiene una distribución χ^2_{n-2} y SS_{Res} y SS_R son independientes. De acuerdo con la definición, el estadístico F se calcula como:

$$F_0 = \frac{SS_R/df_R}{SS_{Res}/df_{Res}} = \frac{SS_R/1}{SS_{Res}/(n-2)} = \frac{MS_R}{MS_{Res}} \quad (13)$$

El estadístico F sigue una distribución $F_{1,n-2}$. Los valores esperados para estos cuadrados medios se muestran en la ecuación (14).

$$\begin{aligned} E(MS_{Res}) &= \sigma^2 \\ E(MS_R) &= \sigma^2 + \beta_1^2 S_{xx} \end{aligned} \quad (14)$$

Los cuadrados medios indican que si es grande el valor observado de F_0 , es probable que la pendiente $\beta_1 \neq 0$. De tener esta hipótesis, entonces F_0 sigue una distribución F no central, con 1 y n-2 grados de libertad, y un parámetro de no centralidad λ denotado por la ecuación (15).

$$\lambda = \frac{\beta_1^2 S_{xx}}{\sigma^2} \quad (15)$$

La Tabla 4, muestra el análisis de la varianza, el cual se contempla para el desarrollo del proyecto.

Tabla 4.- Tabla de ANOVA para probar el significado de la regresión

Fuente de variación	Suma de cuadrados	G. L	Cuadrados Medios	F ₀
Regresión	$SS_R = \hat{\beta}_1 S_{xy}$	1	MS_R	$F_0 = \frac{MS_R}{MS_{Res}}$
Residual	$SS_{Res} = SS_T - \hat{\beta}_1 S_{xy}$	n-2	MS_{Res}	
Total	$SS_T = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^N (y_{ij} - \bar{y}_{...})^2$	n-1		

Adecuación del modelo

Para realizar la inferencia mostrada anteriormente, se deben satisfacer los siguientes supuestos:

- 1) El modelo describe adecuadamente las observaciones (ajuste).
- 2) El error residual debe tener una distribución normal, e independiente $(\varepsilon_{ij}) \sim NID(0, \sigma^2)$, σ^2 constante pero desconocida.
- 3) No correlación serial; independencia.

Los supuestos y la adecuación del modelo pueden investigarse analizando los “residuales” (errores), como se muestra en la ecuación 16 y 17.

$$e_{ij} = y_{ij} - \hat{y}_{ij} \quad (16)$$

Dónde:

$$\hat{y}_{ij} = \hat{\mu} + \hat{\tau}_i = \bar{y}_i \quad (17)$$

Si el modelo es adecuado, los residuales e_{ij} no deberán contener patrones obvios.

Para el supuesto número 1 se tienen las ecuaciones (18), (19) y (20):

$$R^2 = \frac{SS_{Res}}{SS_T} = 1 - \frac{SS_{Res}}{SS_T} \quad (18)$$

$$R^2_{adj} = 1 - \frac{MS_{Res}}{SS_T/(N-1)} \quad (19)$$

$$S = \sqrt{MS_{Res}} \quad (20)$$

Dónde R^2 representa los coeficientes de determinación para el modelo de regresión, el término R_{adj}^2 está penalizado por los grados de libertad del modelo y S representa la variación total del modelo. Para probar el supuesto número 2 se utilizan gráficas de probabilidad normal, pruebas de Anderson Darling, histogramas y pruebas de homogeneidad de varianzas (Bartlett, Levene, F).

Para el supuesto número 3 se tienen la verificación simple, gráficas de residuales e_{ij} contra los valores ajustados $\hat{y}_{ij} = y_i$ la gráfica no deberá mostrar ningún patrón obvio. Un defecto que sale a relucir en ocasiones en esta gráfica es una varianza no constante. Examinar las gráficas de residuos ayuda a determinar si los supuestos de mínimos cuadrados coinciden. Si estos supuestos cumplen con lo requerido, entonces la regresión producirá estimaciones de coeficientes sin sesgo con la varianza mínima.

Es común realizar transformaciones para estabilizar la varianza, en las ecuaciones (21), (22), (23) y (24) se muestran algunas opciones:

$$y_{ij}^* = \sqrt{y_{ij}} \quad (21)$$

$$y_{ij}^* = \sqrt{1 + y_{ij}} \quad (22)$$

$$y_{ij}^* = \log y_{ij} \quad (23)$$

$$y_{ij}^* = \arcsin \sqrt{y_{ij}} \quad (24)$$

4.9.2 Diseño Factorial 2^k

Los diseños factoriales son utilizados ampliamente en experimentos que incluyen varios factores cuando es necesario estudiar el efecto conjunto de los factores sobre una respuesta.

Los diseños factoriales constituyen las bases para otros diseños a través de los cuales se puede optimizar y además ayuda en la exploración de un proceso. Cuando se consideran k factores, con 2 niveles, entendidos como “alto” y “bajo”, para los que se hacen réplicas completas, esto requiere $2 \times 2 \times \dots \times 2 = 2^k$ observaciones, se le conoce como diseño factorial 2^k [Montgomery D., 2006].

Debido a que existen solo 2 niveles para cada factor, se supone que la respuesta es aproximadamente lineal en el rango elegido para los niveles de los factores.

El Diseño General 2^k .

En este tipo de diseños se tienen k factores que tienen 2 niveles cada uno, en dónde los niveles de los factores pueden denominarse arbitrariamente “bajo” y “alto”. En este tipo de diseños los niveles bajo y alto se denotan por “-” y “+”.

El modelo estadístico para un diseño 2^k incluirá k efectos principales, $\binom{k}{2}$ interacciones de 2 factores, $\binom{k}{3}$ interacciones de 3 factores, ..., y una interacción de k factores. Para un diseño 2^k el modelo completo contendría $2^k - 1$ efectos.

De igual manera se utiliza la notación para las combinaciones de los tratamientos. Para este caso si se toma como ejemplo un diseño 2^5 , abd denota la combinación de tratamientos con los factores A, B y D en el nivel alto

y los factores C y E en el nivel bajo. Las combinaciones de los tratamientos pueden escribirse en orden estándar introduciendo los factores uno a la vez y combinando sucesivamente cada nuevo factor con los que lo preceden.

El enfoque general para el análisis estadístico del diseño 2^k se muestra a continuación:

- 1) Estimar los efectos de los factores
- 2) Formar el modelo inicial
- 3) Realizar las pruebas estadísticas
- 4) Refinar el modelo
- 5) Analizar los residuales
- 6) Interpretar los resultados

El primer paso es estimar los efectos de los factores y examinar sus signos y magnitudes. De este modo el experimentador obtiene información preliminar respecto de los factores y las interacciones que pueden ser importantes, y en qué direcciones deberán ajustarse estos factores para mejorar la respuesta. Para formar el modelo inicial del experimento, por lo general se elige el modelo completo, es decir, todos los efectos principales y las interacciones, siempre que se haya hecho una réplica de al menos uno de los puntos del diseño. Enseguida, en el paso 3 se utiliza el análisis de la varianza para probar formalmente la significación de los efectos principales y las interacciones. El paso 4, refinar el modelo, suele consistir en la eliminación de las variables no significativas del modelo completo. El paso 5 es el análisis residual usual para verificar la adecuación del modelo y los supuestos. En ocasiones ocurrirá una refinación del modelo después del análisis residual, si se encuentra que el modelo es inadecuado o que existen violaciones serias de los supuestos. El último paso consiste generalmente en el análisis gráfico; gráficas de los efectos principales o las interacciones, o superficies de respuesta y gráficas de contorno.

Para la estimación de contrastes de los efectos $AB \cdots K$ se determina expandiendo el miembro derecho de:

$$\mathbf{Contraste}_{AB \cdots K} = (\mathbf{a} \pm \mathbf{1})(\mathbf{b} \pm \mathbf{1}) \cdots (\mathbf{k} \pm \mathbf{1}) \quad (25)$$

Una vez que se han calculado los contrastes de los efectos, pueden estimarse los efectos y calcular las sumas de cuadrados de acuerdo con:

$$AB \cdots K = \frac{2}{n2^k} (\mathbf{Contraste}_{AB \cdots K}) \quad (26)$$

y

$$SS_{AB \cdots K} = \frac{1}{n2^k} (\mathbf{Contraste}_{AB \cdots K})^2 \quad (27)$$

respectivamente, dónde n denota el número de réplicas.

A partir de estos procedimientos se hace un ANOVA para verificar con base a los valores de P, los efectos principales para ver las interacciones entre estos factores, se buscan valores menores al 0.005 [Montgomery D., 2006].

Adición de puntos centrales en el diseño 2^k .

Una preocupación frecuente con el uso de diseños factoriales 2^k es el supuesto de la linealidad de los efectos de los factores. Cuando se agregan los términos de interacción a un modelo de los efectos principales o de primer orden.

$$y = \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_j + \sum_{i<j} \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon \quad (28)$$

Para esta ecuación se tiene un modelo capaz de representar cierta curvatura en la función de respuesta. Esta curvatura desde luego es resultado del torcimiento del plano inducido por los términos de interacción $\beta_{ij} x_i x_j$.

Habrán situaciones en las que la curvatura de la función de respuesta no esté modelada adecuadamente por la ecuación (28). En tales casos un modelo lógico por considerar es el mostrado en la ecuación (29).

$$y = \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_j + \sum_{i<j} \beta_{ij} x_i x_j + \sum_{j=1}^k \beta_{jj} x_j^2 + \varepsilon \quad (29)$$

Dónde los β_{jj} representan los efectos cuadráticos o de segundo orden puro. A esta ecuación se le llama modelo de superficie de respuesta de segundo orden. Es recomendable realizar este tipo de diseños cuando se requiere un mejor ajuste. Se agregan puntos centrales a un diseño 2^k , los puntos centrales no afectan las estimaciones usuales de los efectos en un diseño, cuando se agregan los puntos centrales, se supone que los k factores son cuantitativos.

En la Figura 9 se ilustra la región explorada para un diseño factorial, y uno con puntos centrales conocido como diseño central compuesto.

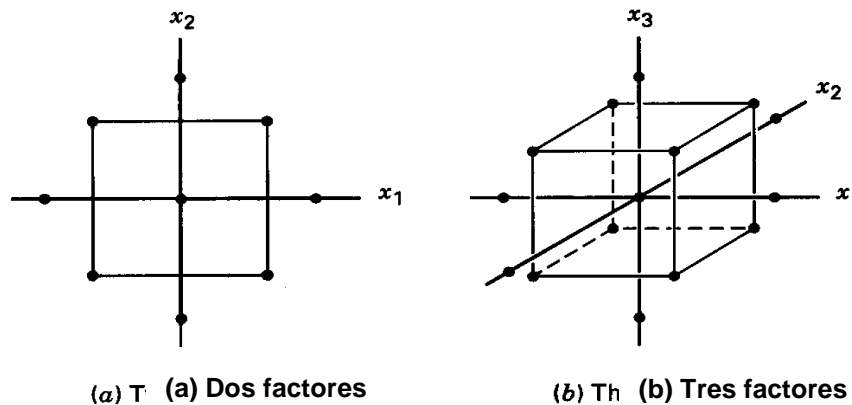


Figura 9.- Diseños factorial (dos factores) y central compuesto (tres factores).

Modelos de regresión

En un diseño factorial 2^k es sencillo expresar los resultados del experimento en términos de un modelo de regresión. Puesto que 2^k es tan sólo un diseño factorial, podría usarse un modelo de los efectos o de las medias, pero el enfoque del modelo de regresión es mucho más natural e intuitivo. Para estos casos el modelo se representa como en la ecuación (30).

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \varepsilon \quad (30)$$

Dónde x_1 es una variable codificada que representa el tratamiento A y x_2 representa el tratamiento B, por último las β representan los coeficientes de regresión. El parámetro β_0 es la ordenada al origen del plano de regresión. Si en el intervalo de datos se incluyen $x_1 = x_2 = 0$, entonces β_0 es el promedio de y cuando $x_1 = x_2 = 0$. Si no es así, β_0 no tiene interpretación física. El parámetro β_1 indica el cambio esperado de la respuesta y por cambio unitario en x_1 cuando x_2 se mantiene constante. De igual modo, β_2 mide el cambio esperado de y por unidad de cambio de x_2 cuando se mantiene constante x_1 . En general, se puede relacionar la respuesta y con k regresores, o variables predictoras. El modelo:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + \varepsilon \quad (31)$$

se llama modelo de regresión lineal múltiple, con k regresores. Los parámetros $\beta_j, j = 0, 1, \dots, k$ se llaman coeficientes de regresión. Este modelo representa un hiperplano en el espacio de k dimensiones de las variables regresoras x_j . El parámetro β_j representa el cambio esperado en la respuesta y por cambio unitario en x_j cuando todas las demás variables regresoras $x_i (i \neq j)$ se mantienen constantes. A los parámetros $\beta_j, (j = 1), 2, \dots, k$ se les llama con frecuencia coeficientes de regresión parcial.

Los modelos de regresión parcial múltiple se usan con frecuencia como modelos empíricos o como funciones de aproximación, ya que se desconoce la relación funcional real entre y y x_1, x_2, \dots, x_k , pero dentro de ciertos márgenes de las variables regresoras, el modelo de regresión lineal es una aproximación adecuada a la función verdadera desconocida.

Mínimos cuadrados.

Se trata de encontrar estadísticos integrados de β_0, β_i de modo que la suma de cuadrados de las desviaciones entre $y_i, \varepsilon(y)$ sea mínima, esto es, que el error aleatorio ε_i sea mínimo. En la ecuación (32) se muestra:

$$\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = (y_i - \bar{y}_i)^2 \rightarrow \sum_{i=1}^n (y_i - (\beta_0 - \beta_1 x_1))^2 \quad (32)$$

Enseguida se deriva la ecuación (32) con respecto a β_0 y β_i se obtiene la ecuación (33).

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 &= \sum_{i=1}^n (y_i - (\beta_0 - \beta_1 x_1))^2 \\ \sum_{i=1}^n y_i &= n b_0 + b_i \sum_{i=1}^n x_i \\ \sum_{i=1}^n x y_i &= b_0 \sum_{i=1}^n x_i + b_i \sum_{i=1}^n x_i^2 \\ \bar{y} &= b_0 + b_i \bar{x} \\ b_0 &= \bar{y} - b_i \bar{x} \\ b_i &= \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n x_i)^2}{n}} \end{aligned} \quad (33)$$

Matemáticamente se expresa:

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^n (\hat{y} - \bar{y})^2 + \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \quad (34)$$

A continuación se desarrollan las fórmulas para la variación total, sumas de cuadrados totales, y coeficientes de determinación, en las ecuaciones (35) a la (39).

Variación total = Variación explicada + Variación identificada

$$SS_{Total} = SS_{regresion\ del\ modelo} + SS_{Error} \quad (35)$$

$$SS_{Total} = \sum_{i=1}^n y_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n y_i)^2}{n} \quad (36)$$

$$SS_{Error} = \sum_{i=1}^n y_i^2 - b_0 \sum_{i=1}^n y_i - b_1 \sum_{i=1}^n x_i y_i \quad (37)$$

$$SS_{Regresion\ del\ modelo} = SS_{Total} - SS_{Error} \quad (38)$$

Para el coeficiente de determinación R^2 :

$$R^2 = 1 - \frac{SS_{Error}}{SS_{total}} \quad (39)$$

Para el análisis de correlación, se refiere a medir o encontrar el grado de asociación entre 2 o más variables mediante en el coeficiente de correlación y se representa como $r = \sqrt{r^2}$.

R^2 es una estimación sesgada del coeficiente de determinación de la población y R_{ads}^2 es insesgada. En la ecuación (40) se muestra la R_{ads}^2 .

$$R_{ads}^2 = 1 - \frac{SS_{Error}/n-2}{SS_{Total}/n-1} \quad (40)$$

La R^2 ordinaria mide la proporción de la variabilidad total explicada por el modelo de regresión.

La R_{ads}^2 es un estadístico que está ajustado para el tamaño del modelo, o para el número de factores. La R_{ads}^2 puede decrecer en realidad si se agregan términos no significativos al modelo. El estadístico PRESS (Prediction Error Sum of Squares) es una medida de qué tan bien predecirá datos nuevos el modelo, se refiere a la suma de cuadrados del error de predicción, y este se calcula a partir de los errores de predicción obtenidos al predecir el punto i -ésimo de los datos con un modelo que incluye todas las observaciones, excepto la i -ésima. Un modelo con un valor pequeño de PRESS indica que es posible que el modelo sea un buen predictor. En la ecuación (41) se indica cómo se puede calcular de igual manera el R^2 de predicción.

$$R_{Predicción}^2 = 1 - \frac{PRESS}{SS_{Total}} \quad (41)$$

En la siguiente ecuación (42) se describe cómo se calcula este valor de la suma de cuadrados del error de predicción.

$$PRESS = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_{i,-i})^2 \quad (42)$$

Para explicar el coeficiente de regresión de cada término del modelo y el error estándar (SE, STANDAR ERROR) de cada coeficiente, que se expresa en la ecuación (43).

$$se(\hat{\beta}) = \sqrt{V(\hat{\beta})} = \sqrt{\frac{MS_E}{n2^k}} \quad (43)$$

Los intervalos de confianza de 95% para cada coeficiente de regresión se calculan a partir de:

$$\hat{\beta} - t_{\alpha/2, N-p} se(\hat{\beta}) \leq \beta \leq \hat{\beta} + t_{\alpha/2, N-p} se(\hat{\beta})$$

Donde los grados de libertad de t es el número de grados de libertad del error, es decir, N es el número total de corridas y p es el número de parámetros del modelo. La suma de cuadrados de los residuales o del error, se compone ahora de un componente del error puro que surge de las réplicas de los ocho vértices del cubo y un componente de falta de ajuste, compuesto por las sumas de los cuadrados de las interacciones.

La representación del modelo de regresión de los resultados experimentales se presenta en términos de las variables codificadas y las variables naturales [Montgomery D., 2006].

En el desarrollo anterior, es más cómodo manejar modelos de regresión múltiple cuando se expresan en notación matricial. Eso permite presentar en forma muy compacta al modelo, los datos y los resultados. En notación matricial el modelo expresado por la ecuación (31) es de la siguiente manera:

$$y = X\beta + \varepsilon \quad (44)$$

en dónde

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nk} \end{bmatrix}$$

$$\beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix}, \quad \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

En general, y es un vector de $n \times 1$ de las observaciones, X es una matriz de $n \times p$ de los niveles de las variables regresoras, β es un vector de $p \times 1$ de los coeficientes de regresión y ε es un vector de $n \times 1$ de errores aleatorios.

Se desea determinar el vector $\tilde{\beta}$ de estimadores de mínimos cuadrados que minimice:

$$S(\beta) = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \varepsilon' \varepsilon = (y - X\beta)'(y - X\beta)$$

Nótese que $S(\beta)$ se puede expresar como sigue:

$$\begin{aligned} S(\beta) &= y'y - \beta'X'y - y'X\beta + \beta'X'X\beta \\ &= y'y - 2\beta'X'y + \beta'X'X\beta \end{aligned}$$

ya que $\beta'X'y$ es una matriz de 1×1 , es decir, un escalar, y que su transpuesta $(y - X\beta)' = y'X\beta$ es el mismo escalar. Los estimadores de mínimos cuadrados deben satisfacer:

$$\left. \frac{\partial S}{\partial \beta} \right|_{\hat{\beta}} = -2X'y + 2X'X\hat{\beta} = 0$$

que se simplifica a:

$$X'X\hat{\beta} = X'y \quad (45)$$

Este desarrollo comprende las ecuaciones de mínimos cuadrados.

Para resolver las ecuaciones normales se multiplican ambos lados de (45) por la inversa de $X'X$. Así el estimador de β por mínimos cuadrados es:

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1} X'y \quad (46)$$

siempre y cuando exista la matriz inversa $(X'X)^{-1}$. La matriz $(X'X)^{-1}$ siempre existe si los regresores son linealmente independientes, esto es, si ninguna columna de la matriz X es una combinación lineal de las demás columnas.

Es fácil de ver que la forma matricial de las ecuaciones normales (45) es idéntica a la forma escalar. Al escribir (45) con detalle se obtiene:

$$\begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^n x_{i1} & \sum_{i=1}^n x_{i2} & \cdots & \sum_{i=1}^n x_{ik} \\ \sum_{i=1}^n x_{i1} & \sum_{i=1}^n x_{i1}^2 & \sum_{i=1}^n x_{i1}x_{i2} & \cdots & \sum_{i=1}^n x_{i1}x_{ik} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=1}^n x_{ik} & \sum_{i=1}^n x_{ik}x_{i1} & \sum_{i=1}^n x_{ik}x_{i2} & \cdots & \sum_{i=1}^n x_{ik}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \widehat{\beta}_0 \\ \widehat{\beta}_1 \\ \vdots \\ \widehat{\beta}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n y_i \\ \sum_{i=1}^n x_{i1}y_i \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^n x_{ik}y_i \end{bmatrix}$$

Si se hace la multiplicación matricial indicada, se obtiene la forma escalar de las ecuaciones normales. En esta presentación se ve que $X'X$ es una matriz simétrica de $p \times p$, y que $X'y$ es un vector columna de $p \times 1$. Nótese la estructura especial de la matriz $X'X$. Los elementos diagonales de $X'X$ son las sumas de los cuadrados de los elementos en las columnas de X , y los elementos fuera de la diagonal son las sumas de los productos cruzados de los elementos de las columnas de X . Además, nótese que los elementos de $X'y$ son las sumas de los productos cruzados de las columnas de X por las observaciones y_i .

El modelo ajustado de regresión que corresponde a los niveles de las variables regresoras $x' = [1, x_1, x_2, \dots, x_k]$ es:

$$\widehat{y} = x'\widehat{\beta} = \widehat{\beta}_0 + \sum_{j=1}^k \widehat{\beta}_j x_j \quad (47)$$

El vector de valores ajustados \widehat{y}_i que corresponden a los valores observados y_i es:

$$\widehat{y} = X\widehat{\beta} = X(X'X)^{-1} X'y = Hy \quad (48)$$

La $n \times n$ es la matriz $H = X(X'X)^{-1} X'$ se suele llamar matriz de sombrero. Aplica el vector de valores observados en un vector de valores ajustados. La matriz de sombrero y sus propiedades desempeñan un papel central en el análisis de regresión. La diferencia entre el valor observado y_i y el valor ajustado \hat{y}_i correspondiente es el residual $e_i = y_i - \hat{y}_i$. Los n residuales se pueden escribir cómodamente con notación matricial como sigue:

$$e = y - \hat{y} \quad (49)$$

Hay otras maneras de expresar el vector de residuales e , que pueden ser útiles como:

$$e = y - X\hat{\beta} = y - Hy = (I - H)y \quad (50)$$

Este desarrollo es esencial en la obtención del modelo cuadrático completo para completar la superficie de respuesta, dicho esto, se procede a describir un diseño central compuesto y la metodología de superficies de respuesta.

4.9.3 Diseño Central Compuesto

Para estos métodos el ajuste es de segundo orden, por sus interacciones cuadráticas. Los diseños centrales compuestos se utilizan ampliamente para construir modelos de superficie de respuesta de segundo orden.

Estos diseños consisten en un diseño factorial o factorial fraccionado 2^k de tal manera que los factores del centro sean $(0, 0, \dots, 0)$, aumentado por los 2^k puntos axiales $(\pm\alpha, 0, 0, \dots, 0)$, $(0, 0, \pm\alpha, \dots, 0)$, $(0, 0, \dots, \pm\alpha)$, y n_ϵ puntos centrales $(0, 0, \dots, 0)$.

Este diseño se convierte en rotatable mediante la elección de α , que se calcula de la siguiente manera:

$$\alpha = (n_f)^{1/4} \quad (51)$$

Dónde f es el número de puntos en la porción factorial del diseño.

En un diseño de precisión, la varianza de la respuesta predicha en el origen es igual a la predicha a una distancia unitaria del origen.

En la parte de un procedimiento, es necesario delimitar que:

- a) Se seleccionan los factores
- b) Se encuentra la región óptima
- c) Se modela y optimiza la variable de respuesta.

En la Figura 10 se observa cómo se desplaza la región de exploración para abarcar una mejor superficie, debido a que el objetivo de esta metodología es determinar una región del espacio de los factores en la que se satisfacen los requerimientos de operación y que encuentre parámetros óptimos dentro de esta exploración [Montgomery D., 2006].

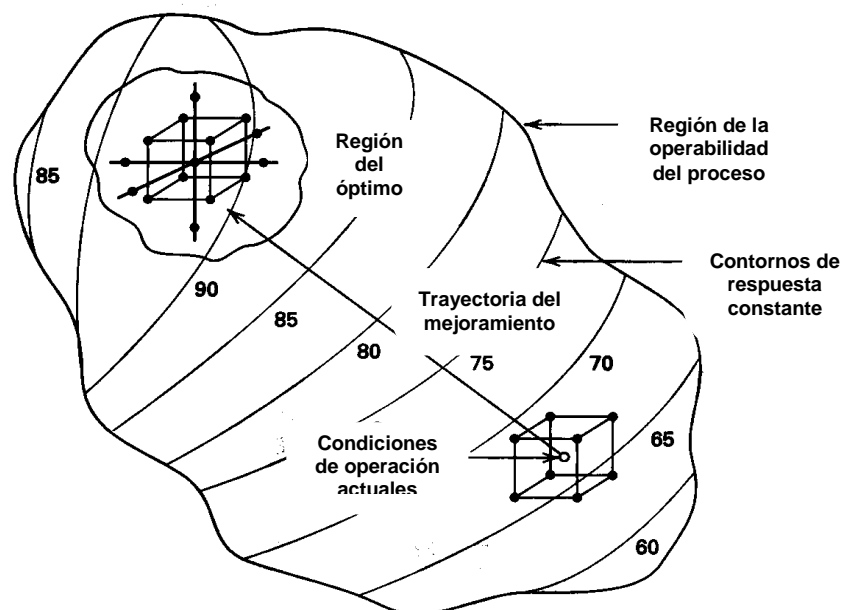


Figura 10.- Secuencia natural de una Superficie de Respuesta.

Este tipo de diseños requieren una mayor exploración del problema, de esta manera se puede pensar en optimizar la respuesta, explorando la región en que se obtienen mejores resultados.

4.9.4 Red Neuronal Función de Base Radial

La estructura de la RBF en su forma básica, incluye tres capas totalmente diferentes, de entrada, ocultas y de salida. Las capas neuronales de salida son lineales. Las neuronas de la capa oculta calculan la diferencia entre el vector de insumos y los centroides [Haykin, 1999]. A esta diferencia se aplica una función radial con una forma gaussiana principalmente, para lo cual es posible utilizar otras funciones radiales [Gregorčič & Lightbody, 2008]. La función de transferencia radial de tipo Gaussiana adopta la siguiente forma:

$$G(\|\mathbf{x} - \mathbf{t}_i\|) = \exp(-\|\mathbf{x} - \mathbf{t}_i\|^2) \quad (52)$$

que se simplifica en la ecuación (53):

$$\varphi_i(\mathbf{x}) = G(\|\mathbf{x} - \mathbf{t}_i\|) \quad (53)$$

La relación entre las entradas y salidas de la red neuronal está dada por la ecuación (54) con $y(x_j) = d_j$:

$$\mathbf{y}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^m \mathbf{w}G(\|\mathbf{x} - \mathbf{t}_i\|) + \mathbf{b} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (54)$$

y dónde $\boldsymbol{\varepsilon}$ representa los residuales o el error. La matriz de G se construye como sigue:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} G(\mathbf{x}_1 - \mathbf{t}_1) & G(\mathbf{x}_1 - \mathbf{t}_2) & \cdots & G(\mathbf{x}_1 - \mathbf{t}_m) \\ G(\mathbf{x}_2 - \mathbf{t}_1) & G(\mathbf{x}_2 - \mathbf{t}_2) & \cdots & G(\mathbf{x}_2 - \mathbf{t}_m) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G(\mathbf{x}_N - \mathbf{t}_1) & G(\mathbf{x}_N - \mathbf{t}_2) & \cdots & G(\mathbf{x}_N - \mathbf{t}_m) \end{bmatrix} \quad (55)$$

La ecuación (55) está escrita en forma de matriz debido a $G\mathbf{w} = \mathbf{d}$, dónde la variable d_j representa la salida o respuesta, los pesos son determinados por la ecuación (56) como estimación de mínimos cuadrados.

$$\mathbf{w} = (\mathbf{G}'\mathbf{G})^{-1}\mathbf{G}'\mathbf{d} \quad (56)$$

De esta manera es sencillo observar que para obtener modelos adicionales sin necesidad de correr más experimentación, se toma la RBF para obtener un modelo que obtenga coeficientes de determinación más adecuados en términos de modelos de regresión. En la Figura 11 se observa el esquema general de la RBF.

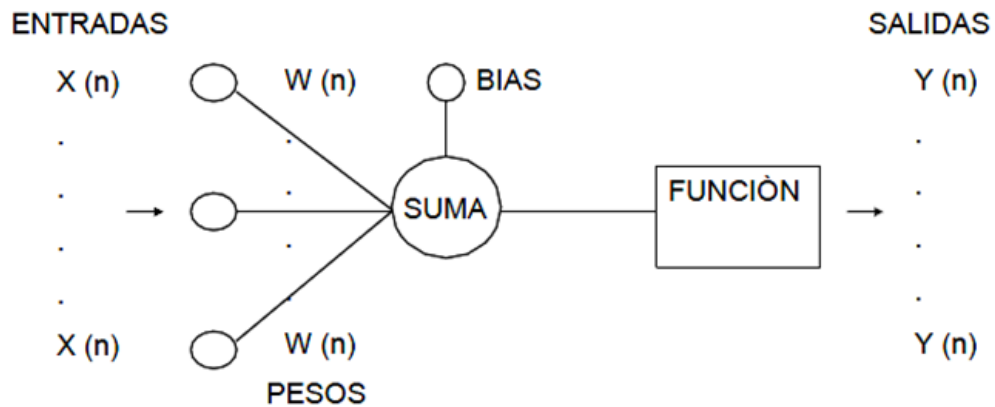


Figura 11.- Estructura de una Red Neuronal.

4.9.5 Métodos de optimización

A continuación se discuten algunos métodos de optimización considerados en la investigación.

Función de Deseabilidad.

La función de deseabilidad es una técnica usada para optimizar modelos de regresión, dicha función se define como sigue [Harrington, 1965].

$$d_i = ((y_i - L_i)/(T_i - L_i))^{r_i} \quad L_i \leq y_i \leq T_i$$

$$d_i = ((H_i - y_i)/(H_i - T_i))^{r_i} \quad T_i \leq y_i \leq H_i$$

$$d_i = 0 \quad y_i < L_i$$

$$d_i = 0 \quad y_i > H_i \quad (57)$$

Dónde:

y_i = valor de predicción para la i -ésima respuesta.

T_i = valor objetivo para la i -ésima respuesta (Target).

L_i = valor más bajo obtenido para la i -ésima respuesta.

H_i = valor más alto obtenido para la i -ésima respuesta.

d_i = deseabilidad para la i -ésima respuesta.

r_i = ponderación o peso para la i -ésima respuesta.

En este caso el grado de satisfacción de un experimentador, con respecto a la j –ésima variable, se maximiza cuando $y_i(x)$ es igual a su valor H_i y decrece conforme $y_i(x)$ se aleja de H_i . Si y_i^{min} y y_i^{max} representan respectivamente las cotas mínima y máxima, entonces no se acepta como solución aquel punto x para el cual $y_i(x) < y_i^{min}$ o para el cual $y_i(x) > y_i^{max}$. Así el grado de aceptación con respecto a la respuesta se modela como una función monótona decreciente de 1 en $y_i(x) = H_i$ a 0 en $y_i(x) < y_i^{min}$ o $y_i(x) > y_i^{max}$ [Harrington, 1965].

Este método propuesto por Harrington utiliza el método del gradiente dado por la ecuación (58):

$$\frac{df}{dz_s} = \frac{\partial f}{\partial z_s} + \frac{dz_B}{dz_s} \frac{\partial f}{\partial z_B}$$
$$\frac{df}{dz_s} = \frac{\partial f}{\partial z_s} + \nabla_{z_s} \mathbf{h} [\nabla_{z_B} \mathbf{h}]^{-1} \frac{\partial f}{\partial z_B} \quad (58)$$

En esta etapa, se busca que la respuesta satisfaga la deseabilidad u objetivo propuesto. Para el caso de estudio, se desea minimizar la respuesta en términos de las co-variables, por lo tanto, si se encuentran los valores de las variables de proceso con los cuales la respuesta es mínima ($y = 0$), entonces la deseabilidad sería igual a 1.

Este método de optimización es sugerido por el autor para modelos de regresión, incluso en la revisión de autores como Montgomery (2006), se describe el método, se obtienen resultados y se analizan; por tal motivo éste

método fue considerado dentro de la investigación para optimizar el modelo obtenido mediante el método factorial, así como también la Superficie de Respuesta.

Análisis Canónico.

Existen diversos métodos de optimización cuando la función objetivo es un modelo de regresión. Debido a que para este proyecto se ajusta una Superficie de Respuesta, los autores Box & Draper (1987), sugieren un método de análisis llamado canónico.

Cuando sólo existen dos o tres variables en el proceso (X), la construcción e interpretación de las gráficas obtenidas en la Superficie de Respuesta como la de contorno es sencilla. De esta manera es conveniente transformar primero el modelo obtenido en un nuevo sistema de coordenadas con el origen en el punto estacionario X , y después hacer la rotación de los ejes de este sistema hasta que sean paralelos a los ejes principales de la superficie de respuesta ajustada. El modelo de regresión en su forma canónica se muestra en la ecuación (59).

$$\hat{y} = \hat{y}_s + \lambda_1 w_1^2 + \lambda_2 w_2^2 + \dots + \lambda_k w_k^2 \quad (59)$$

Dónde:

w_i = Variables independientes transformadas.

λ_i = Son constantes, conocidos como los eigenvalores o raíces características de la matriz B.

$$B = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_{11}, \hat{\beta}_{12}/2, \dots, \hat{\beta}_{1k}/2 \\ \hat{\beta}_{22}, \dots, \hat{\beta}_{2k}/2 \\ \text{simétrica} \quad \hat{\beta}_{kk} \end{bmatrix}$$

Esta matriz es simétrica ($k \times k$) cuyos elementos de la diagonal principal son los coeficientes cuadráticos puros ($\hat{\beta}_{ii}$) y cuyos elementos que están fuera de la

diagonal son la mitad de los coeficientes cuadráticos mixtos ($\hat{\beta}_{ij}, i \neq j$) [Box & Draper, 1987].

La naturaleza de la superficie de respuesta puede determinarse a partir del punto estacionario, y de los signos y magnitudes de las λ_i . Para este caso si todas las λ_i son positivas, x_s es un punto de respuesta máxima; y si las λ_i tienen signos diferentes, x_s es un punto silla. Cuando la superficie de respuesta presenta una inclinación mayor en la dirección w_i , entonces λ_i es el máximo.

El modelo generalizado del análisis canónico se muestra en la ecuación (60).

$$\hat{y} = \mathbf{b}_0 + \sum_{j=1}^k \mathbf{b}_j x_j + \sum_{i \geq j} \mathbf{b}_{ij} x_i x_j \quad (60)$$

Este modelo se propone de forma similar al de regresión, para enseguida obtener de forma matricial la ecuación (61).

$$\hat{y} = \hat{y}_s + \tilde{\mathbf{X}}' \Lambda \tilde{\mathbf{X}} \quad (61)$$

de la cual se obtiene la respuesta global (\hat{y}).

Algoritmo genético.

Los algoritmos genéticos (GAs) se definen como los procedimientos de búsqueda basados en los mecanismos de la genética y la selección natural. Estos tipos de algoritmos resuelven problemas difíciles de una manera rápida, conveniente y confiable [Goldberg, 2002]. Los GAs son los Algoritmos Evolutivos más utilizados. Los GAs fueron desarrollados por Holland (1975) y han crecido como el paradigma más utilizado para resolver problemas de optimización.

Los GAs son una técnica de búsqueda adaptiva que emulan la teoría biológica evolutiva. La población, un conjunto de individuos (potenciales soluciones al problema de optimización) cambian probabilísticamente en el tiempo debido a la aplicación de operadores inspirados biológicamente, cruce y mutación. Un proceso de selección determina cuales individuos (entre los padres y descendientes) permanecen en la próxima generación. Según las teorías

evolutivas, sólo los individuos más aptos de la población tienen mayor probabilidad de sobrevivir y generar descendencia, y de esta manera, transmitir su herencia biológica a las nuevas generaciones [Sanhueza et al., 1999].

Los GAs son algoritmos de búsqueda basados en la evolución natural de las especies. La búsqueda del óptimo global de un problema de optimización se realiza al pasar de una población (generación) antigua de individuos a otra población nueva mediante la aplicación de operadores genéticos. Cada individuo (cromosoma) representa una solución candidata del problema de optimización, es decir; una población de individuos consiste en un conjunto de soluciones del problema a optimizar. Un individuo es modelado como un “string” de símbolos de longitud fija, usualmente los símbolos corresponden al alfabeto binario, donde cada bit o grupo de bits, representa un valor de alguna variable del problema (gen). Una función de evaluación, llamada función aptitud (fitness), asigna un valor a cada individuo de la población. El valor “fitness” es una medida de la calidad de un individuo. La idea básica consiste en procesar los individuos más aptos mediante operadores genéticos (los que poseen mayores fitness) para producir mejores individuos (descendencia de mayor calidad) a medida que el proceso de búsqueda avanza [Tzafestas y Blekas, 1999].

En resumen la mayoría de los GAs se compone de, un esquema de decodificación, de función de evaluación o evaluación “fitness”, selección y operadores de cruce y mutación.

- Esquema de decodificación: este tipo de esquemas transforman los puntos que están en un espacio de parámetros, que pueden ser representados en código binario. Los cuales forman los cromosomas.
- Evaluación “fitness”: el primer paso después de crear una generación (padres e hijos) es calcular el valor de este “fitness” de cada miembro de la población. Y aquí es donde es importante la función objetivo.

- Selección: Después de la evaluación, tenemos que crear la nueva población de la actual generación. La operación de selección determina cuales padres participan en producir los siguientes hijos, para la próxima generación. Y en esta parte se localizan los hijos que son los mejores individuos o se hace la selección para encontrar los mejores individuos.
- Cruce: Para mejorar el potencial del actual gen, necesitamos los operadores de cruce, para generar un nuevo cromosoma, que nos ayude o pueda retener buenos elementos de la generación previa. El cruce es comúnmente aplicado para seleccionar el par de padres con una probabilidad igual el cual nos da un indicador o índice de cruce. El cruce o recombinación que también se le llama, es un operador genético, que combina los bits y partes de las soluciones de los padres para formar una nueva, y posiblemente mejores hijos. La principal idea es entender que los hijos sobre un cruce no deberían ser idénticos y deberían combinar los rasgos de los padres en una mejor manera. Digamos que el cruce crea nuevos individuos por cruce de los rasgos de dos o más padres [Jang et al., 1997]. El cruce de un punto, es el más común o es el operador de Cruce más utilizado, donde un cruce de un punto en el código genético es seleccionado aleatoriamente y los dos cromosomas de los padres son intercambiados en este punto. Existe también el cruce de dos puntos, como su nombre lo indica dos puntos de cruce son seleccionados y la parte de la serie o cadena de cromosoma entre estos dos puntos son intercambiados para generar dos hijos. También se puede decir que un operador cuyo trabajo es escoger una posición y cambiarlas antes y después de ese lugar entre los cromosomas, todo esto para crear hijos, por ejemplo tenemos la Figura 12, donde 01 00 00 11 y 11 10 01 01 se pueden cruzar del cuarto lugar y obtenemos la descendencia 01 00 01 01 y 11 10 00 11.

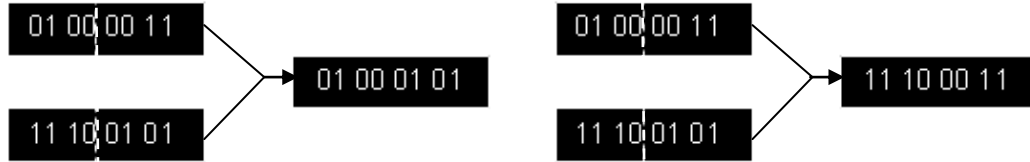


Figura 12.- Cruce en un Algoritmo Genético.

La recombinación es el mayor operador genético en los Algoritmos Genéticos. Los bits de dos o más padres son cortados dentro de dos o más piezas y las partes de los bits se cruzan, este tipo de recombinación como se mencionó anteriormente es llamado Cruce. Ambos hijos contienen una parte de información de un padre y el resto del otro padre. El índice de Cruce o el indicador está constituido comúnmente por un valor alto de 0.6 a 0.9, este valor determina la probabilidad con el cual el Cruce está diseñado o se está comportando. A este dato también se le llama la Probabilidad de Cruce [Goldberg, 2002].

- **Mutación:** La Mutación actúa para modificar simplemente un solo individuo. Hay muchas variaciones de Mutación, pero la más significativa es que los hijos son idénticos a los individuos de los padres excepto que uno o más cambios están hechos para un rasgo o rasgos de individuos hechos por el operador. Por si mismo la Mutación representa un camino aleatorio en la vecindad de una solución en particular. Si se hace repetidamente sobre la población de individuos, podríamos esperar que la población resultante es indistinguible de una creada aleatoriamente [Jang et al., 1997]. El cruce aprovecha genes actuales potenciales, pero si la población no contiene toda la información decodificada necesita resolver un problema en particular, por mucho que es la mezcla de genes que produce una solución satisfactoria. Por esta razón, un operador de Mutación es capaz de generar espontáneamente nuevos cromosomas que son incluidos. La manera más común de implementar la Mutación es lanzar un bit con una probabilidad igual para un muy bajo

índice de Mutación dado. Un operador de Mutación puede impedir a cualquier bit solo de converger a un valor a través de la población de entrada y aún más importante, puede impedir que la población de convergencia se estacione en cualquier óptimo local [Jang et al., 1997; Goldberg, 2002]. La Mutación a veces no juega un rol tan importante en los Algoritmos Genéticos como se hace en otros Algoritmos Evolutivos, simplemente invierte un bit en los individuos. La Mutación imita la introducción de errores (no reparados) dentro de un código genético natural, por ejemplo como es el causado por radiación. El principal propósito de la Mutación es evitar al Algoritmo Genético de quedar estancado en ciertas regiones del espacio de los parámetros. La Mutación tiene un efecto similar, como al generar ruido en los parámetros de actualización, es una estrategia para escapar de los óptimos locales, que son conocidas como las técnicas de optimización local [Jang et al., 1997; Nelles, 2001; Goldberg, 2002]. Este operador genético puede hacer movimientos o reemplazos con los bits en un cromosoma, por ejemplo en la Figura 13 tenemos 01 00 00 11 produce una Mutación con la quinta posición y así obtenemos 01 00 10 11.



Figura 13.- Mutación en un Algoritmo Genético.

En un Algoritmo Genético estándar todos los bits son mutados con igual probabilidad pero no todos los bits tienen la misma significancia. Este índice de Mutación o valor de probabilidad de mutación, es un valor pequeño que usualmente está alrededor de 0.001 a 0.01, así determina

la probabilidad para cada bit cuando llega es mutado. El índice de probabilidad de Mutación es usualmente bajo pero es bueno para obtener cromosomas del Cruce que no están perdidos. Si el índice de probabilidad de Mutación es alto (mayor de 0.1), se podría comportar o tener un desempeño como el de los algoritmos de búsqueda aleatoria [Goldberg, 2002].

En relación a otros algoritmos, los GAs difieren en los puntos siguientes [Harnisch et al., 2000]:

- Los Algoritmos Genéticos trabajan con un código de los parámetros del problema y no con los parámetros en sí mismo.
- En la de búsqueda del óptimo los Algoritmos Genéticos procesan una población de soluciones candidatas (individuos) y no solamente una solución única.

Existen algunas variantes de GAs. Sin embargo, todos ellos tienen cuatro procedimientos generales: 1) la evaluación de los individuos, 2) la selección de las mejores personas (de una manera determinista o estocástica), 3) cruce y mutación de los individuos y 4) la evaluación de ajuste. Cada individuo es una solución representada como un vector binario. Un conjunto de soluciones representa una población de soluciones o individuos resultantes en una analogía a los procesos naturales potenciales.

El GA tiene vectores binarios para representar los parámetros tales que la representación de parámetros real requiere un procedimiento de decodificación para su uso en el procedimiento de evaluación. La población comienza con las soluciones al azar, por lo general con un bajo rendimiento y una alta diversidad. Los procedimientos evolutivos (evaluación, selección, cruce y mutación) se aplican cíclicamente, se obtienen soluciones de mayor rendimiento y la diversidad se pierde. Se trata de una manera más inteligente para buscar

soluciones que el ensayo "prueba y error". Los siguientes pasos están involucrados en la generación de una solución óptima cercana.

Paso 1. Generar una población al azar.

Paso 2. Evaluar todas las soluciones (un conjunto de parámetros) de la población representada.

Paso 3. Seleccione el más alto de los individuos evaluados en la población.

Paso 4. Generar una nueva población mediante cruce y mutación, teniendo en cuenta los individuos seleccionados.

Paso 5. Vuelva al paso 1 hasta que una condición final está satisfecha.

5. METODOLOGÍA PROPUESTA

Tomando en cuenta el problema planteado en el capítulo 2 y la revisión tanto del estado del arte (capítulo 3) como del marco teórico (capítulo 4) en este capítulo se muestra la propuesta metodológica general para optimizar procesos de fundición, considerando como caso particular el proceso de ZAMAK 3 en molde permanente. La Figura 14 muestra la metodología propuesta.



Figura 14.- Metodología propuesta.

Cada punto mencionado en la metodología incluye una serie de pasos que se incluyen a continuación:

Paso 1.- Caracterizar el problema

1) Estudio del estado del arte para el proceso de vaciado en molde permanente como del ZAMAK 3, para mayor referencia ver capítulo 3.

2) Caracterizar el acabado superficial y la micro estructura hasta obtener en forma definitiva piezas libres de defectos tales como los mencionados anteriormente.

Paso 2.- Encontrar la región definida aplicando conceptos metalúrgicos.

- 1) Las muestras obtenidas serán analizadas mediante análisis químico instrumental y microscopía óptica metalográfica, como lo sugieren diversos autores citados en el capítulo 4.
- 2) Realización de pruebas de fusión y vaciado de lotes de piezas vaciadas en molde permanente, estudiando el efecto de temperatura de la aleación líquida, temperatura del molde y velocidad de inclinación del molde, sobre la calidad macro y microscópica de las piezas obtenidas.
- 3) Análisis de micro estructura y elaboración de un manual de defectos completamente identificados, con sus causas y medidas de corrección.

Paso 3.- Experimentar en la región definida

- 1) Determinar la relación que existe entre las condiciones de operación como las arriba descritas y la aparición de defectos en las piezas mediante un diseño central compuesto, lo que servirá para definir el comportamiento global del proceso de vaciado de piezas ZAMAK.

Paso 4.- Modelado

- 1) Una vez realizado el diseño central compuesto, y obtenidos los resultados mediante pruebas metalográficas, midiendo el porcentaje de porosidad, se alimentan los datos a una superficie de respuesta, para poder optimizar el resultado y obtener el modelo matemático de predicción.

Paso 5.- Optimización de Proceso ZAMAK 3

- 1) Se aplica un método de optimización como sugerido en el capítulo 4 sección 9.5 acorde a los datos obtenidos con el modelo de predicción.

Paso 6.- Validación en campo y análisis micro estructural

- 1) Validar en el proceso los datos que arroja la optimización, vuelve a repetirse el paso 3 de esta metodología para conocer en detalle a nivel micro estructural

si el modelo de predicción es adecuado para el proceso o no y si en verdad los valores obtenidos por el modelo concuerdan con el análisis metalográfico para el porcentaje de porosidad.

*Escritura de Tesis y reporte técnico final para la empresa.

En esta metodología propuesta se enfatizan los pasos y procedimiento en general para optimizar un proceso de fundición, que sugerido por algunos autores referenciados en el capítulo 3 y 4 se pueden tomar para proponer en un proceso de ZAMAK ya que cada aleación de metal se comporta de manera diferente y lo que muchos autores sugieren es a través de modelos empíricos obtener resultados que satisfagan los efectos y resultados deseados.

6. APLICACIÓN Y RESULTADOS

Como se mencionó en el capítulo anterior, la metodología se propone desde un plano general, para lo cual en este capítulo se prosigue a mostrar la aplicación paso a paso en el caso de estudio.

Enseguida de desplegar la aplicación de la metodología en todos sus pasos, se prosigue a mostrar los resultados obtenidos para cada diseño experimental y posteriormente a discutir sus resultados.

6.1 Encontrar la región definida aplicando conceptos metalúrgicos.

Preparación metalográfica de piezas

El procedimiento que se siguió para preparar las piezas metalográficamente y equivale al paso 2 de la metodología es el siguiente:

Se hizo corte en la sección transversal de la pieza, donde se localizaba la porosidad o rechupe, como se muestra en la Figura 15. El corte se realizó con la máquina BUEHLER METASERV. En seguida se preparó la superficie para su análisis metalográfico para medir el porcentaje de porosidad en área, con 2 repeticiones al azar por parámetro evaluado.



Figura 15.- Piezas analizadas.

Se realizó el corte donde se localizaba el rechazo, el cual se encuentra señalado con la flecha y encerrado en círculo, la línea roja punteada señala dónde fue cortada la pieza.

A continuación se muestran los pasos para preparar las piezas que fueron analizadas en microscopio óptico:

- a) Desbaste, las piezas fueron desbastadas empleando lijas de SiC de diferentes granulometrías (320-2400) para obtener una superficie plana, la máquina que se utilizó al igual que para el pulido es el modelo STRUERS LABOPOL-2.
- b) Pulido, la pieza una vez que se cortó como antes mencionado y se retiró la estructura tubular que sostiene la masa de ZAMAK, se dio el tratamiento de pulido en la máquina STRUERS LABOPOL-2, para obtener una superficie uniforme que pudiera ser analizada en microscopio, además se utilizaron alúmina coloidal y sílice como medios abrasivos.
- c) El ataque químico se realizó según la norma ASTM E7, utilizando ácido fluorhídrico al 0.5 % en volumen (2 ml de HF en 98 ml de agua destilada) con una inmersión de aproximadamente 5 segundos a temperatura ambiente. Después las muestras fueron limpiadas y secadas con alcohol etílico. En la Figura 16 se muestra el aspecto final de las piezas analizadas.

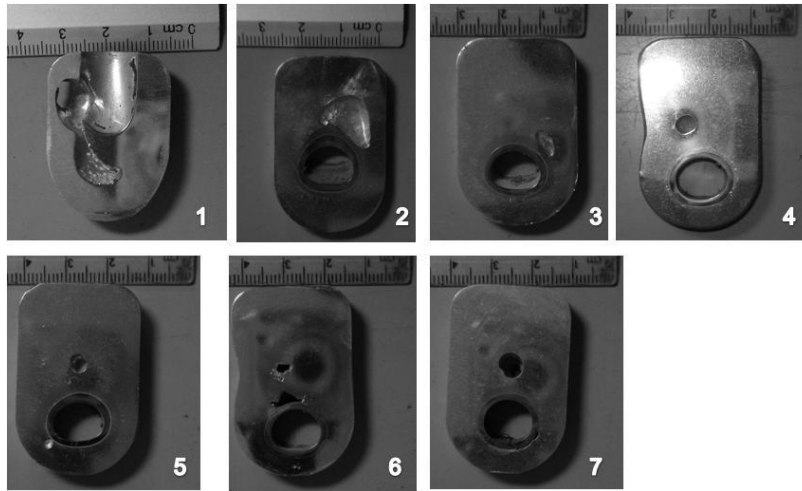


Figura 16.- Aspecto final de las piezas analizadas.

La pieza 1 tiene rechazo por porosidad, la pieza 2 por contracción, la pieza 3 por contracción, la pieza 4 por rechupe, la pieza 5 por contracción, la pieza 6 rechupe y pieza 7 por contracción.

- d) En cuanto a la medición de porcentaje en área de porosidad, esta fue medida en el microscopio Olympus Vanox AHMT3 que se muestra en la Figura 17, usando el software Image Pro Plus versión 6.



Figura 17.- Analizador de imágenes Olympus Vanox AHMT3 utilizado en la investigación.

6.2 Experimentar en la región definida

Mediante la toma de piezas vaciadas en molde permanente, se caracteriza el acabado superficial y la micro-estructura hasta obtener en forma definitiva piezas libres de defectos tales como los mencionados anteriormente. Se utiliza un diseño factorial aumentado con puntos centrales y axiales para formar un diseño central compuesto mostrado en las tablas Tabla 5 y Tabla 6, **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** las muestras obtenidas se analizan mediante análisis químico instrumental y microscopía óptica metalográfica como se mostró en la sección anterior y equivale al paso 2 de la metodología propuesta.

Por su alcance, el proyecto se realiza en dos etapas, las cuales se describen a continuación.

- 1) Realización de pruebas de fusión y vaciado de lotes de piezas vaciadas en molde permanente, estudiando el efecto de temperatura de la aleación líquida, temperatura del molde y velocidad de inclinación del molde, sobre la calidad macro y microscópica de las piezas obtenidas. Al final de esta etapa se elabora un primer reporte parcial de avance.
- 2) Análisis de microestructura y elaboración de un posible manual de defectos completamente identificados, con sus causas y medidas de corrección. Al final de esta etapa se elabora un segundo reporte parcial de avance. Análisis y discusión de resultados y elaboración de reporte final.

Como fue discutido en el capítulo 4 sección 9.2 y 9.3, se emplea un diseño factorial 2^4 que enseguida se aumenta con puntos axiales y centrales para completar una superficie de respuesta, para esto se proponen los siguientes parámetros y niveles:

- Temperatura del metal líquido: 2 niveles; 390 - 415 °C.
- Temperatura del molde: 2 niveles; 210 - 250 °C

- Velocidad de inclinación del molde: 2 niveles; 3°/seg - 5.3°/seg.
- Composición química del aluminio: 2 niveles; 3.5 % - 4.75 %.

En los experimentos se mantendrán constantes los valores de los siguientes factores:

- Peso de la muestra
- Tipo y dimensiones del molde
- Composición química de la aleación en sus demás componentes (Cu, Mg, Pb, Cd, Sn, Fe y Zn)

Los experimentos descritos en esta metodología podrán servir para determinar la relación que existe entre las condiciones de operación como las arriba descritas y la aparición de defectos en las piezas, lo que podrá servir para definir el comportamiento global del proceso de obtención de piezas de aleación de ZAMAK 3 en ALBRONSA, S.A. de C.V.

6.2.1 Resultados de la Experimentación

Una vez definida la región en la cual se llevó a cabo la experimentación, los resultados fueron analizados en diferentes métodos estadísticos, para este caso en específico se realizó un diseño factorial, una superficie de respuesta y además se alimentó con los valores obtenidos en el diseño central compuesto una red neuronal con base radial.

A continuación se describen los resultados obtenidos para cada herramienta estadística y la discusión se lleva a cabo más adelante.

Diseño Factorial 2⁴.

Los datos experimentales del diseño factorial 2⁴ se analizaron con el software MINITAB versión 15. En la Tabla 5 se muestran los datos obtenidos de la

experimentación del diseño factorial con las respuestas obtenidas, en este caso la porosidad se toma como la variable “y”.

Tabla 5.- Resultados para la región experimental factorial 2^4

Orden Corrida	Temperatura Metal ° C	Temperatura Molde °C	Velocidad de Inclinación °/seg	Porcentaje de Al %	Porcentaje de Porosidad %
1	390	210	3	3.5	0.0098
2	415	210	3	3.5	0.0053
3	390	250	3	3.5	0.0109
4	415	250	3	3.5	0.0073
5	390	210	5	3.5	0.0089
6	415	210	5	3.5	0.0077
7	390	250	5	3.5	0.0088
8	415	250	5	3.5	0.0101
9	390	210	3	4.8	0.0070
10	415	210	3	4.8	0.0075
11	390	250	3	4.8	0.0046
12	415	250	3	4.8	0.0096
13	390	210	5	4.8	0.0094
14	415	210	5	4.8	0.0050
15	390	250	5	4.8	0.0055
16	415	250	5	4.8	0.0064

Superficie de Respuesta.

Enseguida de realizar el diseño factorial se prosiguió a completar un diseño central compuesto, para de esta manera explorar la región tanto del centro del cubo, como fuera de él, por lo que al tener 16 corridas se aumento a 31, para el diseño central compuesto se corrieron 15 experimentos más, explorando ésta región que el diseño factorial por su alcance no completa.

En la Tabla 6 se muestran todas las corridas aleatorizadas que se llevaron a cabo para el diseño central compuesto, de igual manera el porcentaje de porosidad es la respuesta evaluada. En este caso los 15 experimentos están incluidos en esta tabla al igual que los ya mostrados anteriormente por el diseño factorial 2^4 .

De manera similar, los datos se alimentaron al software MINITAB para realizar el análisis estadístico y obtener resultados y modelo de predicción.

Tabla 6.- Corridas realizadas para un diseño central compuesto para ajustar una Superficie de Respuesta.

Orden Corrida	Temperatura metal líquido °C	Temperatura del molde °C	Velocidad de inclinación °/seg	Porcentaje de aluminio %	Porcentaje de porosidad %
1	390	210	5	3.5	0.0090
2	390	210	5	4.8	0.0094
3	403	230	3	4.1	0.0045
4	403	230	5	4.1	0.0586
5	415	210	3	3.5	0.0053
6	390	250	3	3.5	0.0338
7	403	230	4	4.1	0.0045
8	390	210	3	3.5	0.0109
9	403	230	4	3.5	0.0075
10	415	250	5	4.8	0.0064
11	390	250	5	3.5	0.0088
12	403	230	4	4.1	0.0074
13	415	210	3	4.8	0.0075
14	415	250	3	4.8	0.0101
15	415	250	5	3.5	0.0137
16	390	210	3	4.8	0.0070
17	403	230	4	4.1	0.0194
18	403	230	4	4.1	0.0048
19	403	210	4	4.1	0.0054
20	415	210	5	3.5	0.0077
21	415	250	3	3.5	0.0073
22	390	250	3	4.8	0.0046
23	415	230	4	4.1	0.0091
24	403	230	4	4.1	0.0052
25	415	210	5	4.8	0.0050
26	403	230	4	4.1	0.0049
27	403	250	4	4.1	0.0106
28	403	230	4	4.8	0.0071
29	390	250	5	4.8	0.0114
30	403	230	4	4.1	0.0082
31	390	230	4	4.1	0.0105

6.3 Modelado

Una vez obtenidos los resultados en la experimentación, se procede al análisis estadístico formal, que como se discute en la sección 4, existen técnicas estadísticas para determinar si el modelo obtenido con los diseños de experimentos son adecuados para el proceso estudiado o no.

Diseño Factorial 2⁴.

Analizando los datos obtenidos del software MINITAB para este diseño factorial se obtuvieron los siguientes resultados que se muestran en la Tabla 7 como una tabla del análisis de la varianza (ANOVA), donde se logra observar las pruebas del estadístico F para interacciones entre variables.

Tabla 7.- Análisis de varianza para Porcentaje de Porosidad (unidades codificadas)

Fuente	GL	SC sec.	SC ajust.	MC ajust.	F	P
Efectos principales	4	0.00001452	0.00001452	0.00000363	118.17	0.069
2-Interacciones de (No.)	6	0.00002297	0.00002297	0.00000383	124.65	0.068
3-Interacciones de (No.)	4	0.00002181	0.00002181	0.00000545	177.51	0.056
Error residual	1	0.00000003	0.00000003	0.00000003		
Total	15	0.00005933				

En esta Tabla 7 para el análisis de la varianza, se puede observar que en el valor de “p” en ninguno de sus tres fuentes de variación resulta ser significativo, al no cumplir con la probabilidad de al menos 0.05 %. Sin embargo dada la teoría del capítulo 4 sección 9.2 nos dice que este tipo de pruebas son globales, por lo que se debe proceder a revisar el estadístico t para conocer cada efecto por separado cómo afecta en el modelo de regresión, así como también en sus interacciones.

Como se menciona anteriormente, las pruebas del estadístico t de normalidad se muestran en la Tabla 8, donde se observa a detalle para cada variable su prueba y el error, como también para la interacción entre 2 y entre 3 variables.

Tabla 8.- Pruebas de normalidad del estadístico t para el diseño factorial 2^k

Término	Efecto	Coef	Coef. de EE	T	P
Constante		0.007739	0.000044	176.64	0.004
Temp Metal °C	-0.00074	-0.00037	0.000044	-8.44	0.075
Temp Molde °C	0.000342	0.000171	0.000044	3.9	0.16
Vel Inc °/ seg	0.000013	0.000006	0.000044	0.14	0.909
% Al	-0.001722	-0.000861	0.000044	-19.65	0.032
Temp Metal*Temp Molde	0.001637	0.000818	0.000044	18.68	0.034
Temp Metal*Vel Inc	-0.00009	-0.000045	0.000044	-1.03	0.491
Temp Metal*% Al	0.00125	0.000625	0.000044	14.26	0.045
Temp Molde*Vel Inc	-0.000365	-0.000183	0.000044	-4.17	0.15
Temp Molde*% Al	-0.001017	-0.000508	0.000044	-11.6	0.055
Vel Inc*% Al	-0.000572	-0.000286	0.000044	-6.53	0.097
Temp Metal*Temp Molde*Vel Inc	0.000287	0.000143	0.000044	3.27	0.189
Temp Metal*Temp Molde*% Al	0.000805	0.000402	0.000044	9.18	0.069
Temp Metal*Vel Inc*% Al	-0.002165	-0.001083	0.000044	-24.71	0.026
Temp Molde*Vel Inc*% Al	-0.000186	-0.000093	0.000044	-2.12	0.28

En esta Tabla 8 se observa que para la significación de efectos, variable a variable e interacciones, los principales y que deben incluirse en el modelo de regresión, dada la discriminación del valor de “p”, son todos aquellos valores menores al 0.05, en este caso: el porcentaje de aluminio, la interacción de la temperatura del metal y del molde, la temperatura del metal y el porcentaje de aluminio, y en su interacción de 3 variables, la temperatura del metal velocidad de inclinación y porcentaje de aluminio.

Para este diseño analizado en el software MINITAB, se obtuvieron los siguientes resultados de los valores de residuales y coeficientes de determinación, los coeficientes se muestran en la Tabla 9 que nos ayudan en la obtención del modelo de regresión, la descripción del problema para los valores de R así como ajustes y predicciones.

S = 0.000175253	PRESS = 7.862663E-06	R²= 99.95%	R² (predicción) = 86.75%	R² (ajuste) = 99.22%
---------------------------	--------------------------------	---------------------------------	---	---

Tabla 9.- Coeficientes de regresión correspondientes a cada variable y su interacción

Término	Coeficiente
Constante	0.081844
Temperatura Metal	-2.43E-04
Temperatura Molde	0.00388894
Velocidad Inclinación	-0.155323
Porcentaje Aluminio	0.0083756
Temp Metal*Temp Molde	-9.42E-06
Temp Metal*Vel Inc	0.00037928
Temp Metal*% Al	-1.22E-05
Temp Molde*Vel Inc	-1.82E-04
Temp Molde*% Al	-0.00105029
Vel Inc*% Al	0.0495885
Temp Metal*Temp Molde*Vel Inc	4.98E-07
Temp Metal*Temp Molde*% Al	2.58E-06
Temp Metal*Vel Inc*% Al	-1.20E-04
Temp Molde*Vel Inc*% Al	-6.47E-06

Considerando que la R-cuadrada y la R-cuadrada (ajustada) son mayores al 80%, concluyendo que el modelo de regresión describe adecuadamente el proceso de fundición. Además, el valor de la R-cuadrada de predicción 99.95%, sugiere que el modelo es adecuado para realizar predicciones acerca del proceso y por consecuencia es adecuado para realizar la optimización.

De estos coeficientes mostrados anteriormente se forma la ecuación de regresión lineal, que está dada por cada variable, y sus interacciones entre 2 y 3 variables (x), y se muestra en la ecuación (62).

$$y = 0.081844 - 0.000243x_1 + 0.00388894x_2 - 0.155323x_3 + 0.0083756x_4 - 9.42E - 06x_1x_2 + 0.00037928x_1x_3 - 1.22E - 05x_1x_4 - 1.82E - 04x_2x_3 - 0.00105029x_2x_4 + 0.0495885x_3x_4 + 4.98E - 07x_1x_2x_3 + 2.58E - 06x_1x_2x_4 - 1.20E - 04x_1x_3x_4 - 6.47E - 06x_2x_3x_4 \quad (62)$$

Enseguida de obtener dichas ecuaciones y tablas se observa en los efectos principales de cada variable e interacciones los siguientes datos, que se muestra en la Figura 18.

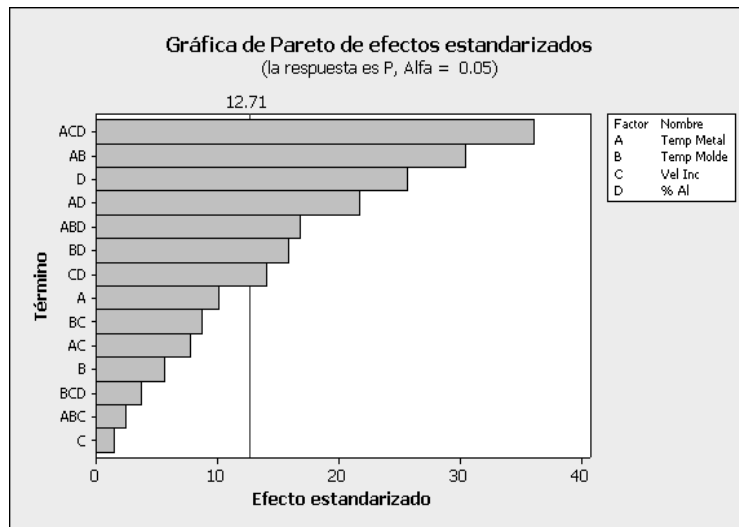


Figura 18.- Grafica de Pareto para los efectos principales del diseño 2^k

Finalmente se observa que para los efectos principales la interacción entre la temperatura del metal, velocidad de inclinación y el porcentaje de aluminio resulta ser de gran importancia para el modelo de regresión, lo cual describe los fenómenos intervenidos en el proceso como lo son la química y física ayudan a entender mejor lo que la estadística arroja. En este caso la reacción de la pieza al solidificar a temperatura ambiente trae por consecuencia las contracciones o poros, el aluminio es de importancia pues ayuda a que el metal líquido fluya y por su morfología (cúbica) a que las cavidades se llenen con mayor facilidad, es por esto que la temperatura del metal líquido debe conservarse siempre en niveles en los que ayude a fluir mejor y llenar el molde; también la velocidad de inclinación pues la gravedad es la fuerza que ayuda a que el metal líquido llene la cavidad. Lo cual ayuda a describir en cuanto a efectos principales, el porqué la temperatura de metal y de molde son significativos, esto es debido también a la física y química del proceso, pues la temperatura del molde ayuda a que el gas atrapado en la pieza logre escapar conforme ésta solidifica. Y lo anterior también explica por qué de los efectos principales individuales el porcentaje de aluminio resulta ser el más

significativo, y en interacción con la mayoría, al ser la parte elemental de la química del proceso.

Superficie de Respuesta

Enseguida se muestra en la Tabla 10 el análisis de la varianza (ANOVA) para las pruebas del estadístico F con las interacciones entre variables, y se muestran para las interacciones cuadráticas de igual manera.

Tabla 10.- Análisis de varianza para Porcentaje de Porosidad (unidades codificadas)

Fuente	GL	SC	Sec.	SC Ajust.	MC Ajust.	F	P	
Regresión	14	0.000066		0.000066		0.000005	2.31	0.105
Lineal	4	0.000006		0.000007		0.000002	0.9	0.502
cuadrado	4	0.000039		0.000039		0.00001	4.72	0.025
interacción	6	0.000022		0.000022		0.000004	1.77	0.212
Error residual	9	0.000018		0.000018		0.000002		
Falta de ajuste	7	0.000018		0.000018		0.000003	52.91	0.019
Error puro	2	0		0		0		
Total	23	0.00008						

En esta tabla se observa la fuente de variación para el modelo cuadrático completo, como se concluyo anteriormente para el modelo del diseño factorial, dado el 95 % de confiabilidad para cada fuente, la forma cuadrática es la única que cumple con este valor de “p” menor al 0.05, el cual indica que para el modelo es significativo, y en cuanto a la regresión, se debe observar con las pruebas del estadístico t para saber si en verdad es significativo para nuestro modelo algún efecto individual, ya que con esta prueba sólo se conoce de manera general la fuente de variación del modelo.

Para la prueba de significancia de efectos principales en términos de regresión, se muestran los siguientes datos en la Tabla 11.

Tabla 11.- Pruebas de normalidad del estadístico t para el diseño central compuesto.

Término	Coficiente	SE Coeficiente	T	P
Constante	0.004936	0.000827	5.971	0
Temperatura del Metal °C	-0.000323	0.000358	-0.902	0.39
Temperatura del Molde °C	0.000203	0.000358	0.567	0.584
Velocidad de Inclinación °/seg.	-0.000024	0.000292	-0.082	0.937
Porcentaje de Al %	-0.000458	0.000292	-1.569	0.151
Temp Metal*Temp Metal	0.001197	0.00045	2.657	0.026
Temp Molde*Temp Molde	0.001071	0.000677	1.581	0.148
Vel Inc*Vel Inc	-0.00011	0.000327	-0.338	0.743
%Al*%Al	0.000591	0.000327	1.808	0.104
Temp Metal*Temp Molde	0.000778	0.000358	2.173	0.058
Temp Metal*Vel Inc	-0.000141	0.000358	-0.395	0.702
Temp Metal*%Al	0.000541	0.000358	1.513	0.165
Temp Molde*Vel Inc	-0.000305	0.000358	-0.852	0.416
Temp Molde*%Al	-0.000381	0.000358	-1.065	0.314
Vel Inc*%Al	-0.000451	0.000358	-1.261	0.239

En este caso es posible observar que no existen efectos principales significativos, ya que la probabilidad de que dentro del modelo de regresión al no ser menor al 0.05% indica que el valor o coeficiente equivaldrá a 0 (cero), por otro lado dentro de las interacciones teniendo valores que si cumplen con esta prueba de significación como la temperatura del metal en su forma cuadrática y la temperatura del metal y del molde en su interacción doble, lo que lleva a la concluir que es necesario incluir un modelo adicional.

De manera similar, los datos se alimentaron al software MINITAB y a continuación se muestran los datos obtenidos de los residuales, predicción y ajuste para el modelo cuadrático que ajusta la superficie de respuesta:

S = 0.00143159	PRESS = 0.0	R²= 78.21%	R² (predicción) = 0.00%	R² (ajuste) = 44.33%
--------------------------	-----------------------	---------------------------------	--	---

En este particular caso, se observa que los coeficientes de determinación no son superiores al 80 % para poderlos considerar confiables, e incluso el valor de predicción es 0, lo que dice que la variación total del proceso no está siendo

explicada por el modelo, existen valores dentro del modelo cuadrático completo que deberían retirarse y si se quiere hacer pruebas de validación este modelo obtenido no garantiza que los resultados sean confiables.

Para poder formar la ecuación producto de los coeficientes de regresión se tiene la Tabla 12, en dónde se observan los datos que alimentan la ecuación cuadrática que ésta se muestra enseguida de la tabla.

Tabla 12.- Coeficientes de regresión con sus variables e interacciones

<i>Término</i>	<i>Coefficiente</i>
Constante	1.7572
Temperatura del Metal	-0.00715205
Temperatura del Molde	-0.00229309
Velocidad de Inclinación	0.010271
Porcentaje de Al	-0.0314836
Temp Metal*Temp Metal	7.66E-06
Temp Molde*Temp Molde	2.68E-06
Vel Inc*Vel Inc	-8.34E-05
%Al*%Al	0.00151242
Temp Metal*Temp Molde	3.11E-06
Temp Metal*Vel Inc	-9.84E-06
Temp Metal*%Al	6.93E-05
Temp Molde*Vel Incl	-1.33E-05
Temp Molde*%Al	-3.05E-05
Vel Inc*%Al	-6.28E-04

Enseguida se muestra la ecuación (63) en la que se vacían estos coeficientes:

$$\hat{y} = 1.7572 - 0.00715205x_1 - 0.00229309x_2 + 0.010271x_3 - 0.0314836x_4 + 7.66E - 06x_1^2 + 2.68E - 06x_2^2 - 8.34E - 05x_3^2 + 0.00151242x_4^2 + 3.11E - 06x_1x_2 - 9.84E - 06x_1x_3 + 6.93E - 05x_1x_4 - 1.33E - 05x_2x_3 \pm 3.05e - 05x_2x_4 - 6.28E - 04x_3x_4 \quad (63)$$

Red Neuronal Base Radial (RBF)

Enseguida de obtener los datos que completan la superficie de respuesta no se realizó más experimentación, ya que la estimación de parámetros en la RBF es similar a la obtención del modelo cuadrático completo, se procedió a alimentar los datos del diseño central compuesto, únicamente se realizó un análisis de significancia de efectos y se procedió a correr la RBF únicamente con 3 efectos manteniendo constante la velocidad de inclinación, de la misma manera se observó que la variación que no puede explicar el modelo cuadrático completo de la superficie se encuentra en los puntos centrales, por lo que al final se utilizaron sólo 22 corridas y no las 31 del central compuesto. Los siguientes datos son los coeficientes de determinación para el modelo obtenido con la RBF.

S = 0.00112377	PRESS = 0.0000358641	R²= 76.3%	R² (predicción) = 62.68%	R² (ajuste) = 72.4%
--------------------------	--------------------------------	--------------------------------	---	--

De esta manera se observa que el modelo que se obtiene con la RBF tiene mejores valores que la superficie de respuesta, el coeficiente de determinación se obtuvo con un porcentaje de 76.3 y el ajustado con 72.4% por lo que los efectos principales que se eligieron para el modelo son adecuados, ahora si se considera la predicción, sólo que debido a que no alcanza un valor por lo menos igual al 70-75% se tienen que realizar pruebas posteriores en planta para determinar si en verdad los valores que arroja la optimización son lo que se refleja en el proceso de fundición.

En la Tabla 13 se muestran las pruebas de significación para el modelo de regresión:

Tabla 13.- Pruebas individuales (estadístico t) para la RBF.

Predictor	Coefficiente	Coefficiente de EE	T	P
Constante	0.0045879	0.0003997	11.48	0
Temperatura del Metal °C	0.00047897	0.00006759	7.09	0
Temperatura del Molde °C	-0.006838	0.001018	-6.72	0
Porcentaje de Aluminio %	0.0021445	0.000301	7.12	0

De esta manera se obtienen valores por debajo de la probabilidad de falla (0.05%), lo que indica que en este modelo todos los efectos deben incluirse y no afectan o hacen 0 (cero) al coeficiente o constante.

El modelo o función objetivo que se obtuvo con la RBF se muestra en la ecuación (64).

$$y = 0.00459 + 0.000479 x_1 - 0.00684 x_2 + 0.00214 x_3 \quad (64)$$

Una vez obtenidos los modelos a través de los diferentes diseños y la RBF, el paso 5 que corresponde a la optimización es la parte siguiente.

6.4 Optimización

En la parte de la optimización, cada modelo obtenido se toma como función objetivo y basado en la sección 9.5 del capítulo 4 para los diferentes métodos de optimización se obtienen los resultados para las variables tomadas en cuenta (x) y la respuesta (y).

Modelo para el Diseño Factorial 2^4 .

Una vez realizado el análisis de los datos que arroja la estadística se prosiguió a completar la optimización del modelo de regresión con los datos del diseño factorial 2^4 los cuales se muestran en la siguiente Tabla 14:

Tabla 14.- Parámetros y respuesta sugeridos por la función de deseabilidad con una conveniencia del 95.3638 %.

Temperatura Metal ° C	Temperatura Molde °C	Velocidad Inclinación %/seg.	AI %	Porcentaje de Porosidad %
390	250	3	4.75	0.0046

Estos datos fueron obtenidos utilizando la función de deseabilidad, misma que se utiliza para el modelo cuadrático completo.

Modelo cuadrático completo (Superficie de Respuesta)

Los datos sugeridos por la función de deseabilidad para el modelo cuadrático completo se muestran en la Tabla 15 a continuación:

Tabla 15.- Parámetros y respuesta sugeridos por la función de deseabilidad con una conveniencia del 92.609 % para el modelo cuadrático completo.

Temperatura Metal ° C	Temperatura Molde °C	Velocidad Inclinación °/seg.	AI %	Porcentaje de Porosidad %
400.101	250	3	4.75	0.0037

Debido a que en este caso por los valores de coeficientes de determinación obtenidos para este modelo no son adecuados se decide aplicar otro método de estimación de parámetros a partir del diseño ya planteado, el cual se discute a continuación. Para este caso la validación se corrió únicamente al vaciar las piezas con estos parámetros y a nivel superficial se encontraron poros y contracciones, lo cual indica que el modelo de predicción en efecto no es adecuado para describir el proceso (ver discusión, Figura 20).

Modelo para la Red Neuronal Base Radial

Enseguida de verificar el modelo, efectos principales y análisis de regresión se procede a optimizar este modelo, que, como se discute en el capítulo 4 sección 9.5 se toma como parámetros de programación para el GA una probabilidad de mutación de 0.1, probabilidad de cruce de 0.9, y una representación o resolución en 16 bits para 300 individuos y 50 generaciones. Los datos que sugiere el algoritmo genético para la optimización se muestran en la Tabla 16:

Tabla 16.- Parámetros y respuesta sugeridos por el Algoritmo Genético.

Temperatura Metal ° C	Temperatura Molde °C	Velocidad Inclinación °/seg.	AI %	Porcentaje de Porosidad %
392.578012	203.099565	3	4.42233158	0.000087

Los datos que alimentaron la RBF fueron los mismos utilizados para el diseño central compuesto, y debido al análisis de significancia de efectos principales se demostró que la variable velocidad de inclinación no es significativa para el

modelo, por lo que para obtener un mejor ajuste se prosiguió a eliminarla del modelo, siendo así; se mantuvo constante la velocidad de inclinación como lo sugirió la función de deseabilidad para el modelo de regresión obtenido con el diseño factorial.

6.5 Validación en campo y análisis micro estructural

Modelo para el Diseño Factorial 2⁴.

Con estos datos sugeridos por la función de deseabilidad se volvió a correr pruebas, en este caso para validar que lo que sugiere este método de optimización, por lo que la metodología se repite en su paso 3 y se completa el paso 6 de la metodología para llegar a las conclusiones finales. En la Tabla 17 se muestran los valores que arroja la validación al vaciar las piezas de nuevo con los parámetros dados por la función de deseabilidad y analizados metalográficamente.

Tabla 17.- Parámetros y respuesta de validación para la función de deseabilidad del modelo del diseño factorial.

Temperatura Metal ° C	Temperatura Molde °C	Velocidad Inclinación °/seg.	Al %	Porcentaje de Porosidad %
390	250	3	4.75	0.0018

En este caso es posible observar que validando los resultados que arrojaron el análisis químico instrumental y metalografías se cumplen los parámetros que sugiere la función de deseabilidad para el modelo del diseño factorial y concluyendo que el modelo de predicción es buen predictor y puede utilizarse para el proceso de ZAMAK.

Modelo para la Red Neuronal Base Radial

Como se menciona anteriormente, por los valores obtenidos de los coeficientes de determinación, los datos deben ser validados, lo cual se muestra en la Tabla 18:

Tabla 18.- Parámetros y respuesta de validación obtenidos con algoritmos genéticos para el modelo de la RBF.

Temperatura Metal ° C	Temperatura Molde ° C	Velocidad Inclinação °/seg.	Al %	Porcentaje de Porosidad %
392.578012	203.099565	3	4.42233158	0.0019

De esta manera se observa que la respuesta que arrojó el algoritmo genético optimizando el modelo de la RBF es muy pequeño, contrario a lo que el análisis químico instrumental y metalografías obtuvieron, sin embargo a nivel superficial no existe contracción y en línea de producción estas piezas no fueron rechazadas.

6.4 Discusión de Resultados

Resulta importante analizar los resultados para cada método o herramienta estadística, pues cuando se exploró en un inicio la región a optimizar resultaba muy marcada la tendencia entre variables, esto era; una temperatura del metal líquido entre 390°C – 415°C, una temperatura del molde de 210° - 250°C, una velocidad de inclinación de 30 segundos o 3 °/segundo, y que el aluminio juega un papel importante en el buen llenado de piezas, siendo su nivel en el rango de 4.2 % a 4.7%.

Ya obtenidos los resultados para cada diseño de experimentos, existen valores de los coeficientes de determinación (R^2) muy buenos, una descripción del problema del 99.95%, una predicción de lo que pueda suceder al validar los datos del 86.75% y en el ajuste de 99.22%. Lo que indica que nuestro modelo es bueno y los datos obtenidos al optimizar tienen mucha confianza.

Para la Superficie de Respuesta los valores de R^2 no son muy buenos, el modelo cuadrático no estima valores de predicción, el valor de R cuadrada es de 74.98 %, por lo que en la descripción del problema no se tiene la confianza

deseada, y el ajuste da un valor de 59.58%, indicando que el modelo si requiere ajuste, y que las variables consideradas no son las adecuadas, están afectando al modelo cuadrático completo.

Debido a que era necesario explorar la región central y axial del proceso, al considerar el modelo obtenido con la RBF el modelo encontrado resultó ser de gran ayuda, pues los valores de R^2 son adecuados, se describe el problema al 76.3%, la predicción es de 62.68% y el valor ajustado es de 72.4%, por lo que encontró valores que en la práctica debían ser validados, al no garantizar con valores mayores un mejor ajuste. Este modelo al validarse resultó ser bueno, y con la búsqueda global del GAs el valor que sugería la optimización, era incluso más bajo que los anteriores. Al realizar las pruebas de fusión y vaciado, el valor fue similar al encontrado por la función de deseabilidad, sin embargo en las piezas vaciadas para los valores sugeridos por el modelo, no se encontraron contracciones, lo que indica que el modelo funciona.

Al final, para las hipótesis planteadas al inicio de este documento (capítulo dos, sección 3), se identifica lo siguiente:

La optimización del proceso de ZAMAK 3 en molde permanente y por gravedad disminuye en 4 % como se muestra en la Figura 19:

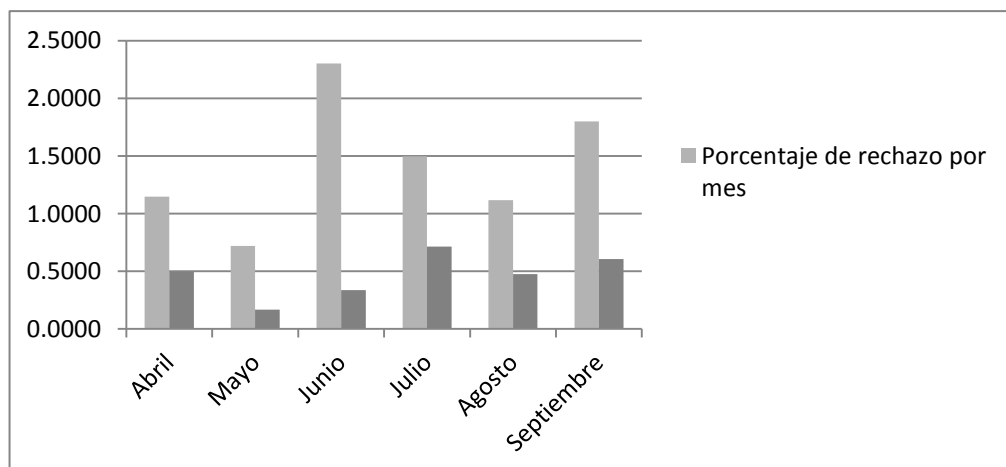


Figura 19.- Relación de rechazos por porosidad

Como se muestra en esta gráfica Figura 19, estos datos corresponden a la producción y rechazos presentados en 2013 en la planta de ALBRONSA. Se puede observar la disminución en rechazos correspondientes a porosidad, el total correspondiente a 3'788 piezas rechazadas por poros de los meses de Abril a Septiembre, de los cuales antes de implementar la optimización se tenían registros de 12'231 piezas rechazadas por porosidad. Este total de piezas rechazadas actualmente le corresponde un total de producción de 262'063 piezas, lo que equivale a en promedio 1.44% que corresponde al impacto que ahora presenta la porosidad para el proceso de vaciado de ZAMAK 3 en molde permanente y por gravedad. Tomando en cuenta el impacto que este rechazo causaba a la producción anteriormente, como se discute en el capítulo dos sección cinco, se presentaban rechazos que reflejaban el 5.44 % del total de piezas vaciadas, lo cual ahora equivale a una reducción del 4 % en rechazos por porosidad y satisfactoriamente se logró comprobar la hipótesis incluso reducir un porcentaje mayor a lo planteado de un inicio ya que la hipótesis aseguraba reducir un 2.5 % y se redujo al 4 %.

Como se mostró en los resultados obtenidos de este capítulo, sección tres, en cuanto a efectos principales para el proceso de vaciado de ZAMAK 3, resulta ser de gran importancia el porcentaje de Al, lo cual viene a responder de igual manera la hipótesis específica planteada en el capítulo dos, sección tres, que el porcentaje de Al tiene un efecto significativo en la obtención de piezas libres de poros. La tendencia encontrada para los efectos principales, se demuestra que, a mayor porcentaje de Al, la cantidad de poros disminuye, sin embargo se debe ser muy cuidadoso pues, porcentajes cercados al 5% determinan otra composición química para el ZAMAK y en este caso deja de corresponder a la denominación marcada para el #3, ahora correspondería a la denominación marcada por la norma ASM como la #5. Es por esto que el porcentaje correcto de Al debe fijarse en valores superiores a 4.4 % de aluminio y éste a su vez es un efecto significativo para el vaciado, ya que ayuda a que la aleación fluya

mejor por las cavidades del molde, incluso al solidificar, la aleación encuentra el equilibrio de fase entre existan menos impurezas de otros elementos como Cu, Mg y Fe.

Dicho lo anterior, los modelos empíricos resultan ser de gran ayuda y se demostró en este proyecto, ya que analizar modelos físicos que rigen estos procesos, en ocasiones son muy complejos, sin embargo cuando la toma de datos, planteamiento del diseño de experimentos y validación en piso se llevan de manera adecuada, pueden funcionar estos modelos de predicción. El análisis resulta elemental, pues se tiene que empatar lo que la teoría sugiere para cada fenómeno, y lo que las pruebas estadísticas arrojan.

Al final el modelo de predicción obtenido con el diseño factorial 2^4 resultó el que mejor predicción arrojó y que por consecuencia debe de emplearse en el proceso de fundición. Sin embargo se sugiere que como trabajo a futuro se manejen valores en forma de intervalos de confianza, pues un problema que se encontró al validar en piso, y pedir que se utilizaran estos valores numéricos sugeridos por las diferentes técnicas de optimización, fue que no es posible dada la variación del proceso. Mantener un horno a una sola temperatura, y mantener con un soplete la temperatura de un molde es complicado para adecuarse en el proceso. Esto lleva a concluir que posterior a estos resultados es de suma importancia realizar un análisis de sensibilidad o calibración de la regresión de tal manera que los valores encontrados para cada variable x se les aplique un intervalo de confianza, en el cual se encuentren los menos defectos posibles, tomando como respuesta (y) la porosidad.

Por otro lado es necesario destacar que los datos que arrojan las metalografías para la medición microestructural de la pieza vaciada de ZAMAK refieren a un problema principalmente de control de variables, dicho esto, conociendo los fenómenos físicos, o en este caso metalúrgicos se puede reducir de manera

significativa la aparición de poros o contracciones al momento de solidificar la pieza.

El porcentaje de porosidad en área se puede reflejar en la densidad de las piezas producidas y por lo tanto se puede tomar como un parámetro de control de calidad.

En las figuras Figura 20 y Figura 21 se observa de manera macro estructural la aparición de poros y también dónde ya no fueron encontrados.

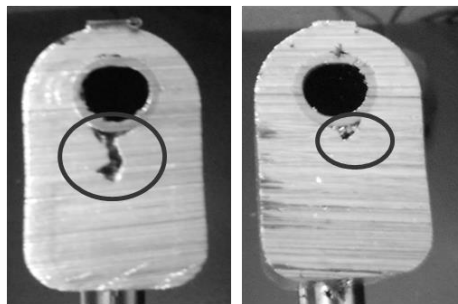


Figura 20.- Validación de piezas ZAMAK con el diseño central compuesto

En la Figura 20, se observa la aparición de poros y contracciones lo cual indica que el control de variables no fue el adecuado para la superficie de respuesta, sin embargo para los valores obtenidos con la optimización de los modelos restantes se observan en la Figura 21, no se encontraron contracciones ni porosidades.

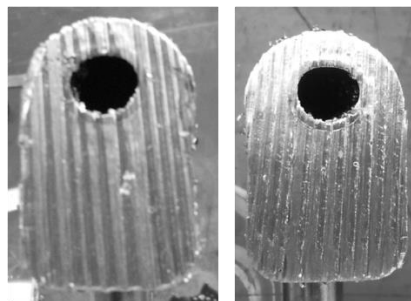


Figura 21.- Validación de piezas ZAMAK con el diseño factorial 2^4 .

En la validación del modelo de predicción obtenido con el diseño factorial, se observa que la aparición de poros no fue localizada de manera visual, para lo que se procedía a validar lo que el análisis de micro estructura óptica arrojaba. Incluso para la el proceso, la forma de discriminar el rechazo de una pieza o aceptarla es de manera visual, lo cual indicaba que la pieza estaba en buenas condiciones.

En la Figura 22, se observan imágenes tomadas a 100 aumentos con el microscopio óptico de piezas con porosidad y después de la validación, dónde ya no se localizaban a nivel micro estructural las contracciones:

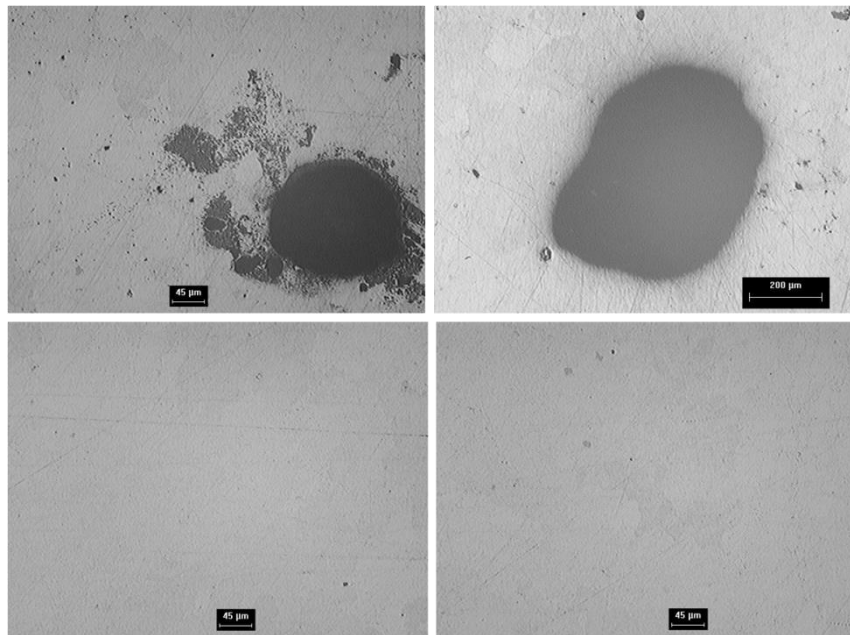


Figura 22.- Piezas de ZAMAK tomadas a 100 x con microscopio óptico.

De esta manera se concluye que de manera micro y macro estructural ya no se encontraron poros, en la Figura 22, en la parte superior es evidente que las 2 imágenes se localizan poros, sin embargo para las imágenes inferiores los poros son mínimos y por campo analizado (33, cuando menos) en ocasiones no se apreciaban por lo diminuto de éstos.

7. CONCLUSIONES

A través del desarrollo de la presente investigación se llegó a las siguientes conclusiones.

1. Mediante la implementación de herramientas estadísticas se concluyó que los parámetros involucrados en el proceso de fundición de ZAMAK tales como temperatura del metal líquido, temperatura del molde, velocidad de inclinación y porcentaje de aluminio; tienen un efecto significativo sobre la aparición de porosidad en piezas vaciadas en molde permanente y por gravedad.
2. De estos parámetros, la interacción entre la temperatura del metal líquido y porcentaje de aluminio; la temperatura del metal líquido, la velocidad de inclinación y el porcentaje de aluminio; son las más importantes, lo cual se concluyó considerando los resultados de la prueba de hipótesis realizada al 95% de confianza (prueba de significancia de factores), midiendo como respuesta la porosidad.
3. Mediante la optimización se concluyó que los parámetros de proceso adecuados son: la temperatura del metal líquido a 390 °C, la temperatura del molde a 250 ° C, la velocidad de inclinación a 30 seg (3 °/seg) y el porcentaje de aluminio en 4.75%, con lo cual se logró reducir el porcentaje de rechazo un 4%.
4. Los modelos empíricos obtenidos con el diseño factorial 2^4 y la RBF resultaron describir y predecir mejor el proceso de vaciado de ZAMAK 3 en molde permanente y por gravedad, al validarse en campo y analizar macro y micro estructuralmente las piezas vaciadas.

8. BIBLIOGRAFÍA

- Al-qawabah Safwan M. Investigation of roller burnishing on ZAMAK 5 cast alloy alloyed by copper. INDUSTRIAL LUBRICATION AND TRIBOLOGY Volume: 63 Issue: 6 Pages: 399-403.
- Ares A.E.; Gassa L.M.; Gueijman S.F.; et al. Correlation of thermal, tensile and corrosion parameters of Zn-Al alloys with columnar, equiaxed and transition structures. Shape Casting: 3rd International Symposium 2009 Location: San Francisco, CA, USA Date: 15-19 Feb. 2009, Pages: 149-156.
- Ares A.E.; Gatti I.P.; Gueijman S.F.; et al. Cockcroft S.L.; Maijer D.M. Mechanical properties of zinc - aluminum alloys versus structural and thermal parameters. XII International Conference on Modeling on Casting, Welding and Advanced Solidification Processes. Vancouver, BC, Canada, 7-14 June 2009. Pp. 659-666.
- ASM Handbook Formerly Ninth Edition, Metals Handbook, Volume 15 Casting; "Die Casting", pp. 286-295.
- Asqueland Donald R., Pradeep P. Phulé, Fourth Edition "The Science and Engineering of Materials" Ed. Thomson-Engineering.
- Cadirli Cedil E.; Sahin Cedil M. Investigation of mechanical, electrical, and thermal properties of a Zn-1.26 wt% Al alloy. Journal of Materials Science Volume: 46 Issue: 5 Pages: 1414-1423.
- Cao C.; Liu H. J.; Hao Y. Rapid fabricating process of zinc alloy moulds based on vacuum casting process. INTERNATIONAL JOURNAL OF CAST METALS RESEARCH Volume: 22 Issue: 6 Pages: 411-416, DEC 2009.
- Castaño T. E. y Domínguez D. J. (2010). Diseño de Experimentos Estrategia y Análisis en Ciencia y Tecnología. U. A. Q., CIMAT, México.

- Çuvalcı • H.; Çelik H. Investigation of the abrasive wear behavior of ZA-27 alloy and CuSn10 bronze. *Journal of Materials Science* Volume: 46 Issue: 14 Pages: 4850-7.
- Chuang Yang; Li B.S.; Ren M.X.; et al. Studies of microstructures made of Zn-Al alloys using micro casting. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology* Volume: 46 Issue: 1-4 Pages: 173-178, Jan. 2010.
- Derringer, G., and Suich, R., (1980), "Simultaneous Optimization of Several Response Variables," *Journal of Quality Technology*, 12, 4, 214-219.
- Dieter George E. "Mechanical Metallurgy", Third Edition, Pages. 326-327
- Engin S.; Boyuk U.; Kaya H. Directional solidification and physical properties measurements of the zinc-aluminum eutectic alloy". ; et al. *INTERNATIONAL JOURNAL OF MINERALS METALLURGY AND MATERIALS* Volume: 18 Issue: 6, Pages: 659-664.
- Gao Cunzhen; Yang Dixin; Xie Jingpei; et al. Processing Optimization of Large Zn Based Alloy Bearing Bush. *Special Casting & Nonferrous Alloys* Volume: 30 Issue: 7 Pages: 617-20, July 2010.
- Gobien J. M.; Scattergood R. O.; Goodwin F. E.; et al. Mechanical behavior of bulk ultra-fine-grained Zn-Al die-casting alloys. *MATERIALS SCIENCE AND ENGINEERING A-STRUCTURAL MATERIALS PROPERTIES MICROSTRUCTURE AND PROCESSING* Volume: 518 Issue: 1-2 Pages: 84-88, AUG 25 2009.
- Goldberg David, E.: *The design of Innovation, Genetic Algorithms and Evolutionary Computation*. Kluwer Academic Publishers, USA (2002).
- Gregorcic, G., Lightbody, G.: *Nonlinear system identification: From multiple-model networks to Gaussian processes*. *Engineering Applications of Artificial Intelligence* (2008).

- Simon, H.: Neural Networks: A comprehensive foundation. Prentice-Hall, Englewood Cliffs (1999).
- He Yongdong; Zhang Xinming; Cao Zhiqiang. Effect of Minor Cr, Mn, Zr, Ti and B on Grain Refinement of As-Cast Al-Zn-Mg-Cu Alloys. RARE METAL MATERIALS AND ENGINEERING Volume: 39 Issue: 7 Pages: 1135-1140, MAY 2010.
- Izaguirre A. José Luis “Construcción y Pruebas de una Máquina de Fundición a Presión de Metales” Tesis, Escuela Superior Politécnica del Litoral, Páginas 41-57, año 1989.
- Jareño E. D.; Castro M. J.; Maldonado S. I.; et al. The effects of Cu and cooling rate on the fraction and distribution of epsilon phase in Zn-4Al-(3-5.6) Cu alloys. JOURNAL OF ALLOYS AND COMPOUNDS Volume: 490 Issues: 1-2, 2010, Pages: 524-530.
- Jitender K. Rai, Amir M. Lajimi, Paul Xirouchakis. An intelligent system for predicting HPDC process variables in interactive environment, Institute of Production and Robotics, LICP, EPFL, CH-1015 Lausanne, Switzerland
- Kurz W., D. J. Fisher “Fundamentals of Solidification”, Trans Tech Publications, Third Edition, (1992).
- Li Bang-sheng; Ren Ming-xing; Yang Chuang; et al. Microstructure of Zn-Al4 alloy microcastings by micro precision casting based on metal mold. TRANSACTIONS OF NONFERROUS METALS SOCIETY OF CHINA Volume: 18 Issue: 2 Pages: 327-332, Published: APR 2008.
- Li Run-xia; Li Rong-de; Bai Yan-hua; et al. Effect of specific pressure on microstructure and mechanical properties of squeeze casting ZA27 alloy. TRANSACTIONS OF NONFERROUS METALS SOCIETY OF CHINA Volume: 20 Issue: 1 Pages: 59-63, JAN 2010.
- Ma Xu-liang; Wang Xiang; Li Xin-lin; et al. Effect of Al5Ti1B master alloy on microstructures and properties of AZ61 alloys.

TRANSACTIONS OF NONFERROUS METALS SOCIETY OF CHINA

Volume: 20 Supplement: 2 Pages: S397-S401, JUL 2010.

- Metals Handbook Desk Edition, Second Edition “Structure and Properties of Metals, Zinc and Zinc Alloys”, Pages 87, 115, 589-597.
- Metals Handbook Ninth Edition, Volume 2 Properties and Selection: Nonferrous Alloys and Pure Metals; “Selection and Application of Zinc and Zinc Alloys, Properties of Zinc and Zinc alloys”, Pages. 629-637, 638-645.
- Mojaver R.; Shahverdi H. R. The relationship between the wear behavior and microstructure features in end-chill cast Zn-27%Al alloys. WEAR Volume: 268 Issue: 3-4 Pages: 605-611, FEB. 2010.
- Mojaver Reza; Shahverdi Hamid Reza. WEAR, Volume: 271 Issue: 11-12 Pages: 2899-2908. “Relationship between cooling rate, microstructure features and wear behavior in end-chill cast Zn-27%Al alloys containing more than 2% Cu”
- Montes Rodríguez, José Julián III, “Efecto del Contenido de Mg en la Secuencia de Solidificación de una Aleación de Aluminio Tipo 319” Tesis, CINVESTAV, IPN Unidad Saltillo, 2004, Páginas 15-21.
- Montgomery Douglas C., “Diseño y Análisis de Experimentos”, Segunda Edición 2006, pp. 60-116, 218-270, 392-500.
- Montgomery Douglas C., Peck Elizabeth A., Vining Geoffrey G., “Introducción al Análisis de Regresión Lineal”, Tercera Edición 2006, pp 13-41, 61-102.
- Muto Izumi; Yoshida Hidenori; Ogawa Hiroshi; et al. Effect of alloying elements on atmospheric corrosion behavior of zinc die-casting alloys. JOURNAL OF THE JAPAN INSTITUTE OF METALS Volume: 72 Issue: 5 Pages: 337-346 Published: MAY 2008.
- Roberti R. C.; Pola A.; Gilles M.; et al. Primary and steady state creep deformation in Zamak5 die-casting alloy at 80 degrees. MATERIALS

CHARACTERIZATION Volume: 59 Issues: 12 Pages: 1747-1752,
Published: DEC 2008.

- Rosenberger Mario R.; Ares Alicia E.; Gatti Isaura P.; et al. Wear resistance of dilute Zn-Al alloys. WEAR Volume: 268 Issue: 11-12 Pages: 1533-1536, MAY 12 2010.
- Sakuragi T.; Nakayama I.; Fuwa D. Investigation of generating mechanism of laminations and improvement of gating system. INTERNATIONAL JOURNAL OF CAST METALS RESEARCH Volume: 24 Issue: 3-4 Pages: 224-227.
- Shinozaki Jun; Muto Izumi; Ogawa Hiroshi; et al. Effects of Third Element Addition on Atmospheric Corrosion Resistance of Zinc-Aluminum Die-Cast Alloys. JOURNAL OF THE JAPAN INSTITUTE OF METALS Volume: 73 Issue: 7 Pages: 533-541 Published: JUL 2009.
- Singh Rupinder. Effect of moulding sand on statistically controlled hybrid rapid casting solution for zinc alloys. JOURNAL OF MECHANICAL SCIENCE AND TECHNOLOGY Volume: 24 Issue: 8 Pages: 1689-1695.
- Villegas-Cardenas Jose D.; Lopez-Hirata Victor M.; De Ita-De la Torre Antonio. Assessment of Hardness in As-Cast and Homogenized Zn-Al-Cu Alloys ; et al. MATERIALS TRANSACTIONS Volume: 52 Issue: 8 Special Issue: SI Pages: 1581-1584.
- Wilcox R.L. Quinta Edición, "Aleaciones de Zinc para fundición a presión", pp. 5-35.
- Winter Ryan, "High Performance Hot Chamber Zinc Die Casting Alloys". Die Casting Engineer, July-August, 2000; Vol. 44, No. 4, pp. 22-27.
- Zhang K.; Filc A. Applications of New High Fluidity Zinc Die Cast Alloy. Die Casting Engineer Volume: 55 Issue: 2 Pages: 42-3 Published: March 2011.