

**CORPORACION MEXICANA DE INVESTIGACIÓN EN
MATERIALES**

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



**Diseño de un gráfico de control Weibull difuso considerando la incertidumbre
generada por una muestra insuficiente.**

TESIS

Que para obtener el grado académico de

Maestra en Ciencia y Tecnología en Ingeniería Industrial y de Manufactura

PRESENTA

Dayana Cruz García

SALTILLO, COAHUILA.

14 DE DICIEMBRE DE 2018

Diseño de un gráfico de control Weibull difuso considerando la
incertidumbre generada por una muestra insuficiente

Por

Dayana Cruz García

TESIS

Presentada al programa Interinstitucional en Ciencia y Tecnología

Sede

Corporación Mexicana de Investigación en Materiales S.A. de C.V.

Como requisito parcial para obtener el grado académico de

**Maestra en Ciencia y Tecnología en Ingeniería Industrial y de
Manufactura**

Programa Interinstitucional en Ciencia y Tecnología COMIMSA

Saltillo Coahuila, 14 de diciembre de 2018

Diseño de un gráfico de control Weibull difuso considerando la
incertidumbre generada por una muestra insuficiente

Por

Dayana Cruz García

Comité Revisor

Director de Tesis / Tutor Académico:

Dr. David Salvador González González

Corporación Mexicana de Investigación en Materiales S.A. de C.V.
(COMIMSA)

Revisor No. 1:

Dr. Luis Martín Torres Treviño

Universidad Autónoma de Nuevo León

Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica (FIME)

Centro de Innovación, Investigación y Desarrollo en Ingeniería y
Tecnología (CIIDIT)

Revisor No.2:

Dr. Ernesto Liñán García

Universidad Autónoma de Coahuila

Facultad de Sistemas

Corporación Mexicana de Investigación en Materiales, S.A de C.V
Gerencia de Desarrollo Humano
División de Estudios de Posgrado

Los abajo firmantes, miembros del Comité Tutorial recomendamos que la Tesis “**DISEÑO DE UN GRÁFICO DE CONTROL WEIBULL DIFUSO CONSIDERANDO LA INCERTIDUMBRE GENERADA POR UNA MUESTRA INSUFICIENTE**”, realizada por la alumna **DAYANA CRUZ GARCÍA** matrícula **1706IM1126** sea aceptada para su defensa como Maestra en Ciencia y Tecnología en **Ingeniería Industrial y de Manufactura**.

El Comité Tutorial

Dr. David Salvador González González

Tutor Académico

Director de Tesis

Dr. Rolando Javier Praga Alejo

Asesor

Dr. Pedro Pérez Villanueva

Coordinación General de Estudios de Posgrado COMIMSA

CORPORACIÓN MEXICANA DE INVESTIGACIÓN EN MATERIALES, S.A. DE C.V.
GERENCIA DE DESARROLLO HUMANO
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO

Los abajo firmantes, miembros del Jurado del Examen de Grado de la alumna **DAYANA CRUZ GARCÍA**, una vez leída y revisada la tesis titulada “**DISEÑO DE UN GRÁFICO DE CONTROL WEIBULL DIFUSO CONSIDERANDO LA INCERTIDUMBRE GENERADA POR UNA MUESTRA INSUFICIENTE**”, aceptamos que la referida tesis revisada y corregida sea presentada por la alumna para aspirar al grado de Maestro en Ciencia y Tecnología en **Ingeniería Industrial y de Manufactura** durante el Examen de Grado correspondiente.

Y para que así conste firmamos la presente a los 14 días del mes de diciembre del año 2018.

Dr. Luis Martín Torres Treviño

Presidente

Dr. Ernesto Liñán García

Secretario

Dr. David Salvador González González

Vocal

Dedicado a:

MIS PADRES

Luz Marina y Francisco

Agradecimientos:

A mis padres Luz Marina García y Francisco Cruz por el apoyo incondicional, por sentirlos siempre conmigo a pesar de la distancia;

A mi familia por su constante preocupación y cariño;

A mi Niurki que siempre está para mí;

A mis amigos, los que tengo lejos y no tan lejos, por hacerme sentir querida y por seguir compartiendo con ellos mis buenos y malos momentos;

A mi tutor Dr. David Salvador González González por compartir sus conocimientos y a la vez brindarme consejos, ayuda y confianza;

A Marcos Fuentes, por su amistad y asesoría durante todo este tiempo;

A mi asesor Dr. Rolando Praga por sus comentarios y consejos;

A los académicos y el personal administrativo del posgrado de COMIMSA que contribuyeron directa o indirectamente en mi formación;

Al Consejo Nacional en Ciencia y Tecnología (CONACYT) y a la Corporación Mexicana de Investigación en Materiales por ofrecerme los apoyos recibidos durante mi formación de maestría; sin ellas mi progreso y desarrollo académico, actividades de movilidad e investigación y producción científica no hubieran sido posibles.

RESUMEN

Los gráficos de control de Shewhart constituyen una herramienta básica para la implementación del control estadístico de procesos. Permiten detectar si existen causas especiales que provoquen variación en el proceso, para tomar una medida correctiva antes que otras unidades sean manufacturadas. Los gráficos de control para lecturas individuales se construyen bajo el supuesto de que las observaciones de la variable de estudio son independientes y siguen una distribución normal; lo que no siempre es sostenible en la realidad. En particular, se pueden encontrar lecturas auto-correlacionadas y los datos pueden ser modelados mediante una función de densidad no normal. Independientemente de esto, el desempeño del gráfico de control se afecta cuando no se tiene información suficiente, es decir, se requiere un tamaño de muestra considerablemente grande para no afectar la estimación de los parámetros y por consecuencia el cálculo de los límites de control. En este trabajo, se propone la utilización de números difusos para considerar la incertidumbre que genera un tamaño de muestra insuficiente cuando una variable independiente presenta distribución Weibull. Se aplica el gráfico de control propuesto en un proceso de ensamblado de chasis, comparando y obteniendo mejores resultados que con el método convencional.

Palabras clave: Gráficos de control, tamaño de muestra, incertidumbre, distribución Weibull, números difusos.

ÍNDICE GENERAL

1.	INTRODUCCIÓN	1
2.	PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	4
2.1.	Descripción del Problema	4
2.2.	Preguntas de Investigación.....	6
2.3.	Hipótesis.....	7
2.3.1.	Específicas.....	7
2.4.	Objetivo.....	7
2.5.	Justificación.....	8
3.	REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA	9
3.1.	Estado del Arte.....	9
4.	MARCO TEÓRICO.....	13
4.1.	Distribución Weibull.....	13
4.2.	Método de Estimación de Parámetros por Máxima Verosimilitud (MLE).....	15
4.3.	Estimación de los Intervalos de Confianza de los Parámetros.....	16
4.4.	Incertidumbre	17
4.5.	Lógica Difusa.....	18
4.5.1.	Números Difusos.....	19
4.6.	Los Gráficos de Control de Shewhart	21
4.6.1.	Determinación del Tamaño de Muestra	22
4.6.2.	Límites de los Gráficos de Control.....	23
4.6.3.	Gráfico de Control para Lecturas Individuales	24
4.6.4.	Gráfico de Control R	26

4.6.5.	Interpretación de los Gráficos de Control	28
4.6.6.	Cumplimiento de los Supuestos de los Gráficos de Control de Shewhart.....	28
4.6.6.1.	Prueba de Independencia	29
4.6.6.2.	Prueba de Bondad de Ajuste.....	31
4.7.	Índices de Capacidad.....	32
4.8.	Longitud Promedio de Corridas (ARL)	35
4.9.	Diseño de un Gráfico de control Weibull Difuso para Lecturas Individuales.....	35
4.10.	Diseño de un Gráfico de Control Weibull Difuso para Rangos.....	38
4.11.	Índices de Capacidad Weibull Difusos	38
5.	METODOLOGÍA	40
5.1.	Identificar la Característica de Calidad del proceso.....	41
5.2.	Recolectar Información de la Característica de Calidad.....	41
5.3.	Comprobar los Supuestos.....	41
5.4.	Estimar los Parámetros Mediante Máxima Verosimilitud.....	41
5.5.	Establecer los Parámetros Difusos	42
5.6.	Construir los Gráficos de Control Weibull Difusos para Lecturas Individuales y Rangos.....	42
5.7.	Establecer los Índices de Capacidad Weibull Difusos.....	42
5.8.	Interpretar los Gráficos de Control y los Índices de Capacidad Weibull Difusos.....	42
6.	CASO DE ESTUDIO.....	43
6.1.	Identificar la Característica de Calidad del Proceso	44
6.2.	Recolectar Información de la Característica de Calidad.....	45

6.3.	Comprobar los Supuestos.....	45
6.4.	Estimar los Parámetros Mediante Máxima Verosimilitud.....	46
6.5.	Establecer los Parámetros Difusos	46
6.6.	Construir los Gráficos de Control Weibull Difusos para Lecturas Individuales y Rangos.....	47
6.7.	Establecer los Índices de Capacidad Weibull Difusos.....	50
6.8.	Interpretar los Gráficos de Control y los Índices de Capacidad Weibull Difusos.....	51
7.	CONCLUSIONES	53
8.	BIBLIOGRAFÍA	55

LISTA DE TABLAS

Tabla 4.1 Determinación de los Índices de Capacidad	39
Tabla 6.1 Mediciones de la Característica de Calidad Desplazamiento de Travesaño	45
Tabla 6.2. Tabla de Rangos	49
Tabla 6.3. Índices de Capacidad Propuestos	51

LISTA DE FIGURAS

Figura 4.1 Función de Densidad Weibull.....	15
Figura 4.2 Número Difuso Triangular.....	20
Figura 5.1 Pasos de la Metodología	40
Figura 6.1 Brazo Manufacturado con Especificaciones	44
Figura 6.2 Correlograma del Desplazamiento del Travesaño	45
Figura 6.3 Parámetro Difuso Eta (η)	47
Figura 6.4 Parámetro Difuso Beta (β)	47
Figura 6.5 Gráfico de Control Weibull con Límites Convencionales y Difusos	48
Figura 6.6 Gráfico de Control de Rangos.....	50

CAPÍTULO 1

1. INTRODUCCIÓN

En los procesos industriales existen factores que son sometidos a variabilidad, tales como características del material, mano de obra, maquinaria utilizada, medio ambiente, método de trabajo, maquinaria y medición, que inciden sobre el mismo y por consecuencia sobre el producto manufacturado (Loaiza, 2013). El control estadístico de procesos es un conjunto de herramientas útiles para conseguir la estabilidad y mejorar la capacidad del proceso mediante la reducción de la variabilidad (Pérez, 1998); es ampliamente utilizado en procesos industriales, en los campos de servicio, entre otros.

Los gráficos de control constituyen una herramienta básica para la implementación del control estadístico de procesos, son utilizados para detectar si existen causas asignables afectando la calidad del producto. Estos muestran las variables de un sistema que se desee estudiar. Los fundamentos de estos gráficos fueron trazados por el Dr. Walter Shewhart, quien desarrolla su teoría de la variabilidad para explicar cómo analizarlos (Montgomery, 1991).

Existen dos tipos de causas que producen variabilidad en el proceso productivo: asignables y no asignables. Las primeras son las que pueden ser identificadas y que es interés de la empresa descubrirlas y eliminarlas. Las otras, sin embargo, son una multitud de causas no identificadas, inherentes al proceso, que aportan cada una, un mínimo efecto en la variación total del proceso y que no pueden ser eliminadas al menos que se realice alguna modificación al proceso productivo (Loaiza, 2013). Un proceso está bajo control estadístico cuando no hay causas asignables presentes.

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN

Varios son los usos de los gráficos de control, dentro de ellos se puede mencionar su utilidad para detectar errores en el proceso y a partir de ahí poder determinar sus causas, advertir sobre cambios imprevistos que constituyan una amenaza al proceso, analizar la consistencia de un bien o servicio a través del tiempo, reducir variabilidad para a la vez minimizar el nivel de inspección post-proceso y permite identificar cuando el proceso está funcionando correctamente.

De manera general, existen dos tipos de gráficos de control: para variables y para atributos. Los gráficos de control para variables se utilizan cuando la característica de calidad que se estudia es de tipo continuo, que es aquella que demanda un instrumento de medición, como ejemplo se pueden mencionar las variables que miden longitud, peso, estatura, amperaje, velocidad, volumen. Los que más se utilizan de este tipo de gráficos son los \bar{X} (de promedios), R (Rangos), S (desviaciones estándar) y X (de medidas individuales). Cuando la característica de calidad no pueda medirse con un instrumento de medición en escala continua o numérica, se procede a clasificar el producto o proceso en general como conforme o no conforme, en dependencia de los atributos que posea, o se puede contar la cantidad de defectos o no conformidades que posee. Para analizar la variabilidad y tendencia central de este tipo de característica de calidad tipo discreta se utilizan los gráficos de control para atributos: p (Proporción o fracción de artículos defectuosos), np (Número de unidades defectuosas), c (Número de defectos), u (Número de defectos por unidad) (Gutiérrez & de la Vara, 2013).

En el contexto del control de los procesos para variables, generalmente se supone que los datos provienen de una distribución paramétrica; la hipótesis más común en la literatura es que la distribución es Normal. Las propiedades estadísticas de los gráficos de control para variables comúnmente empleados son aplicables sólo si se cumple tal supuesto (Das & Bhattacharya, 2008). Sin embargo, no siempre los datos se distribuyen normalmente, por lo que es necesario el diseño de gráficos de control considerando distribuciones de probabilidad alternativas.

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN

La distribución Weibull puede usarse para modelar efectivamente diferentes mecanismos de falla debido a su inherente flexibilidad a través de la selección apropiada de un parámetro forma y un parámetro de escala, éstos pueden relacionarse de cierta manera con los parámetros de la Distribución Normal para diseñar un gráfico de control con las propiedades estadísticas adecuadas.

Por otro lado, para la construcción de un gráfico de control para variables, es necesaria una muestra considerable de datos. Sin embargo, en ocasiones, no se cuenta con una muestra suficiente para determinar acertadamente los límites de un gráfico de control. En consecuencia, surgen incertidumbres que afectan la precisión y, por lo tanto, resulta indispensable encontrar una herramienta útil para considerar dicha incertidumbre en la construcción del gráfico de control. En este sentido, la teoría de los números difusos combinada con los gráficos de control permitirá monitorear el proceso tomando en cuenta la incertidumbre generada por la poca información es de gran utilidad.

CAPÍTULO 2

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En el presente capítulo se describe el Problema de Investigación, se plantean los objetivos generales y específicos, las preguntas de investigación, la hipótesis, la justificación de la investigación, los alcances, delimitaciones y las aportaciones del proyecto.

2.1. Descripción del Problema

Comúnmente, en un proceso se encuentran una o más características de calidad con valores de especificación y tolerancia, estos valores establecen sus límites de especificación inferior y superior. Para monitorear que una característica de calidad de tipo continuo de un producto manufacturado cumpla con las especificaciones establecidas, es conveniente la utilización de los gráficos de control de Shewhart para lecturas individuales, $\bar{X} - S$ y $\bar{X} - R$. Donde las medidas individuales y la \bar{X} tienen relación con la característica de calidad del proceso, la desviación S y el rango R se relacionan con la variabilidad.

Los parámetros de la distribución normal tienen relación directa con la característica de calidad y la variabilidad del proceso, por lo tanto, es posible establecer límites de control a través de los intervalos de confianza para la media μ y la dispersión σ , los cuales se representan en un gráfico de control.

Los gráficos de control convencionales propuestos por Shewhart se construyen bajo los supuestos que las observaciones de la variable de estudio son independientes y siguen una distribución normal; los cuales, no siempre son sostenibles en la realidad.

CAPÍTULO 2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En particular, se pueden encontrar lecturas auto-correlacionadas (observaciones que dependen unas de otras a través del tiempo), lo cual mostraría la necesidad de un gráfico de control para datos serialmente correlacionados.

Adicionalmente, dependiendo de su naturaleza, los datos pueden ser modelados mediante una función de densidad no normal como la distribución Weibull, e incluso modelados de forma no paramétrica, de modo que las propiedades estadísticas de los gráficos de control comúnmente utilizados pueden ser potencialmente afectadas. Por lo tanto, es necesario analizar y proponer metodologías para monitorear procesos de producción a través de sus parámetros, utilizando gráficos de control adecuados.

En el caso particular donde la distribución de los datos no sea Normal, no es factible la utilización de los gráficos de control convencionales, lo que evidencia la necesidad de construir un gráfico de control adecuado a la distribución de los datos.

En este sentido, la distribución Weibull es una de las más utilizadas para representar comportamientos no normales asociados a productos, debido a la relación que los parámetros tienen con el proceso (Piña-Monarrez, 2016). En consecuencia, suponiendo que los datos son independientes, un gráfico de control puede ser construido a partir de datos que siguen una distribución Weibull. Además, los cálculos de los índices de capacidad permitirán obtener un conocimiento más profundo del proceso estudiado.

Para la construcción de los gráficos mencionados, se da por hecho que se cuenta con una muestra suficiente y representativa. Según Gutierrez & de la Vara, (2013) para hacer un estudio inicial del desempeño de un proceso y determinar los límites para un gráfico de control, es práctica usual obtener por lo menos de 20 a 25 subgrupos (muestras) de tamaño pequeño (5 y 10 generalmente). Además, estos subgrupos deben estar espaciados de forma que capten el funcionamiento del proceso a lo largo de por lo menos dos días.

Es importante mencionar que los parámetros estimados para cualquier distribución dependen del tamaño de la muestra que se utiliza. A medida que la muestra tiende a

CAPÍTULO 2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

infinito, los parámetros estimados tienden a los poblacionales y el gráfico de control es más sensible en la detección de alarmas fuera de control. Por consecuencia, cuando la muestra no es suficiente, los parámetros estimados se alejan del valor poblacional, causando incertidumbres que disminuyen la precisión en los gráficos de control. Estas incertidumbres aumentan el riesgo de cometer errores de tipo I al rechazar una pieza cuando realmente debía ser aceptada y errores de tipo II al aceptar una pieza cuando debía ser rechazada. Por lo que resulta necesario considerar la incertidumbre generada por una muestra insuficiente en la construcción del gráfico de control, en este caso Weibull.

Es necesario utilizar un tamaño de muestra adecuado para diseñar un gráfico de control que monitorice la característica de calidad que se desea estudiar, sin embargo, en ocasiones se cuenta con poca información, por lo que se hace necesario el uso de una herramienta que ayude a considerar la incertidumbre en un gráfico de control cuando no se cuenta con una muestra suficiente. En esta situación, la teoría de los números difusos es una herramienta útil para manejar la incertidumbre. Los límites de control numéricos se pueden transformar en límites de control difusos. Si alguna observación está demasiado cerca de los límites de control y el sistema de monitoreo utilizado no es tan sensible para detectarlo, la decisión puede ser errónea. Sin embargo, es posible que los límites de control difusos proporcionen una evaluación más precisa y flexible dada la consideración de la incertidumbre. Entonces el problema de investigación radica en construir un gráfico de control Weibull Difuso y determinar los índices de capacidad considerando la incertidumbre generada por una muestra insuficiente de datos del proceso.

2.2. Preguntas de Investigación

- ¿Cómo establecer los límites para el diseño de un gráfico de control Weibull cuando se tienen muestras insuficientes que generan incertidumbre?
- ¿La teoría los números difusos permitirá considerar la incertidumbre en el diseño de un gráfico de control?

CAPÍTULO 2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

- ¿Cómo estimar los índices de capacidad del proceso considerando la distribución Weibull y la incertidumbre generada por una muestra insuficiente?
- ¿Será posible establecer un índice de desempeño de un gráfico de control Weibull difuso?

2.3. Hipótesis

Es posible construir un gráfico de control que considere la incertidumbre generada por una muestra insuficiente de datos, mediante la teoría de los números difusos y la distribución Weibull.

2.3.1. Específicas

1. Es posible mejorar el desempeño de un gráfico de control Weibull si se considera la incertidumbre mediante números difusos.
2. Es posible establecer índices de capacidad del proceso difusos considerando la distribución Weibull y la teoría de los números difusos.

2.4. Objetivo

Objetivo General

Diseñar un gráfico de control Weibull difuso que considere la incertidumbre generada por una muestra insuficiente de datos, a través de la teoría de los números difusos.

Objetivos Específicos

1. Adecuar los parámetros estimados para considerar la incertidumbre generada por una muestra insuficiente utilizando la teoría de los números difusos.
2. Establecer los límites de control difusos.
3. Garantizar el desempeño del gráfico de control a partir del cálculo de los límites de control difusos.

CAPÍTULO 2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

4. Determinar los índices de capacidad Weibull difusos del proceso.
5. Realizar la interpretación del gráfico de control Weibull difuso propuesto.

2.5. Justificación

Los gráficos de control son herramientas muy utilizadas en el control estadístico de procesos. Sin embargo, en ocasiones en la industria, por características propias del proceso, es difícil contar con muestras suficientes. Por lo tanto, es necesario utilizar un gráfico que permita controlar el proceso con poca información.

Esta investigación permitirá la utilización en campo de un gráfico de control que monitoree un proceso del cual no se tiene suficiente información y cuyo comportamiento no se modela mediante la distribución Normal.

CAPÍTULO 3

3. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

3.1. Estado del Arte

Al realizar una búsqueda de investigaciones realizadas acerca del tema, son varios los artículos que muestran diferentes enfoques relacionados con la problemática propuesta, los cuales se utilizarán como base para el diseño del gráfico.

Piña, (2016), diseña un gráfico de control Weibull utilizando regresión lineal múltiple donde a partir de las relaciones directas entre η y β con la media logarítmica (μ_x) y la desviación estándar logarítmica (σ_x) de los datos analizados, propone un par de gráficos de control para monitorear un proceso Weibull. En el análisis Weibull, la variable clave a controlar es el índice de confiabilidad inferior ($R(t)$), el cual está completamente determinado por el parámetro de escala inferior η y el parámetro de forma inferior β . Entonces, basándose en las relaciones existentes entre los parámetros de Weibull (η y β) con los parámetros del proceso (μ_x y σ_x), en los gráficos de control propuestos, en lugar de monitorear η y β , se controlan los parámetros relacionados μ_x y σ_x . En las relaciones determinadas en su investigación, μ_x , es directamente proporcional a η , entonces en el gráfico propuesto, μ_x se establece como el límite de control inferior para monitorizar η . Del mismo modo, como σ_x es inversamente proporcional a β entonces en el gráfico de control propuesto σ_x se establece como el límite de control superior para monitorizar β .

CAPÍTULO 3. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

Cheng, (2005) propone un enfoque alternativo para tratar con los juicios subjetivos de los expertos. Con base en los puntajes de calificación asignados por los inspectores individuales a los elementos inspeccionados, los números difusos se construyen para representar los resultados imprecisos del proceso. Luego se construyen gráficos de control difusos a partir de estos números difusos. Las condiciones de fuera de control se formulan luego usando la teoría de la posibilidad.

Senturk y Erginel, (2009) transforman un gráfico de control convencional $\bar{X} - R$ y $\bar{X} - S$ en un gráfico de control difuso $\tilde{\bar{X}} - \tilde{R}$ y $\tilde{\bar{X}} - \tilde{S}$. En este artículo demuestran que la teoría de conjuntos difusos es adecuada para identificar las señales en las gráficas de control de variables, ya que da una cierta flexibilidad a los límites de control. Dado que los valores trazados están cerca de los límites de control y pueden causar falsas alarmas en los gráficos de control convencionales, las observaciones difusas y los límites de control difusos pueden proporcionar más flexibilidad para controlar un proceso.

En este trabajo los límites de control numérico se transforman en límites de control difusos utilizando funciones de membresía y números triangulares difusos. Su investigación proporciona una metodología útil para el modelado de datos inciertos y vagos estableciendo que la flexibilidad de los límites de control puede ser proporcionado por X_i difusas y que las medidas de tendencia central se pueden utilizar para convertir los conjuntos difusos en los escalares de moda difusa, el rango medio difuso, la mediana y la media difusa.

Pandurangan y Varadharajan, (2011) también desarrollan los gráficos $\tilde{\bar{X}} - \tilde{R}$ y $\tilde{\bar{X}} - \tilde{S}$ utilizando el mismo enfoque que Senturk y Erginel, (2009) pero esta vez con números trapezoidales difusos. Panthong y Pongpullponsak, (2014) construyen un gráfico de control \bar{X} utilizando el Método de la Varianza Ponderada para datos con distribución asimétrica Weibull y Lognormal. Incluyen la Lógica Difusa para tener en cuenta la incertidumbre en los datos generada por errores humanos, instrumentos de medición y condiciones ambientales, pero no la incertidumbre que puede surgir por el tamaño de muestra insuficiente. Además, utilizan el Número Promedio de

CAPÍTULO 3. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

Observaciones a la Señal (ANOS por sus siglas en inglés), el Tiempo Medio Ajustado a la Señal (AATS por sus siglas en inglés) y el Tiempo Medio de Señal (ATS por sus siglas en inglés) para evaluar la eficiencia de los gráficos de control.

Los Índices de Capacidad del Proceso fueron formulados primero para el comportamiento normal. Sin embargo, debido a que cualquier proceso controlado está sujeto a factores de ruido y los productos son más complejos y multifuncionales, entonces el comportamiento del proceso generalmente no es normal, por lo que se hace necesario encontrar métodos de estimación para este tipo de procesos basados en distribuciones alternativas o no paramétricas.

En particular se han propuesto diversos métodos para determinar los índices de capacidad del proceso Weibull, entre ellos el de Piña et. al., (2015) que se basa en que los índices C_p (índice de capacidad potencial del proceso), C_{ps} (índice de capacidad para la especificación superior), C_{pi} (índice de capacidad para la especificación inferior) y C_{pk} (índice de capacidad real del proceso) en un proceso normal representan el tiempo que la desviación estándar se encuentra dentro de los límites de especificación y utiliza la relación directa que existe entre los parámetros de las distribuciones Weibull, Gumbel (Valor Extremo Mínimo Tipo I) y la Lognormal. Los índices propuestos se derivan en función de la media y desviación estándar del proceso analizado y tienen el mismo significado práctico que los de la distribución normal. Estos índices determinados usando el logaritmo de los datos analizados, como se propone, corrigen por si mismos el sesgo generado por la asimetría de la distribución Weibull.

Más tarde Piña et. al., (2017) plantearon que los índices de capacidad que se habían propuesto anteriormente miden el tiempo en que la desviación estándar se encuentra dentro de las especificaciones de tolerancia y no estiman con exactitud ni la media logarítmica (μ_x) ni los valores de la desviación log-estándar (σ_x), entonces estos índices reales se encontrarían sesgados. Esto se debe a que μ_x y σ_x son estimados sin considerar el efecto que el tamaño de la muestra (n) tiene sobre sus valores. Por lo que en este

CAPÍTULO 3. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

trabajo, propuso un método para estimar los índices de capacidad del proceso de Weibull calculando μ_x y σ_x en función de n . Por otro lado, en el método propuesto, el sesgo de los índices de capacidad del proceso estimados se elimina completamente porque bajo la regresión lineal múltiple, las relaciones entre β y η con μ_x y σ_x son únicas y porque que el tamaño de muestra n utilizado para estimar μ_x y σ_x , es también único. Por lo tanto, los índices de capacidad del proceso propuestos de Weibull, utilizando μ_x y σ_x , también miden los tiempos que σ_x está dentro de los límites de especificaciones. Además, que σ_x se estima directamente a partir de los datos de vida de Weibull, entonces el método por sí mismo corrige el sesgo, y representa completamente el proceso analizado.

De manera general los artículos encontrados hasta el momento no tienen en cuenta la incertidumbre generada por el tamaño (insuficiente) de la muestra.

CAPÍTULO 4

4. MARCO TEÓRICO

4.1. Distribución Weibull

La distribución Weibull le debe su nombre al profesor sueco Walodi Weibull que en su artículo “Una función de distribución estadística de amplia aplicabilidad” en 1951 da a conocerla y explica el amplio uso de esta distribución. Walodi Weibull demostró la habilidad de esta distribución para poder ser usada con pequeños tamaños de muestra y su flexibilidad para proveer un buen ajuste a una amplia variedad de conjuntos de datos (Dodson, 1994).

Es una de las distribuciones más utilizadas en confiabilidad y estadística. Es de tipo continua y posee amplia capacidad para utilizarla con muestras pequeñas. Provee información para la resolución de problemas, clasificación de tipos de falla, programación de mantenimiento preventivo y las inspecciones.

La distribución de Weibull puede asumir las características de otros tipos de distribución, es extremadamente flexible para ajustar diferentes tipos de datos. Por ejemplo:

- Constituye una alternativa a la distribución normal para los casos de datos asimétricos.
- Si el parámetro β de la distribución Weibull fuera igual a 1 se estaría comportando como una distribución exponencial.
- Si x sigue una distribución de Weibull, entonces $\ln(x)$ sigue una distribución de valores extremos.

CAPÍTULO 4: MARCO TEÓRICO

La distribución Weibull es una de las que más se utiliza para describir la vida de los productos, pues modela productos con tasas de riesgo creciente, constante y decreciente (Gutiérrez & de la Vara, 2013). Su función de densidad se muestra en la ecuación (4.1):

$$f(t) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta} \quad (4.1)$$

Con $t > 0$, $\beta > 0$, $\eta > 0$. La distribución consta de dos parámetros: el de forma (β), que tiene efecto sobre la forma que toma la distribución; y el de escala (η), que afecta la escala. La función de distribución acumulada se muestra en la ecuación (4.2) (Dodson, 1994).

$$P[T \leq t] = F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta} \quad (4.2)$$

La vida media o valor esperado y la varianza de la distribución Weibull se relacionan en la ecuación (4.3) y (4.4) respectivamente (Dodson, 1994).

$$E(t) = \eta \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \quad (4.3)$$

$$Var[t] = \eta^2 \Gamma\left(\frac{2}{\beta} + 1\right) - \eta^2 \Gamma^2\left(\frac{1}{\beta} + 1\right) \quad (4.4)$$

Donde $\Gamma(\eta)$ es la función Gamma de Euler dada en la ecuación (4.5) (Dodson, 1994).

$$\Gamma(\eta) = \int_0^\infty e^{-x} x^{(\eta-1)} dx \quad (4.5)$$

La Figura 4.1 representa tres formas de la distribución Weibull, en dependencia del valor del parámetro de forma β y manteniendo fijo el valor del parámetro de escala en $\eta = 1$. Se muestra que cuando $\beta = 1$, la distribución Weibull se reduce a la distribución exponencial (Gutiérrez & de la Vara, 2013).

CAPÍTULO 4: MARCO TEÓRICO

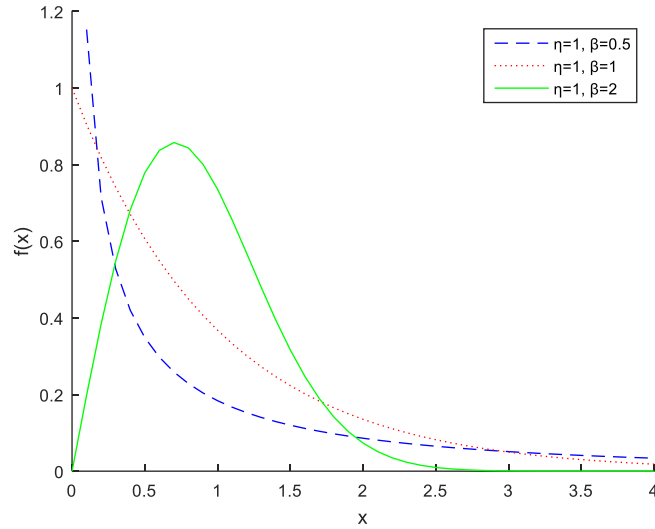


Figura 4.1 Función de Densidad Weibull

4.2. Método de Estimación de Parámetros por Máxima Verosimilitud (MLE)

El método de máxima verosimilitud encuentra los parámetros más probables de una distribución para un conjunto de datos, a través de la maximización de la “función de verosimilitud”, la cual se basa en la función de densidad para una distribución determinada.

Considere una función de densidad $f(x, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k)$, donde x representa los datos, $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k$ son los parámetros que se estimarán y k el número de parámetros. Para un conjunto de datos de observación completa, la función de verosimilitud es un producto de la función de densidad de la probabilidad, con un elemento por cada punto en el conjunto de datos:

$$L(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k | x_1, x_2, \dots, x_n) = L = \prod_{i=1}^n f(x_i, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k) \quad (4.6)$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

CAPÍTULO 4: MARCO TEÓRICO

n es el número de observaciones independientes. Es común manipular esta función tomando su logaritmo, lo que se conoce como función de log-verosimilitud y se expresa de la siguiente manera:

$$\Lambda = \log L = \sum_{i=1}^n \log f(x_i, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k) \quad (4.7)$$

Una vez estructurada esta función, se debe maximizar para encontrar los valores de los parámetros $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k$, por lo que se toma la derivada parcial de la ecuación (4.7) para cada uno de los parámetros y se igualan a 0.

En el caso del modelo Weibull (η, β) , es necesario recurrir a métodos numéricos para realizar las estimaciones. La función de log-verosimilitud para muestras completas con distribución Weibull es:

$$l(\eta, \beta | t_i) = n \ln(\beta) - n\beta \ln(\eta) - \frac{1}{\eta^\beta} \sum_{i=1}^n t_i^\beta + (\beta - 1) \sum_{i=1}^n \ln(t_i) \quad (4.8)$$

Donde n representa el número de observaciones independientes. Los estimadores de máxima verosimilitud se obtienen resolviendo las ecuaciones resultantes de igualar las dos derivadas parciales de $l(\eta, \beta | t_i)$ a cero (Dodson, 1994).

4.3. Estimación de los Intervalos de Confianza de los Parámetros

En condiciones regulares, la matriz de información se obtiene como menos el valor esperado de las segundas derivadas de la función de log-verosimilitud y se muestra en la ecuación (4.9).

$$I(\theta) = -E \left[\frac{\partial^2 \log L(\theta)}{\partial \theta \partial \theta'} \right] \quad (4.9)$$

En el modelo Weibull, a partir de la matriz información obtenida mediante MLE, es posible establecer los intervalos de confianza para los parámetros estimados ($\theta =$

CAPÍTULO 4: MARCO TEÓRICO

η, β); se utiliza el método numérico Newton-Raphson para realizar la estimación. Los intervalos se muestran en las ecuaciones (4.10), (4.11), (4.12) y (4.13) (Dodson, 1994).

$$\beta(LI, 1 - \alpha/2) = \frac{\hat{\beta}}{\exp\left(\frac{Z_{\alpha/2}\sqrt{I(2,2)}}{\hat{\beta}}\right)} \quad (4.10) \quad \beta(LS, 1 - \alpha/2) = \hat{\beta} \exp\left(\frac{Z_{\alpha/2}\sqrt{I(2,2)}}{\hat{\beta}}\right) \quad (4.11)$$

$$\eta(LI, 1 - \alpha/2) = \frac{\hat{\eta}}{\exp\left(\frac{Z_{\alpha/2}\sqrt{I(1,1)}}{\hat{\eta}}\right)} \quad (4.12) \quad \eta(LS, 1 - \alpha/2) = \hat{\eta} \exp\left(\frac{Z_{\alpha/2}\sqrt{I(1,1)}}{\hat{\eta}}\right) \quad (4.13)$$

4.4. Incertidumbre

Según el Vocabulario de Metrología Internacional (OIML, 2007) la incertidumbre se define como un parámetro asociado al resultado de una medida, que caracteriza el intervalo de valores que puede ser razonablemente atribuidos al mensurando (la propiedad sujeta a medida).

Existen cinco tipos de incertidumbre que emergen de un conocimiento impreciso del estado de la naturaleza y pueden incrementarse con el conocimiento incompleto del ambiente, estas son (Rosenberg & Restrepo, 1993):

1. En la medición: cuando el error radica en los datos que se observan.
2. En el proceso: es la aleatoriedad subyacente en la dinámica poblacional tal como la variabilidad en el reclutamiento.
3. En el modelo: es la especificación incorrecta de la estructura del modelo. Algunos estudios realizados sobre el desempeño de algunas formulaciones de modelos indican que estos pueden proporcionar resultados diferentes utilizando el mismo conjunto de datos; incluso, en dependencia de la estructura de error asumida, el mismo modelo puede dar resultados diferentes.
4. En la estimación: puede resultar de cualquiera o de una combinación de las incertidumbres anteriormente explicadas y se encuentra dada por la inexactitud e imprecisión en los parámetros estimados del modelo.

CAPÍTULO 4: MARCO TEÓRICO

5. Incertidumbre en la implementación, este error está ligado, principalmente al monitoreo, control y vigilancia del proceso, es la consecuencia de la variabilidad que resulta de una política de ordenación.

Cuando se evalúan las posibles fuentes de error y se aplican las correcciones necesarias y oportunas, la incertidumbre permitirá dudar acerca de la veracidad del resultado que se obtiene. De esta forma, la incertidumbre constituye una forma de mostrar la calidad del resultado, al indicar un intervalo alrededor del valor estimado, donde se encuentra el valor considerado el verdadero (Maroto et. al., 2001).

4.5. Lógica Difusa

La teoría de la lógica difusa fue introducida por Zadeh, (1965) y estudiado por muchos autores (El-Shal & Morris, 2000), (Gülbay, Kahraman, & Ruan, 2004), (Gülbay & Kahraman, 2006), (Gülbay & Kahraman, 2007). Se utiliza principalmente cuando los datos son atributos en la naturaleza y pueden expresarse en términos lingüísticos como "muy bueno", "bueno", "medio", "malo" y "muy malo" (Pandurangan & Varadharajan, 2011). La lógica difusa permite manejar información imprecisa, como estatura media, temperatura baja o mucha fuerza, en términos de conjuntos difusos (imprecisos, en definitiva) (Del Brio & Molina, 2001).

En general, la lógica difusa proporciona una estructura de inferencia que permite un razonamiento humano apropiado. Por el contrario, la teoría de conjuntos binarios convencionales describe eventos nítidos, eventos que ocurren o no. La utilidad de los conjuntos difusos reside en su capacidad para modelar datos inciertos o ambiguos tan frecuentemente encontrados en la vida real (Sivanandam et. al., 2007).

Los sistemas difusos son generalmente considerados para la definición de sistemas cuyo modelo exacto es difícil de obtener (es necesario introducir una aproximación). Se utilizan ampliamente en sistemas para la toma de decisiones. La lógica difusa permite obtener decisiones con valores incompletos o información incierta y representa

CAPÍTULO 4: MARCO TEÓRICO

el conocimiento de tipo cualitativo en un lenguaje matemático (cuantitativo) a través de los conjuntos difusos.

Un conjunto difuso se encuentra asociado por un valor lingüístico que está definido por una palabra, etiqueta o adjetivo; es caracterizado por sus funciones de pertenencia y estas pueden tomar valores en el intervalo $[0,1]$. La función de pertenencia asocia a cada elemento de un conjunto difuso el grado con que pertenece al valor lingüístico asociado .

4.5.1. Números Difusos

Un número difuso es una cantidad cuyo valor es impreciso, en lugar de exacto como es el caso de los números ordinarios (de un solo valor). Cualquier número difuso puede considerarse como una función cuyo dominio es un conjunto especificado (casi siempre de forma triangular o trapezoidal). En muchos aspectos, los números difusos representan el mundo físico de manera más realista que los números de un solo valor (Buckley, 2006). Un número difuso triangular \bar{N} está definido por tres números $a < b < c$ donde la base del triángulo es el intervalo $[a, c]$ y su vértice está en $x = b$, se escribe como $\bar{N} = (a / b / c)$. Un número difuso trapezoidal \bar{M} está definido por cuatro números $a < b < c < d$ donde la base del trapecio es el intervalo $[a, d]$ y su parte superior (donde la pertenencia es igual a uno) está sobre $[b, c]$, se escribe $\bar{M} = (a / b, c / d)$ (González et. al., 2014).

Una función difusa triangular se define como sigue:

$$\mu_A(x; a, b, c) = \begin{cases} 0; & x < a \\ \left(\frac{x-a}{b-a}\right); & a \leq x \leq b \\ \left(\frac{c-x}{c-b}\right); & b \leq x \leq c \\ 0; & x > c \end{cases} \quad (4.14)$$

CAPÍTULO 4: MARCO TEÓRICO

La Figura 4.2 muestra un número difuso triangular $\bar{N} = (1.5, 2, 2.5)$, note que $\bar{N}(2) = 1$. La función triangular es muy adecuada para definir situaciones en las que se tiene un valor óptimo central, el cual se va perdiendo conforme se aleja de él.

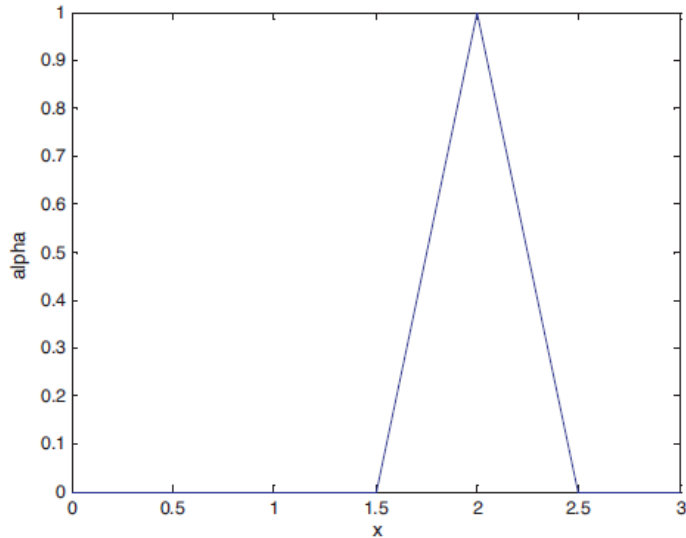


Figura 4.2 Número Difuso Triangular

El nivel α -corte de un conjunto difuso A es un conjunto clásico A, el cual contiene todos los elementos del universo que tiene valores de pertenencia en A mayores o iguales a α , tal y como se muestra en la ecuación (4.15).

$$A_\alpha = \{x | \mu_A(x) \geq \alpha\} \quad (4.15)$$

Para cualquier número difuso \bar{Q} se sabe que $\bar{Q}[\alpha]$ es un intervalo cerrado para $0 \leq \alpha \leq 1$, que se escribe como (4.16) (González et al., 2014):

$$\bar{Q}[\alpha] = [q_1(\alpha), q_2(\alpha)] \quad (4.16)$$

La teoría de conjuntos difusos es adecuada para identificar las señales en los gráficos de control de variables, ya que otorga cierta flexibilidad a los límites de control. Debido a que los valores representados se encuentran cerca de los límites de control, pueden causar falsas alarmas con los gráficos de control convencionales. Los límites de control

CAPÍTULO 4: MARCO TEÓRICO

difusos pueden proporcionar más flexibilidad para controlar un proceso (Pandurangan & Varadharajan, 2011).

4.6. Los Gráficos de Control de Shewhart

Los procesos cuentan siempre con variabilidad, ya que sobre ellos influyen diferentes factores relacionados con los materiales, maquinaria, medición, mano de obra, método de trabajo y medio ambiente. En condiciones comunes de trabajo, todos estos aportan variaciones a las variables de un proceso, en forma natural o inherente, así como también variaciones especiales o fuera de lo normal, pues los factores antes mencionados son susceptibles a desajustes, desgastes, errores, fallas, etc. Es posible establecer dos tipos de variabilidad:

1. Variabilidad por causas comunes: es la que permanece día a día, lote a lote, es aportada normalmente por las condiciones de los factores materiales, maquinaria, medición, mano de obra, método de trabajo y medio ambiente. Es una variación por las características actuales del proceso y resulta de la combinación o acumulación de diferentes causas difíciles de eliminar, ya que son inherentes al proceso.
2. Variabilidad por causas especiales: Se debe a situaciones especiales que no se encuentran normalmente en el proceso. Por la naturaleza relativamente discreta en su ocurrencia, generalmente pueden ser identificadas y eliminadas con el conocimiento y dominio suficiente del proceso que se estudia.

Cuando el proceso trabaja solamente con causas comunes de variación, es posible afirmar que el mismo se encuentra en control estadístico (o es estable), pues es predecible su desempeño a través del tiempo, sin importar su alta o baja variabilidad.

Por otro lado, cuando el proceso presenta causas especiales de variación, se afirma que se encuentra fuera de control estadístico (inestable); este tipo de proceso es impredecible en el futuro inmediato.

CAPÍTULO 4: MARCO TEÓRICO

Al no distinguir correctamente estos dos tipos de variabilidad se puede llegar a cometer dos tipos de errores en la actuación sobre los procesos. Error tipo 1: concluir que el proceso se encuentra fuera de control cuando en realidad no lo está o lo que es lo mismo, reaccionar ante un cambio o variación (efecto o problema) como si proviniera de una causa especial, cuando en realidad surge de algo más profundo en el proceso, como son las causas comunes de variación. Error tipo 2: concluir que el proceso se encuentra en control cuando en realidad no lo está, tratar un efecto o cambio como si procediera de causas comunes de variación, cuando en realidad se debe a una causa especial. Para reducir estos errores el doctor W. Shewhart ideó los gráficos de control en la década de 1920, estos constituyen las herramientas del control estadístico de proceso más populares y ampliamente aplicadas (Montgomery, 2009).

El objetivo principal de los gráficos es observar y analizar el comportamiento de un proceso a través del tiempo, mediante el monitoreo de las características de calidad del mismo (variables de entrada, salida y de control). De esta forma, se puede distinguir entre los dos tipos de variaciones: las generadas por causas comunes (no asignables) y por causas especiales (asignables). Así se contribuye a caracterizar el proceso y proponer las modificaciones necesarias para mejorarlo (Gutiérrez & de la Vara, 2013). Estos gráficos contribuyen a determinar la capacidad del proceso y proveen además información importante que permite realizar mejoras (Montgomery, 2009).

4.6.1. Determinación del Tamaño de Muestra

En el diseño de un gráfico de control se debe especificar el tamaño de muestra y la frecuencia de muestreo. De manera general, mientras más grande la muestra, será más fácil detectar pequeños cambios en el proceso. Por lo tanto, cuando se determina el tamaño de muestra, se debe tener en cuenta el tamaño del cambio que se quiere detectar. También es considerable tener en cuenta la frecuencia del muestreo, la situación más deseada para detectar cambios pequeños sería tomar grandes muestras frecuentemente en el proceso, sin embargo, esto no es económicamente factible (Montgomery, 2009).

CAPÍTULO 4: MARCO TEÓRICO

Según Gutierrez & de la Vara, (2013) y Montgomery (2009), para hacer un estudio inicial del desempeño de un proceso y determinar los límites para un gráfico de control, usualmente se deben obtener por lo menos de 20 a 25 subgrupos (muestras) de tamaño pequeño (5 y 10 generalmente). Además, estos subgrupos deben estar espaciados de forma que capten el funcionamiento del proceso a lo largo de por lo menos dos días.

4.6.2. Límites de los Gráficos de Control

Típicamente, un gráfico de control consta de una línea central (LC) y dos líneas de control, denominadas límite de control superior (LCS) y límite de control inferior (LCI). La línea central representa una estimación del nivel del proceso, mientras que los dos límites de control indican los límites de la variabilidad, y se especifican de tal manera que el 99.73% de las observaciones se encuentran dentro de su intervalo limitado cuando el proceso está bajo control. Las muestras extraídas del proceso se ubican como puntos en el gráfico de control. Los gráficos de control tienen una relación estrecha con las pruebas de hipótesis estadísticas. Esencialmente, el gráfico de control prueba la hipótesis de que el proceso permanece en estado de control estadístico. Por consiguiente, un punto que cae dentro de los límites de control confirma la hipótesis de control estadístico, mientras que un punto que cae fuera de los límites de control indica un rechazo de esta hipótesis (Wetherill & Brown, 1991).

Los límites de un gráfico se determinan a partir de la variación del estadístico que se esté representando por lo que no son las especificaciones o tolerancias del proceso. Estos se deben establecer de forma tal que cubran un porcentaje adecuado de la variación natural que presenta el proceso, poniendo especial cuidado en que no sea muy alto (99.9999%) porque los límites serían demasiado amplios y se haría más difícil detectar los cambios en el proceso, por otro lado, si el porcentaje fuera muy pequeño se pudiera estar cometiendo el error de afirmar que el proceso presenta un cambio cuando en realidad no fue así.

El cálculo de los límites de control se basa en que, bajo condiciones de control estadístico, los datos que se grafican deben tener una alta probabilidad de caer dentro

CAPÍTULO 4: MARCO TEÓRICO

de dichos límites. Una manera para determinarlos se conoce como límites de probabilidad donde inicialmente se identifica la distribución de probabilidades de la variable, se estiman los parámetros y se ubican los límites de control de manera que el 99,73% de la distribución se encuentre dentro de ellos. Una forma más usual y simple de calcularlos se obtiene a partir de la relación entre la media y la desviación estándar de W , que para el caso que W se distribuye normal con media μ_w y desviación estándar σ_w , y, bajo condiciones de control estadístico, se tiene que entre $\mu_w - 3\sigma_w$ y $\mu_w + 3\sigma_w$ se encuentra 99.73% de los posibles valores de W .

Existen dos tipos generales de gráficos de control: para variables y para atributos. Los gráficos de control para variables se aplican a características de calidad de naturaleza continua, que intuitivamente son aquellas que entre cualquier par de sus valores siempre puede existir otro, al menos en teoría. El límite de esto lo pone la resolución de la escala de medición del instrumento que se utiliza para medirla. Ejemplos de características continuas son: peso, volumen, ángulo, voltaje, longitud, resistencia, temperatura, humedad, tiempo, etc. Los gráficos para variables tipo Shewhart más usuales según (Gutiérrez & de la Vara, 2013) son:

- \bar{X} (de medias).
- R (de rangos).
- S (de desviaciones estándar).
- X (de medidas individuales).

4.6.3. Gráfico de Control para Lecturas Individuales

En el caso que el tamaño de subgrupo utilizado para la supervisión del proceso es 1 se utiliza el gráfico de control para lecturas individuales. Según (D. Montgomery, 2009) algunos ejemplos de estas situaciones son:

- En la tecnología automatizada de inspección y medición, donde cada unidad fabricada se analiza, no existe una base para el agrupamiento racional.

CAPÍTULO 4: MARCO TEÓRICO

- Los datos están disponibles de forma relativamente lenta, y no es conveniente permitir que se acumulen tamaños de muestra de $n > 1$ antes del análisis. El intervalo largo entre las observaciones causará problemas con el subgrupo racional.
- Las mediciones repetidas en el proceso difieren solo debido a errores de laboratorio o análisis, como en muchos procesos químicos.
- Se toman mediciones múltiples en la misma unidad de producto, como medir el espesor del óxido en varias ubicaciones diferentes en una oblea en la fabricación de semiconductores.
- En las plantas de proceso, como la fabricación de papel, las mediciones de algunos parámetros, como el espesor del recubrimiento en el rodillo, serán muy pequeñas y producirán una desviación estándar demasiado pequeña, si el objetivo es controlar el espesor del recubrimiento a lo largo del rodillo.

Para el cálculo los límites de control en estos casos, se debe estimar la media y la desviación estándar del estadístico W que se grafica; que en este caso es la medición individual de la variable X que es la que se analiza. De esta forma, los límites se obtienen mediante la expresión que se muestra en la ecuación (4.17):

$$\mu_X \pm 3\sigma_X \quad (4.17)$$

donde μ_X y σ_X son la media y la desviación estándar del proceso, respectivamente. En estos casos los límites de control coinciden, por definición, con los límites reales. Inicialmente los parámetros se estiman utilizando las ecuaciones (4.18) y (4.19):

$$\mu_X = \bar{X} \quad (4.18)$$

$$\sigma_X = \frac{\bar{X}}{d_2} \quad (4.19)$$

CAPÍTULO 4: MARCO TEÓRICO

Donde \bar{X} es la media de las mediciones, y \bar{R} es la media de los rangos móviles de orden 2 (rango entre dos observaciones sucesivas en el proceso). Los límites de control para gráfico de individuales están dados por:

$$\bar{X} \pm 3 \frac{\bar{X}}{d_2} \quad (4.20)$$

Dónde $d_2 = 1.128$ pues el rango móvil es de orden 2.

Si la distribución de la característica de calidad que se analiza con el gráfico de individuales se desvía demasiado de la distribución normal, entonces los criterios de interpretación para estos gráficos serían afectados. Al utilizar muestras de tamaño $n = 1$, el teorema central del límite no aplica, y entonces las mediciones graficadas tienden a seguir directamente la distribución de la cual proceden, no necesariamente una normal.

El método convencional para calcular los límites de control en el caso que la distribución de los datos no fuera normal, es identificar la distribución y calcular los percentiles 0.135, 0.50 y 0.99865, los cuales representarán los límites de control inferior, central y superior respectivamente (donde se encuentra el 99.73 % de las observaciones) (Gutiérrez & de la Vara, 2013) (D. Montgomery, 2009).

4.6.4. Gráfico de Control R

El gráfico de control R analiza la variación entre los rangos de los subgrupos, lo que permite detectar cambios en la amplitud o magnitud de la variación del proceso. Sus límites se determinan a partir de la media y la desviación estándar de los rangos de los subgrupos, ya que en este caso el estadístico W que se grafica es R . Por lo que los límites para este tipo de gráficos se obtienen mediante la expresión (4.21):

$$\mu_R \pm 3\sigma_R \quad (4.21)$$

donde μ_R representa la media de los rangos, y σ_R la desviación estándar de los rangos, que en un estudio inicial se estiman de la siguiente manera:

CAPÍTULO 4: MARCO TEÓRICO

$$\mu_R = \bar{R} \text{ y } \sigma_R = d_3 \sigma \approx d_3 \left(\frac{\bar{R}}{d_2} \right) \quad (4.22)$$

donde \bar{R} es la media de los rangos de los subgrupos, σ la desviación estándar del proceso y d_3 es una constante que depende del tamaño de subgrupo.

Como por lo general en un estudio inicial no se conoce σ , ésta puede estimarse a través de \bar{R}/d_3 . En forma explícita, los límites de control para el gráfico \bar{R} se calculan con:

$$LCS = \bar{R} + 3d_3 \left(\frac{\bar{R}}{d_2} \right) = \left[1 + 3 \left(\frac{d_3}{d_2} \right) \right] \bar{R} = D_4 \bar{R} \quad (4.23)$$

$$\text{Línea Central} = \bar{R} \quad (4.24)$$

$$LCI = \bar{R} - 3d_3 \left(\frac{\bar{R}}{d_2} \right) = \left[1 - 3 \left(\frac{d_3}{d_2} \right) \right] \bar{R} = D_3 \bar{R} \quad (4.25)$$

Como se muestra anteriormente, se introducen las constantes D_3 y D_4 que simplifican los cálculos, y se encuentran tabuladas para diferentes tamaños de subgrupo, n .

Los límites de un gráfico de control de Rangos reflejan la variación esperada para los rangos muestrales de tamaño n , mientras que el proceso no tenga un cambio significativo (Gutiérrez & de la Vara, 2013).

El gráfico de Rangos móviles se emplea como complemento del gráfico de lecturas individuales, dónde se grafica el rango móvil de orden 2 y se utiliza para detectar cambios en la dispersión del proceso. Los límites de control se obtienen de la misma forma que en un gráfico de rangos, lo que en este caso las constantes D_3 y D_4 se determinan utilizando el tamaño de subgrupo $n = 2$, ya que cada rango se obtiene de dos datos (mediciones consecutivas) (Gutiérrez & de la Vara, 2013).

$$LCS = 3.267 \times \bar{R} \quad (4.26)$$

CAPÍTULO 4: MARCO TEÓRICO

$$\text{Línea Central} = \bar{R} \quad (4.27)$$

$$LCI = 0 \quad (4.28)$$

4.6.5. Interpretación de los Gráficos de Control

En el caso que en un estudio inicial se detecten puntos fuera de los límites de control, se deben investigar las posibles causas especiales que provocaron esa situación. Cuando se identifican y eliminan las causas que propiciaron ese comportamiento, se recomienda calcular nuevamente los límites de control sin la influencia de dichos puntos, y entonces utilizar esos límites para analizar el proceso en el futuro.

Cuando los puntos graficados caen fuera de los límites de control o siguen un comportamiento no aleatorio (tendencia ascendente, ciclo, etc.), esto constituye una señal de que ha habido un cambio especial en el proceso o lo que es lo mismo, que se ha detectado una causa especial de variación. El gráfico se encuentra indicando entonces que el proceso es inestable o se encuentra fuera de control estadístico, lo que está provocando que puntos no estén variando de forma aleatoria. Esto no significa que no se pueda continuar produciendo, sino que el proceso está trabajando con variaciones debidas a algunas causas específicas que hay que identificar inmediatamente para tomar las medidas correctivas adecuadas. Se debe tener conocimiento profundo del proceso para poder identificar las causas específicas que lo están afectando, que podrían relacionarse con un cambio de turno de operadores, diferentes condiciones de las máquinas, material heterogéneo, entre otras.

4.6.6. Cumplimiento de los Supuestos de los Gráficos de Control de Shewhart.

Los gráficos de control se basan en el supuesto que las observaciones de la variable son independientes y siguen una distribución Normal. Por lo que en presencia de procesos asimétricos como, por ejemplo, los que pueden modelarse por la distribución

CAPÍTULO 4: MARCO TEÓRICO

de Weibull, no es adecuada la utilización de los gráficos de Shewhart convencionales, considerando, entre otras desventajas, un incremento sustancial en la probabilidad de emisión de una señal de falsa alarma con lo cual, la detección de mejoramientos en el proceso no es factible (Quintana, Pisani, & Casal, 2015).

4.6.6.1. Prueba de Independencia

Dentro de los supuestos que se deben cumplir para la construcción de la mayoría de los gráficos de control, se encuentra que las mediciones de la característica de calidad que se estudia sean independientes, es decir que las mediciones consecutivas de estas no estén relacionadas. En el caso inicial que este supuesto no se esté cumpliendo una de las alternativas para lograr esta independencia puede ser espaciar aún más la frecuencia de muestreo, por ejemplo, si se toma una muestra cada 20 minutos, es preciso aumentar ese tiempo a 40 o más minutos, otra alternativa ante esta situación puede ser la utilización de un gráfico de control para datos autocorrelacionados (vea Montgomery, (2009)) (Gutiérrez & de la Vara, 2013).

La correlación entre miembros de series de observaciones ordenadas en el tiempo (series de tiempo) o en el espacio puede definirse como autocorrelación. Las causas principales de la autocorrelación son (Gujarati & Porter, 2010):

- Trabajo con datos de serie temporal: cuando se trabaja con datos de corte longitudinal, es muy frecuente que el término de perturbación en un instante dado siga una tendencia marcada por los términos de perturbación asociados a instantes anteriores, lo que propicia la aparición de autocorrelación en el modelo.
- Especificación errónea en la parte determinista del modelo:
 1. Omisión de variables relevantes: en tal caso, las variables omitidas pasan a formar parte del término de error y, por tanto, si hay correlación entre distintas observaciones de las variables omitidas, también la habrá entre distintos valores de los términos de perturbación.

CAPÍTULO 4: MARCO TEÓRICO

2. Especificación incorrecta de la forma funcional del modelo: si se usa un modelo inadecuado para describir las observaciones (un modelo lineal cuando en realidad se debería usar un modelo cuadrático), se nota que los residuos muestran comportamientos no aleatorios.
- Transformaciones de los datos: aunque el modelo original no presentara problemas de autocorrelación, algunas transformaciones en este podrían contribuir a la aparición de autocorrelación en el término de perturbación del modelo transformado.
 - Trabajo con modelos dinámicos: cuando se trabaja con series temporales suele ser habitual considerar modelos que incluyan no sólo los valores actuales sino también los valores retardados (pasados) de las variables explicativas.
 - Existencia de tendencias y ciclos en los datos: la mayoría de las variables económicas no son estacionarias en media, esto significa que si la variable endógena del modelo tiene una tendencia creciente o presenta un comportamiento cíclico que no es explicado por las exógenas, el término de error recogerá ese ciclo o tendencia.

Existen varias formas de probar la falta de independencia, algunas son basadas en los coeficientes muestrales de autocorrelación. Sea x_i una serie de n valores, con $i = 1, 2, \dots, n$; el coeficiente de autocorrelación simple r_k con retardo o desfaseamiento k , está dado por:

$$r_k = \frac{\sum_{i=1}^{n-k} (x_i - \bar{x})(x_{i+k} - \bar{x})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (4.29)$$

donde \bar{x} es la media aritmética de la variable x en la serie. De esta forma el r_1 calcula la correlación entre los valores sucesivos (retardo 1), es decir entre las parejas formadas por (x_i, x_{i+1}) ; el r_2 considera los datos con retardo 2 para estimar la correlación entre las parejas (x_i, x_{i+2}) ; y así sucesivamente. Así, r_k mide la relación lineal entre los valores de la serie con un retardo o desfaseamiento de k unidades de tiempo. Se puede demostrar que los valores de r_k están entre -1 y 1 , y un valor de r_k cercano a 1 quiere

CAPÍTULO 4: MARCO TEÓRICO

decir que las observaciones separadas por un desfaseamiento de k unidades de tiempo, tienen una fuerte tendencia a moverse juntas en forma lineal con pendiente positiva. Mientras que un valor cercano a -1 significa que las observaciones separadas por un desfaseamiento de k unidades de tiempo, tienen una fuerte tendencia a desplazarse juntas en forma lineal con pendiente negativa.

El correlograma es un gráfico muy útil para interpretar los coeficientes de autocorrelación de una serie temporal ya que muestra el comportamiento de los coeficientes de autocorrelación de orden k contra el retardo k .

4.6.6.2. Prueba de Bondad de Ajuste

Los gráficos de control de Shewhart convencionales deben cumplir con el supuesto de que los datos sigan una distribución Normal, es importante por tanto identificar el tipo de distribución que se ajuste mejor a los datos. La prueba de bondad de ajuste se basa en que tan buen ajuste se tiene entre la frecuencia de ocurrencia de las observaciones en una muestra estudiada y la frecuencia esperada que se obtiene a partir de una distribución hipotética. La prueba de bondad de ajuste compara la distribución de frecuencias observadas o empírica F_n con una función específica. El procedimiento implica el cálculo de una distribución esperada F_0 de la muestra estudiada. El propósito de la prueba es averiguar si existen diferencias estadísticamente significativas entre la distribución observada F_n y la distribución esperada F_0 (Harris, 1987)

Existen algunos procedimientos para realizar pruebas de bondad de ajuste, entre los más conocidos destacan la prueba basada en la distribución Chi-cuadrada (χ^2), la prueba de Kolgomorov-Smirnov (K-S) y la prueba Anderson-Darling (A_n^2 o AD) (Dodson, 1994); siendo esta última una de las más recomendadas y explicada a continuación.

1. Estadístico A_n^2 para la prueba de bondad de ajuste Anderson-Darling

Sean x_1, x_2, \dots, x_n observaciones independientes de la variable aleatoria X , con función de distribución continua $G(x)$. Si se desea probar la hipótesis

CAPÍTULO 4: MARCO TEÓRICO

$H_0: G(x) = G_0(x)$ donde $G_0(x)$ es una función de distribución completamente especificada, entonces la hipótesis nula es equivalente a probar que las observaciones t_1, t_2, \dots, t_n , donde $t_i = G_0(x)$, provienen de una distribución uniforme (0, 1). Si se denota con $F(t)$ la función de distribución de $T = G_0(X)$, y $F_n(t)$ la función de distribución de la muestra, entonces el estadístico Anderson Darling será (Harris, 1987):

$$A_n^2 = n \int_0^1 \{F_n(t) - t\}^2 \{t(1-t)\}^{-1} dt \quad (4.30)$$

La fórmula para el estadístico A_n^2 determina si los datos $\{x_1 < \dots < x_n\}$ provienen de una distribución con función acumulada continua $G(x)$.

$$A_n^2 = -n - S \quad (4.31)$$

Donde:

$$S = \sum_{i=1}^n \frac{2i-1}{n} [\ln F(x_i) + \ln(1 - F(x_{n+1-i}))] \quad (4.32)$$

El estadístico se puede entonces comparar contra la distribución del estadístico de prueba para aceptar o rechazar la hipótesis $H_0: F_n(t) = F_0$.

4.7. Índices de Capacidad

Las variables de salida de un proceso deben cumplir con una serie de especificaciones, a partir de ese análisis se considera si el proceso se encuentra funcionando de manera satisfactoria o no. Es de interés constante conocer en qué medida esa característica de calidad es satisfactoria por lo que se necesita evaluar la capacidad de un proceso o lo que es lo mismo, determinar la amplitud de la variación natural de este para la característica de calidad analizada (Gutiérrez & de la Vara, 2013).

CAPÍTULO 4: MARCO TEÓRICO

El índice de capacidad potencial del proceso (C_p), se define como:

$$C_p = \frac{ES - EI}{6\sigma} \quad (4.33)$$

donde σ representa la desviación estándar del proceso, mientras que ES y EI son las especificaciones superior e inferior para la característica de calidad. Como se muestra en la ecuación (4.34), el índice C_p compara el ancho de las especificaciones o la variación tolerada para el proceso con la amplitud de la variación real de éste:

$$C_p = \frac{\text{Variación tolerada}}{\text{Variación real}} \quad (4.34)$$

Es importante puntualizar que, para proceder con la interpretación de este índice, se debe cumplir con el supuesto que la característica de calidad que se analiza presenta una distribución normal, que el proceso se encuentra centrado y estable (es decir, en control estadístico) y que se conoce la desviación estándar de los datos. Lo que se desea es que el índice C_p sea mayor que 1 para que el proceso se considere capaz, pues de esta manera se estaría indicando que se está cumpliendo con las especificaciones, es decir, que la variación real del proceso es menor que la variación tolerada (especificaciones). Si el índice C_p es menor que 1, se está evidenciando que el proceso no está cumpliendo con las especificaciones.

El índice C_p no toma en cuenta para su cálculo el hecho de que el proceso se encuentre descentrado pues en su fórmula para calcularlo no se incluye la media del proceso μ . Para corregir esto se propone evaluar independientemente el cumplimiento de cada una de las especificaciones, a través del índice de capacidad para la especificación inferior, C_{pi} , y el índice de capacidad para la especificación superior C_{ps} ; los cuales se muestran en las ecuaciones (4.36) y (4.37).

$$C_{pi} = \frac{\mu - EI}{3\sigma} \quad (4.36)$$

CAPÍTULO 4: MARCO TEÓRICO

$$C_{ps} = \frac{ES - \mu}{3\sigma} \quad (4.37)$$

Estos índices calculan la distancia entre la media del proceso y cada una de las especificaciones, o lo que es lo mismo, la variación tolerada para el proceso de un solo lado de la media. Se divide entre 3σ porque se está teniendo en cuenta la mitad de la variación natural del proceso. Se demuestra en los cálculos por tanto, que estos índices si toman en cuenta la μ . Un proceso para considerarlo adecuado debe presentar índices C_{pi} o C_{ps} mayores que 1.25.

Por otro lado, el índice C_{pk} , que se conoce como índice de capacidad real del proceso, se considera una versión corregida del C_p que toma en cuenta el centrado del proceso. Una de las maneras de calcularlo es como la que se muestra a continuación:

$$C_{pk} = \text{Mínimo} \left[\frac{\mu - EI}{3\sigma}, \frac{ES - \mu}{3\sigma} \right] \quad (4.38)$$

Como se puede advertir, el índice C_{pk} es igual al valor más pequeño de entre C_{pi} y C_{ps} , es decir, es igual al índice unilateral más pequeño, por lo que si el valor del índice C_{pk} es satisfactorio (mayor que 1.25), eso indica que el proceso en realidad es capaz. Si $C_{pk} < 1$, entonces el proceso no cumple con por lo menos una de las especificaciones. Para la interpretación de este índice también tiene en cuenta algunos elementos adicionales como los que sugiere Gutiérrez & de la Vara, (2013):

- El índice C_{pk} siempre será menor o igual que el índice C_p . Cuando estos dos son muy próximos, se está indicando que la media del proceso se encuentra muy cerca del punto medio de las especificaciones, por lo que la capacidad potencial y real son similares.
- Si el valor del índice C_{pk} es mucho más pequeño que el C_p , significa que la media del proceso está alejada del centro de las especificaciones. De esa manera, el índice C_{pk} estará indicando la capacidad real del proceso, y si se

CAPÍTULO 4: MARCO TEÓRICO

corrige el problema de descentrado se alcanzará la capacidad potencial indicada por el índice C_p .

- Cuando el valor del índice C_{pk} sea mayor a 1.25 en un proceso ya existente, se considerará que se tiene un proceso con capacidad satisfactoria. Mientras que para procesos nuevos se pide que $C_{pk} > 1.45$.
- Es posible tener valores del índice C_{pk} iguales a cero o negativos, e indican que la media del proceso está fuera de las especificaciones.

4.8. Longitud Promedio de Corridas (ARL)

La forma convencional de medir la velocidad con la que un gráfico de control detecta un cambio, es a través de la longitud Promedio de Corridas (ARL, por sus siglas en inglés), que es el número de puntos que en promedio es necesario graficar para que el gráfico de control detecte un cambio dado. Bajo condiciones de control estadístico, el $ARL = 1/p$, donde p es igual a la probabilidad de que los puntos caigan fuera de los límites de control, que en el caso del gráfico de medias y bajo el supuesto de normalidad $p = 0.0027$, y entonces $ARL = 370.4$. De esta forma, bajo control estadístico se espera que de cada 370.4 puntos en el gráfico de medias uno caiga fuera de los límites de control, a pesar de que no haya ocurrido un cambio; es decir, se espera que el gráfico de medias envíe una falsa alarma cada 370.4 puntos en promedio. En este caso, $p = 0.0027$ es la probabilidad de error tipo I, y representa el riesgo que se asume de que un punto se salga de los límites de control sin que haya ocurrido ningún cambio en el proceso (Gutiérrez & de la Vara, 2013).

4.9. Diseño de un Gráfico de control Weibull Difuso para Lecturas Individuales

Luego del estudio detallado de los conceptos necesarios para la elaboración de un gráfico de control Weibull difuso que considere la incertidumbre generada por una muestra insuficiente de datos del proceso, se procede a la explicación del método utilizado para su diseño.

CAPÍTULO 4: MARCO TEÓRICO

Una vez definido que las observaciones tomadas de una característica de calidad de interés se distribuyen Weibull, se estiman sus parámetros (de forma (β) y escala (η)) así como sus intervalos de confianza mediante el método de máxima verosimilitud (explicado en la sección 4.2). Posteriormente, se define un número difuso triangular para cada parámetro, teniendo en cuenta sus respectivos intervalos de confianza. De esta manera se obtiene un número difuso triangular \bar{N} que se encuentra definido por tres números $a < b < c$ donde la base del triángulo la constituye el intervalo $[a, c]$ que en este caso se correspondería con el intervalo de confianza del parámetro, y su vértice está en $x = b$ que sería el valor del parámetro estimado (ver sección 4.5.1).

Una vez definidos los parámetros difusos $\bar{\eta}$ y $\bar{\beta}$, se establecen los valores de $\bar{\eta}[\alpha]$ y $\bar{\beta}[\alpha]$ para $0 \leq \alpha \leq 1$ y se procede entonces a calcular los límites de control. Como la distribución de los datos no es Normal, los límites de control inferior, central y superior se definen como los valores de los percentiles 0.135, 0.50 y 0.99865 respectivamente, según el método convencional. En el caso propuesto donde el tamaño de la muestra obtenida es insuficiente, se propone utilizar todas las posibles combinaciones de los parámetros difusos propuestos, con el fin de determinar el valor de los percentiles y de esta manera incluir la incertidumbre generada por la muestra.

Considerando la función de distribución acumulada dada por la ecuación (4.2), se obtiene su función inversa, la cual representa la función cuantil (4.39) y se utiliza para establecer los límites de control mediante los percentiles antes mencionados.

$$\bar{L}C_{pt} = \bar{\eta}\{-\log[1 - pt]\}^{1/\bar{\beta}} \quad (4.39)$$

Considerando que los parámetros son difusos y utilizando la ecuación (4.39), la propuesta del cálculo de los límites de control difusos sería:

$$K = -\log[1 - pt] \quad (4.40)$$

$$A = 1_{ax2} \odot \bar{\beta} \quad (4.41)$$

CAPÍTULO 4: MARCO TEÓRICO

$$G = K^{\odot A} \quad (4.42)$$

$$\overline{LC}_{pt} = [\bar{\eta} \otimes G] \quad (4.43)$$

Dónde:

$\bar{\eta}$ y $\bar{\beta}$ son todos los posibles valores de los parámetros difusos;

1_{ax2} : Es una matriz de 1s, de la misma dimensión del parámetro $\bar{\beta}$;

pt : Percentil correspondiente a los límites de control inferior, central y superior;

\oslash : Operador de División Hadamard (Contador Revetria, 2012);

\odot : Operador de Potencia Hadamard (Contador Revetria, 2012);

\otimes : Operador de Producto Kronecker (Banquet Brango, 2011);

\overline{LC} : Límites de control difusos.

Una vez obtenidos todos los límites posibles de acuerdo a las combinaciones de los parámetros difusos, se propone mediante simulación, generar datos aleatorios según los parámetros del proceso y determinar el número de puntos que en promedio es necesario graficar para que el gráfico de control detecte un cambio dado (ARL) y de esta manera establecer los límites para los cuales el gráfico de control diseñado presenta un ARL (difuso) mejor en comparación con el ARL obtenido por el método convencional.

En caso de obtener varias combinaciones de parámetros para los cuales el ARL del gráfico de control difuso es mejor que el ARL del convencional, se propone establecer un rango de límites donde el $\min(\overline{LC}_{pt})$ indica una condición de alerta y es necesario revisar si existe alguna causa asignable afectando el proceso (sin necesidad de detenerlo). Además, el $\max(\overline{LC}_{pt})$ indica una condición de alarma y el proceso debe detenerse dado que muestra alta probabilidad de que existan causas asignables afectando al proceso y es posible que se encuentre fuera de control estadístico.

CAPÍTULO 4: MARCO TEÓRICO

4.10. Diseño de un Gráfico de Control Weibull Difuso para Rangos

El gráfico de control para Rangos se ha utilizado como complemento al gráfico de control para medidas individuales, donde se grafica el rango móvil de orden 2 para detectar cambios en la dispersión del proceso; sin embargo, estudios recientes han demostrado que el gráfico de lecturas individuales es suficientemente robusto para detectar cambios tanto en la media como en la dispersión del proceso. Por ello se recomienda solo utilizar el gráfico de individuales (Gutiérrez & de la Vara, 2013). A pesar de eso se propone un método para el diseño de este gráfico teniendo en cuenta que la distribución de los datos es Weibull y utilizando los números difusos.

Para obtener el valor de la constante D_4 se utilizan los parámetros con los que se determinaron los límites de control difusos para lecturas individuales propuestos teniendo en cuenta que la distribución de los datos es Weibull. Una vez determinado el valor de la constante, se obtiene el rango entre las observaciones consecutivas de la muestra; con esto, se calculan los límites utilizando las ecuaciones (4.23), (4.24), (4.25) y se grafican.

4.11. Índices de Capacidad Weibull Difusos

Determinados los límites de control Weibull difusos y garantizando que el comportamiento del gráfico de control propuesto es mejor que el gráfico de control convencional; se procede al cálculo de los índices de capacidad Weibull difusos propuestos, donde, en lugar de utilizar los límites de control convencionales, se utilizan los límites de control propuestos. Las ecuaciones por tanto quedan como se muestra en la Tabla 4.1.

CAPÍTULO 4: MARCO TEÓRICO

Tabla 4.1 Determinación de los Índices de Capacidad

	Método Convencional	Método Propuesto
Índice de Capacidad Potencial del Proceso	$C_p = \frac{ES - EI}{6\sigma} \quad (4.39)$	$P_p = \frac{ES - EI}{\overline{LS} - \overline{LI}} \quad (4.40)$
Índice de capacidad real del proceso	$C_{pk} = \text{Mínimo}[C_{pi}, C_{ps}]$ $\text{Mínimo} \left[\frac{\mu - EI}{3\sigma}, \frac{ES - \mu}{3\sigma} \right]$ (4.44)	$P_{pk} = \text{Mínimo}[P_{pi}, P_{ps}]$ $\text{Mínimo} \left[\frac{\overline{LC} - EI}{\overline{LC} - \overline{LI}}, \frac{ES - \overline{LC}}{\overline{LS} - \overline{LC}} \right]$ (4.45)

El índice de capacidad potencial del proceso debe ser mayor que 1 para afirmar que el proceso cumple las especificaciones. Compara el ancho de las especificaciones o la variación tolerada para el proceso con la amplitud de la variación real. Mientras el índice de capacidad real del proceso representa la variación tolerada para el proceso de un solo lado de la media. Toma en cuenta el centrado del proceso, lo que si el valor del índice C_{pk} es satisfactorio (mayor que 1.25), eso indica que el proceso en realidad es capaz. Si $C_{pk} < 1$, entonces el proceso no cumple con por lo menos una de las especificaciones.

CAPÍTULO 5

5. METODOLOGÍA

Considerando el problema planteado en el capítulo 2 y la revisión de literatura, este capítulo se enfoca en la metodología propuesta para elaborar un gráfico de control para la distribución Weibull y establecer sus límites a través de los números difusos.

La figura 5.1 muestra los pasos de la metodología. Con el objetivo de elaborar un gráfico de control considerando la incertidumbre generada por una muestra insuficiente, suponiendo que la recolección de observaciones se realiza de manera adecuada, a continuación, se detalla la metodología propuesta.

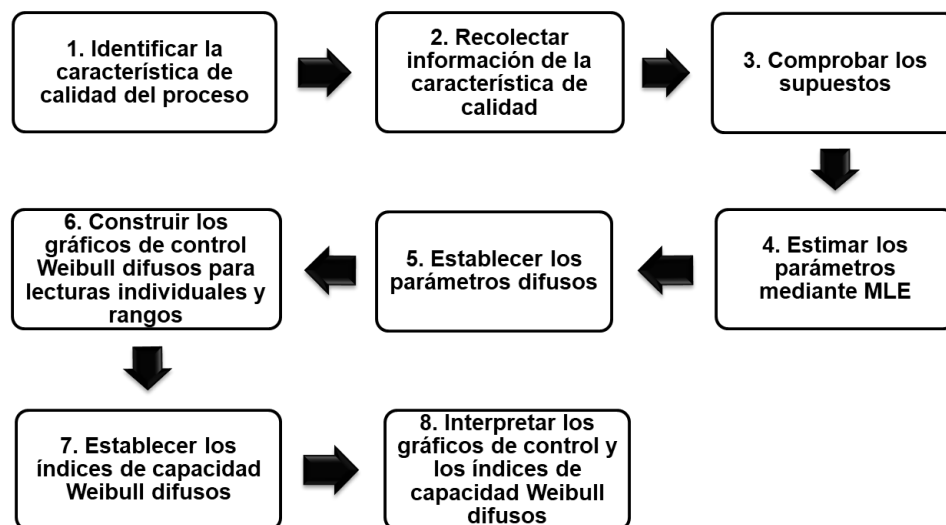


Figura 5.1 Pasos de la Metodología

CAPÍTULO 5. METODOLOGÍA

5.1. Identificar la Característica de Calidad del proceso.

A través del dibujo de especificación, análisis funcional y diseño, es posible obtener información para establecer la característica de calidad objeto de estudio (especificación de mayor interés).

5.2. Recolectar Información de la Característica de Calidad

Establecer un sistema para el registro de las mediciones (observaciones) obtenidas de la característica de calidad. En este paso lo más importante es entender claramente la especificación, con el fin de elegir el gage que se utilizará para realizar el trabajo de medición de la característica de calidad deseada.

5.3. Comprobar los Supuestos.

Demostrar que las mediciones de la característica de calidad son independientes, mediante la elaboración de un correlograma (ver capítulo 4, sección 4.6.6.1); con el fin de determinar si existe autocorrelación entre las observaciones.

Realizar una prueba de bondad de ajuste, con el propósito de identificar qué tipo de distribución de probabilidad se ajusta a las mediciones obtenidas de la característica de calidad. Existen diferentes procedimientos para realizar este tipo de pruebas (ver capítulo 4, sección 4.6.6.2). Si es posible ajustar una distribución normal a las observaciones, seguir los pasos de la metodología convencional para construir gráficos de control.

5.4. Estimar los Parámetros Mediante Máxima Verosimilitud.

Estimar los parámetros en dependencia del tipo de distribución. En el caso que se distribuya Weibull, utilizar la estimación por Máxima Verosimilitud (ver capítulo 4 sección 4.2)

CAPÍTULO 5. METODOLOGÍA

5.5. Establecer los Parámetros Difusos

Definir un número difuso triangular para cada parámetro, teniendo en cuenta sus respectivos intervalos de confianza, de esta manera se obtienen parámetros difusos triangulares y utilizando la función difusa triangular (4.14) se establecen los valores de $\bar{\eta}[\alpha]$ y $\bar{\beta}[\alpha]$ para $0 \leq \alpha \leq 1$ (ver capítulo 4 sección 4.5.1).

5.6. Construir los Gráficos de Control Weibull Difusos para Lecturas Individuales y Rangos.

Debido a que la distribución Weibull es la propuesta para representar las mediciones de la característica de calidad que se analiza, se pretende construir un gráfico de control Weibull; también se incorporan los números difusos para considerar la incertidumbre que genera una muestra insuficiente de mediciones de la característica de calidad. Por lo tanto, se construye un gráfico Weibull difuso para lecturas individuales y rangos como se muestra en el capítulo 4 sección 4.9 y 4.10.

5.7. Establecer los Índices de Capacidad Weibull Difusos.

La estimación de los índices de capacidad se realiza utilizando los límites de control Weibull difusos previamente calculados y las fórmulas establecidas en la sección 4.11 del capítulo 4; con el fin de obtener un gráfico de control con su respectivo análisis de capacidad del proceso.

5.8. Interpretar los Gráficos de Control y los Índices de Capacidad Weibull Difusos.

Utilizando lo estudiado en las secciones 4.6.5 y 4.11 del capítulo 4, se interpretan los gráficos de control con los índices de capacidad Weibull difusos propuestos y se comparan con el método convencional. Adicionalmente, se dan conclusiones acerca del proceso.

CAPÍTULO 6

6. CASO DE ESTUDIO

Este capítulo muestra la aplicación de la metodología propuesta para la construcción de un gráfico de control Weibull difuso, considerando la incertidumbre generada por una muestra insuficiente de mediciones de la característica de calidad. Como caso de estudio, se realiza el análisis sobre un proceso de manufactura de un componente automotriz: chasis.

Caso de Aplicación

General Motors de México se dedica a producir y comercializar componentes de vehículos a través de cuatro marcas: Chevrolet, Buick, GMC y Cadillac. Cuenta con cuatro complejos manufactureros en los cuales se ensamblan no solo automóviles sino también componentes tales como transmisiones y motores, tanto para el consumo nacional como de exportación. Uno de estos complejos se encuentra en Ramos Arizpe en el Estado de Coahuila de Zaragoza y se dedica a la manufactura del Chevrolet Sonic y Chevrolet Cruze.

La Empresa donde se realiza la aplicación de la metodología propuesta es proveedora de este complejo y se dedica a manufacturar el chasis para el modelo Chevrolet Cruze, pero por motivos de confidencialidad no se revela su nombre en esta investigación.

Una de las piezas manufacturadas, que forma parte del chasis, es el brazo que se muestra en la figura 6.1, el cual consta de unos travesaños en sus lados que permiten el ensamble con otra pieza del armazón.

CAPÍTULO 6. CASO DE ESTUDIO

La especificación número 19 indica el movimiento que acepta tener uno de los travesaños en la pieza, siendo esta característica muy importante porque de ello depende el correcto o incorrecto ensamble posterior. El desplazamiento permitido del travesaño es de 2 cm. Es interés de la empresa entonces observar y analizar el comportamiento de esta característica de calidad a través del tiempo, así como realizar el análisis de la capacidad del proceso.

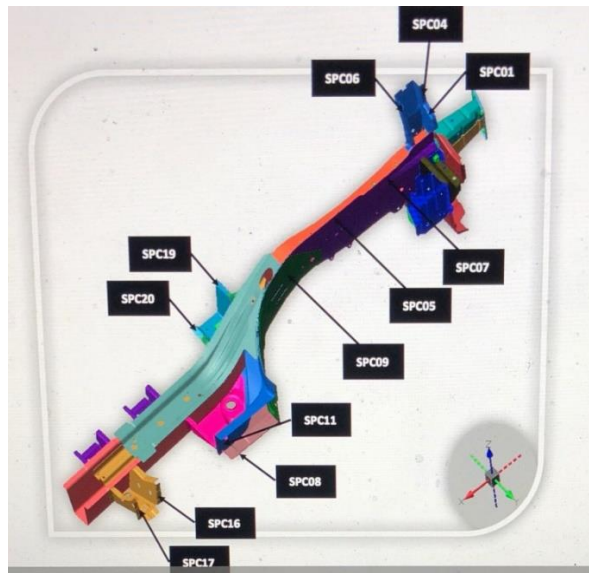


Figura 6.1 Brazo Manufacturado con Especificaciones

Por lo tanto, se propone elaborar un gráfico de control que sea capaz de monitorear la característica de calidad con base en las especificaciones explícitas, con el fin de cumplir con los requerimientos de calidad establecidos para correcto ensamble. A continuación, se desarrollan los pasos de la metodología propuesta.

6.1. Identificar la Característica de Calidad del Proceso

Con base en la figura 6.1, es posible establecer la característica de calidad que se desea controlar para cumplir con los requerimientos establecidos. El gráfico de control se elabora para monitorear la especificación No. 19 “desplazamiento del travesaño” (este no deberá exceder los 2 centímetros).

CAPÍTULO 6. CASO DE ESTUDIO

6.2. Recolectar Información de la Característica de Calidad.

Se obtiene una muestra de 16 observaciones de la especificación desplazamiento del travesaño que fueron tomadas en el transcurso de 8 jornadas de trabajo, en el horario de 10 de la mañana y 3 de la tarde. Los datos se muestran en la tabla 6.1.

Tabla 6.1 Mediciones de la Característica de Calidad Desplazamiento de Travesaño

Observaciones	Desplazamiento	Observaciones	Desplazamiento
1	1.476	9	0.425
2	0.335	10	1.144
3	1.021	11	1.702
4	1.646	12	1.611
5	1.187	13	1.270
6	1.952	14	1.385
7	0.233	15	0.428
8	0.392	16	0.751

6.3. Comprobar los Supuestos.

- Prueba de Autocorrelación

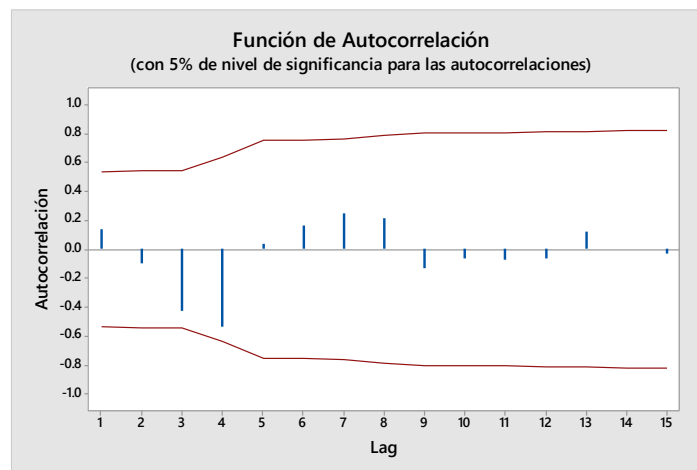


Figura 6.2 Correlograma del Desplazamiento del Travesaño

CAPÍTULO 6. CASO DE ESTUDIO

La figura 6.2 muestra que las observaciones no están autocorrelacionadas debido a que ningún punto “lag” excede los límites mostrados en la gráfica (línea roja). Por lo tanto, es posible afirmar que las observaciones son independientes.

- Prueba de Bondad de Ajuste

Con la información obtenida a través de la prueba de bondad de ajuste Anderson Darling se puede establecer que las mediciones del desplazamiento del travesaño, con un nivel de confianza del 95 %, se distribuyen de forma Weibull con un valor de probabilidad de 0.063; el parámetro de escala es igual a 1.1966 y el de forma 2.0433.

6.4. Estimar los Parámetros Mediante Máxima Verosimilitud.

- Estimación de Parámetros

Debido a que la distribución de referencia es la Weibull, se utiliza el método de máxima verosimilitud para estimar los parámetros de la distribución, así como sus intervalos de confianza.

Los parámetros estimados e intervalos de confianza son:

$$\bar{\eta} \quad 0.9304 \leq 1.1966 \leq 1.5389$$

$$\bar{\beta} \quad 1.3503 \leq 2.0433 \leq 3.0921$$

6.5. Establecer los Parámetros Difusos

Las figuras 6.3 y 6.4 muestran los parámetros difusos que se diseñan teniendo en cuenta los intervalos de confianza y cortes alfa, $0 < \alpha < 1$.

CAPÍTULO 6. CASO DE ESTUDIO

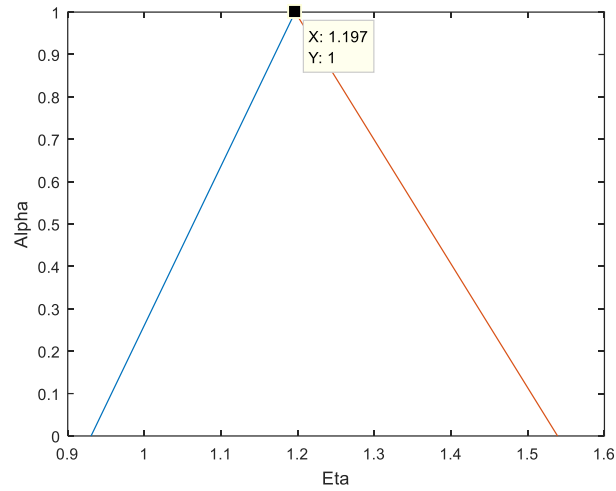


Figura 6.3 Parámetro Difuso Eta ($\bar{\eta}$)

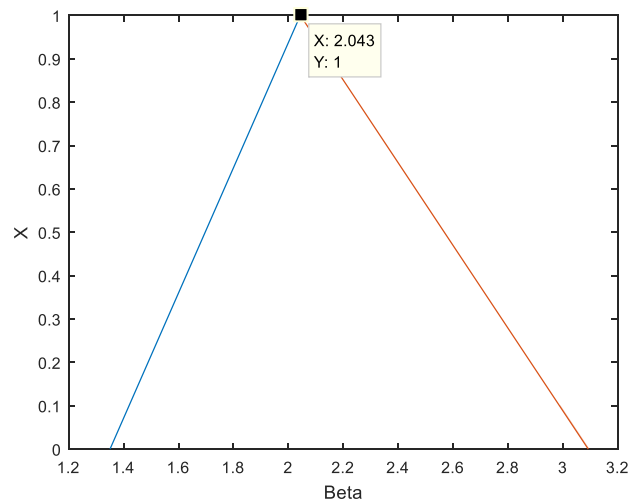


Figura 6.4 Parámetro Difuso Beta ($\bar{\beta}$)

6.6. Construir los Gráficos de Control Weibull Difusos para Lecturas Individuales y Rangos.

Con la información del desplazamiento del travesaño y los pasos realizados hasta ahora, se obtiene un ARL difuso de 6.4074 mejor que el ARL convencional de 110.11, para los valores de los límites de control difusos:

$$\bar{LC}_i = 0.1055$$

CAPÍTULO 6. CASO DE ESTUDIO

$$\overline{LC}_c = 0.823$$

$$\overline{LC}_s = 1.7413$$

Con fines comparativos, la figura 6.5 muestra el gráfico de control construido, dónde las líneas rojas indican los límites de control superior e inferior propuestos, mientras que las líneas azules indican los límites de control determinados por el método convencional. Como se muestra en la figura 6.5, la observación número 6 se encuentra fuera del límite de control superior propuesto. Esto indica que es necesario inspeccionar el proceso ya que existe una alta probabilidad de encontrar alguna causa asignable que está propiciando la manufactura de piezas fuera de especificación. Los límites de control difusos propuestos fueron establecidos a partir de garantizar que la medida de ARL fuera mejor que la del convencional, lo que asegura que los límites de control propuestos están captando la realidad del proceso y este se encuentra fuera de control, lo que no resulta de la misma forma cuando se analiza el proceso con los límites de control convencionales, los cuales indican que el proceso se encuentra trabajando en control lo que no es una realidad, se están cometiendo errores en el proceso que claramente se puede ver que el gráfico no identifica. De esta manera se muestra cómo el gráfico de control Weibull propuesto considera las incertidumbres que está generando el tamaño de muestra insuficiente en el gráfico de control convencional.

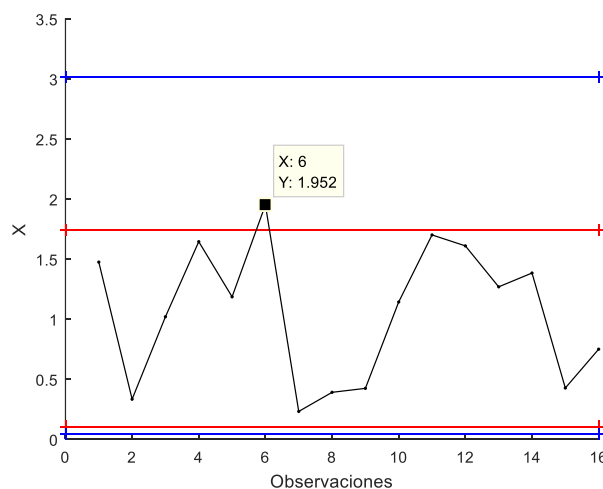


Figura 6.5 Gráfico de Control Weibull con Límites Convencionales y Difusos

CAPÍTULO 6. CASO DE ESTUDIO

Gráfico de Control Weibull Difuso para Rangos

Utilizando el procedimiento explicado en la sección 4.10 y establecidos los valores de los percentiles, se obtiene $D_4=1$. Determinado el valor de la constante D_4 se obtiene el rango entre las observaciones consecutivas de la muestra, los resultados se muestran en la Tabla 6.3.

Tabla 6.2. Tabla de Rangos

Obs.	Desplazamiento	Rango	Obs.	Desplazamiento	Rango
1	1.476		9	0.425	0.0330
2	0.335	1.1410	10	1.144	0.7190
3	1.021	0.6860	11	1.702	0.5580
4	1.646	0.6250	12	1.611	0.0910
5	1.187	0.4590	13	1.270	0.3410
6	1.952	0.7650	14	1.385	0.1150
7	0.233	1.7190	15	0.428	0.9570
8	0.392	0.1590	16	0.751	0.3230

Establecidos los rangos, se calculan los límites utilizando las ecuaciones (4.26) (4.27) y (4.28) y se grafican (Figura 6.6). La línea roja indica el límite superior difuso propuesto mientras la azul el límite determinado por el método convencional.

CAPÍTULO 6. CASO DE ESTUDIO

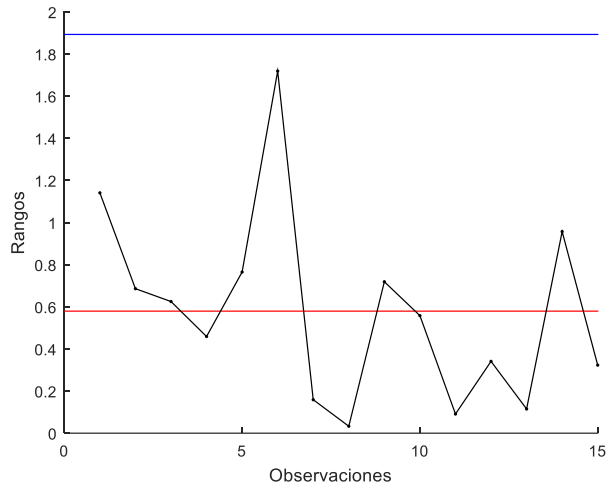


Figura 6.6 Gráfico de Control de Rangos.

La figura 6.6 muestra alta variabilidad entre los rangos de las observaciones de acuerdo a los límites de control propuestos, lo que indica que el proceso no permanece estable a lo largo del tiempo, sería necesario aumentar las observaciones del proceso pues se nota una ligera estabilidad al final del gráfico, y quizás la observación 6 que es la más alejada del límite de control, se encuentre influyendo considerablemente en el gráfico, lo que hace considerar la forma propuesta para el diseño del gráfico. Independientemente de esto se nota que el límite de control convencional indica una perfecta estabilidad en el proceso, pero este resultado no se considera real pues para su cálculo no se tiene en cuenta la distribución de los datos. Se propone por tanto continuar el estudio y como trabajo futuro una investigación más profunda del diseño del gráfico de control Weibull difuso para Rangos.

6.7. Establecer los Índices de Capacidad Weibull Difusos.

Se determinan los índices de capacidad de los procesos mediante el método convencional y el propuesto para analizar cuál de los dos ofrece mejores resultados. La tabla 6.3 muestra los resultados alcanzados utilizando las ecuaciones de la sección 4.11.

CAPÍTULO 6. CASO DE ESTUDIO

Tabla 6.3. Índices de Capacidad Propuestos

	Método Convencional	Método Propuesto. Weibull Difuso
Índice de Capacidad Potencial del Proceso	0.67391	1.2227
Índice de capacidad real del proceso	0.49628	1.1471

6.8. Interpretar los Gráficos de Control y los Índices de Capacidad Weibull Difusos.

La figura 6.5 indica que una observación se encuentra por encima del límite de control superior difuso propuesto, por lo que se puede afirmar con alta probabilidad que existen causas asignables afectando el proceso y es necesaria una revisión. El gráfico de control Weibull difuso para lecturas individuales, al garantizar un mayor desempeño, es capaz de detectar de mejor manera si existen o no observaciones fuera de control, lo que genera un beneficio al evitar que la empresa sea sancionada por no cumplir con las regulaciones establecidas y reduce las falsas alarmas en el proceso.

Además, el índice de capacidad potencial calculado propuesto indica que el proceso cumple con las especificaciones y es capaz, mientras que el índice de capacidad real propuesto, aunque no es satisfactorio (mayor que 1.25) también indica que el proceso cumple con sus especificaciones, aunque quizás pueda presentar algunas observaciones fuera de especificación.

Según el gráfico de control Weibull difuso para Rangos de la figura 6.6, se espera que la diferencia (rango) entre dos mediciones consecutivas del desplazamiento del travesaño varíe entre 0 y 1.8929 según los límites de control convencionales, y entre 0 y 0.5794 según los límites de control difusos propuestos. Además, del gráfico de rangos se observa que existen siete puntos fuera de los límites de control, lo que muestra que

CAPÍTULO 6. CASO DE ESTUDIO

el proceso se encuentra fuera de control en cuanto a variabilidad y no es estable en el tiempo, como trabajo futuro se propone estudiar a profundidad el diseño del gráfico de control Weibull difuso para Rangos.

CAPÍTULO 7

7. CONCLUSIONES

Los gráficos de control convencionales se construyen bajo el supuesto que las observaciones siguen distribución normal pero no es siempre sostenible en la realidad, en ocasiones las observaciones siguen otras distribuciones paramétricas como la Weibull.

Un tamaño de muestra insuficiente provoca incertidumbres en la estimación de los parámetros y en consecuencia en la determinación de los límites de un gráfico de control.

La teoría de los números difusos permite considerar la incertidumbre en la estimación de los parámetros, provocada por un tamaño de muestra insuficiente de datos.

Los límites de control difusos propuestos, determinados a partir de los parámetros difusos y utilizando la distribución Weibull, garantizan el diseño de un gráfico de control difuso capaz de detectar de mejor manera si el proceso se encuentra fuera de control, lo que genera un beneficio al evitar que la empresa sea sancionada por no cumplir con las regulaciones establecidas y reduce las falsas alarmas.

Los índices de capacidad Weibull difusos propuestos, al ser determinados a partir de los límites de control Weibull difusos establecidos, muestran un comportamiento más real del proceso, evitando las incertidumbres generadas por la muestra insuficiente.

Es establecimiento de los límites de control Weibull difusos a partir del cálculo (mediante simulación) del ARL, garantiza el mejor comportamiento del gráfico de control propuesto en comparación con el gráfico de control convencional.

CONCLUSIONES

El gráfico de control propuesto funciona solamente para lecturas individuales, se enmarca en el supuesto que no existe autocorrelación y que la variable puede ser modelada por una distribución Weibull.

8. BIBLIOGRAFÍA

- Abernethy, R. B. (2004). *The New Weibull handbook: reliability and statistical analysis for predicting life, safety, supportability, risk, cost and warranty claims*. North Palm Beach: Society of Automotive Engineers.
- Banquet Brango, C. A. (2011). Producto Kronecker, operadores vec y vech. Universidad De Córdoba - Unicor.
- Buckley, J. J. (2006). *Fuzzy Probability and statistics*. German: Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Caddy, J. F., & Mahon, R. (1996). *Puntos de Referencia para la ordenación pesquera. FAO Documento Técnico de Pesca*. Roma: FAO.
- Chan, Y., Han, B., & Pascual, F. (2015). Monitoring the Weibull Shape Parameter with Type II Censored Data. *Quality and Reliability Engineering International*, 31(5), 741–760. <https://doi.org/10.1002/qre.1631>
- Cheng, C. Bin. (2005). Fuzzy process control: Construction of control charts with fuzzy numbers. *Fuzzy Sets and Systems*, 154(2), 287–303. <https://doi.org/10.1016/j.fss.2005.03.002>
- Contador Revetria, G. A. (2012). Procesos generados por las inversas de las potencias de hadamard del operador de green del movimiento browniano. Universidad de Chile.
- Coppi, R., Gil, M. A., & Kiers, H. A. L. (2006). The fuzzy approach to statistical analysis. *Computational Statistics & Data Analysis*, 51(1), 1–14. <https://doi.org/10.1016/j.csda.2006.05.012>
- D'Agostino, R. B. (1986). Tests for the normal distribution. *Goodness-of-Fit Techniques*, 68, 576.

BIBLIOGRAFÍA

- Das, N., & Bhattacharya, A. (2008). A New Non-Parametric Control Chart for Controlling Variability. *Quality Technology & Quantitative Management*, 5(4), 351–361. <https://doi.org/10.1080/16843703.2008.11673407>
- Derya, K. O., & Canan, H. (2012). Control charts for skewed distributions: Weibull, gamma, and lognormal. *Metodoloski Zvezki*, 9(2), 95–106.
- Dodson, B. (1994). *Weibull analysis*. Milwaukee, Wisconsin: Asq Press.
- Duncan, A. J., & Ruiz, N. (1989). *Control de calidad y estadística industrial*. Homewood, Illinois: Alfaomega.
- El-Shal, S. M., & Morris, A. S. (2000). A fuzzy rule-based algorithm to improve the performance of statistical process control in quality systems. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 9(3, 4), 207–223.
- Faraz, A., Saniga, E. M., & Heuchenne, C. (2015). Shewhart Control Charts for Monitoring Reliability with Weibull Lifetimes. *Quality and Reliability Engineering International*, 31(8), 1565–1574. <https://doi.org/10.1002/qre.1692>
- González, D. S., Praga Alejo, R. J., Cantú-Sifuentes, M., Torres-Treviño, L. M., & Méndez, G. M. (2014). A non-linear fuzzy regression for estimating reliability in a degradation process. *Applied Soft Computing Journal*, 16, 137–147. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2013.11.019>
- Gujarati, D. N., & Porter, D. C. (2010). *Econometría*. Nueva York: McGRAW-HILL/INTERAMERICANA EDITORES, S.A. DE C.V.
- Gülbay, M., & Kahraman, C. (2007). An alternative approach to fuzzy control charts: Direct fuzzy approach. *Information Sciences*, 177(6), 1463–1480. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2006.08.013>
- Gülbay, M., & Kahraman, C. (2006). Development of fuzzy process control charts and fuzzy unnatural pattern analyses. *Computational Statistics and Data Analysis*, 51(1), 434–451. <https://doi.org/10.1016/j.csda.2006.04.031>
- Gülbay, M., Kahraman, C., & Ruan, D. (2004). A-Cut Fuzzy Control Charts for Linguistic Data. *International Journal of Intelligent Systems*, 19(12), 1173–1195. <https://doi.org/10.1002/int.20044>

BIBLIOGRAFÍA

- Guo, B., & Wang, B. X. (2014). Control Charts For Monitoring The Weibull Shape Parameter Based On Type-II Censored Sample. *Quality and Reliability Engineering International*, 30(1), 13–24. <https://doi.org/10.1002/qre.1473>
- Gutiérrez Pulido, H., & de la Vara Salazar, R. (2013). Control estadístico de la calidad y seis sigma. México, D.F: Mc Graw Hill Education.
- Haghighi, F., & Castagliola, P. (2015). Conditional Control Charts for Monitoring the Weibull Shape Parameter under Progressively Type II Censored Data. *Quality and Reliability Engineering International*, 31(6), 1013–1022. <https://doi.org/10.1002/qre.1659>
- Harris, L. N. (1987). Goodness-of-fit techniques, Ralph B. D'Agostino and Michael A. Stephens (eds). Marcel Dekker Inc. 1986. No. of pages: 560. Price: \$79.75 (U.S.A. and Canada); \$95.50 (elsewhere). *Quality and Reliability Engineering International*, 3(1), 71–71. <https://doi.org/10.1002/qre.4680030121>
- Kaya, İ., Erdoğan, M., & Yıldız, C. (2017). Analysis and control of variability by using fuzzy individual control charts. *Applied Soft Computing*, 51, 370–381. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2016.11.048>
- Loaiza Arbeláez, R. D. (2013). *Gráficos de control no paramétricos basados en R-estadísticos con aplicación al caso multivariante*. Universidad Carlos III de Madrid.
- Maroto, A., Boqué, R., Riu, J., & Rius, F. (2001). *Incertidumbre y precisión. Técnicas de laboratorio* (Vol. 266). Tarragona. España.
- Montgomery, D. C. (1991). Introduction to Statistical Quality Control (2nd edition), Wiley, 1991. *Quality and Reliability Engineering International*, 7(3), 201–201. <https://doi.org/10.1002/qre.4680070316>
- Montgomery, D. (2009). *Introduction to statistical quality control*. John Wiley & Sons Inc. River Street, Hoboken: John Wiley & Sons, Inc.
- OIML. (2007). *International Vocabulary of Metrology – Basic and General Concepts and Associated Terms (VIM)* (Vol. 2007). OIML V 2-200:2007.
- Pak, A., Parham, G. A., & Saraj, M. (2013). Inference for the Weibull Distribution Based on Fuzzy Data. *Revista Colombiana de Estadística*, 36(2), 337–356.

BIBLIOGRAFÍA

- Pandurangan, A., & Varadharajan, R. (2011). Construction of α cut fuzzy $\tilde{x}-\tilde{R}$ and $\tilde{x}-\tilde{S}$ control charts using fuzzy trapezoidal number. *IJRRAS*, 9(1), 100–111.
- Panthong, C., & Pongpullponsak, A. (2014). Development of fuzzy variable parameters X control charts by weighted variance method using α – cut under non-normality. *International Conference on Applied Statistic*, 118–125.
- Panthong, C., & Pongpullponsak, A. (2016). Non-normality and the fuzzy theory for variable parameters X control charts. *Thai Journal of Mathematics*, 14(1), 203–213.
- Panza, C. A., & Vargas, J. A. (2016). Monitoring the Shape Parameter of a Weibull Regression Model in Phase II Processes. *Quality and Reliability Engineering International*, 32(1), 195–207. <https://doi.org/10.1002/qre.1740>
- Pascual, F., & Nguyen, D. (2011). Moving range charts for monitoring the Weibull shape parameter with single observation samples. *Quality and Reliability Engineering International*, 27(7), 905–919. <https://doi.org/10.1002/qre.1180>
- Pascual, F., & Zhang, H. (2011). Monitoring the Weibull shape parameter by control charts for the sample range. *Quality and Reliability Engineering International*, 27(1), 15–25. <https://doi.org/10.1002/qre.1099>
- Pérez, C. (1998). *Control estadístico de la Calidad: Teoría, práctica y Aplicaciones Informáticas*. Madrid: Ra-ma.
- Piña, M. R., Baro-Tijerina, M., & Ortiz-Yañez, J. F. (2017). Unbiased Weibull capabilities indices using multiple linear regression. *Quality and Reliability Engineering International*, (February), 1–6. <https://doi.org/10.1002/qre.2155>
- Piña, M. R., Ortiz-Yañez, J. F., & Rodríguez-Borbón, M. I. (2016). Non-normal capability indices for the Weibull and lognormal distributions. *Quality and Reliability Engineering International*, 32(4), 1321–1329. <https://doi.org/10.1002/qre.1832>
- Piña-Monarez, M. R. (2016). Conditional Weibull Control Charts Using Multiple Linear Regression. *Quality and Reliability Engineering International*, 33(4), 785–791. <https://doi.org/10.1002/qre.2056>

BIBLIOGRAFÍA

- Quintana, A. E., Pisani, M. V., & Casal, R. N. (2015). Desempeño de cartas de control estadístico con límites bilaterales de probabilidad para monitorear procesos Weibull en mantenimiento. *Ingeniería, Investigación y Tecnología*, 16(1), 143–156. [https://doi.org/10.1016/S1405-7743\(15\)72115-3](https://doi.org/10.1016/S1405-7743(15)72115-3)
- Reynolds, M. R., & Stoumbos, Z. G. (2001). Individuals control schemes for monitoring the mean and variance of processes subject to drifts. *Stochastic Analysis and Applications*, 19(5), 863–892. <https://doi.org/10.1081/SAP-120000226>
- Rosenberg, A. A., & Restrepo, V. (1993). The Eloquent Shrug: Expressing Uncertainty and Risk in Stock Assessments. *Fisheries Management*, 1–24.
- Senturk, S., & Erginel, N. (2009). Development of fuzzy \bar{X} and over(over($X, -$), \sim) - over(S, \sim) control charts using α -cuts. *Information Sciences*, 179(10), 1542–1551. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2008.09.022>
- Shafae, M. S., Dickinson, R. M., Woodall, W. H., & Camelio, J. A. (2015). Cumulative Sum Control Charts for Monitoring Weibull-distributed Time between Events. *Quality and Reliability Engineering International*, 31(5), 839–849. <https://doi.org/10.1002/qre.1643>
- Shu, M. H., & Wu, H. C. (2011). Fuzzy \bar{X} and R control charts: Fuzzy dominance approach. *Computers and Industrial Engineering*, 61(3), 676–685. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2011.05.001>
- Sivanandam, S. N., Sumathi, S., & Deepa, S. N. (2007). *Introduction to fuzzy logic using MATLAB. Introduction to Fuzzy Logic using MATLAB*. Berlin: Springer-Verlag Berlin Heidelberg. <https://doi.org/10.1007/978-3-540-35781-0>
- Sze, C., & Pascual, F. (2013). *Control Charts for Monitoring Weibull Distribution Chuanping Sze and Francis Pascual*. Pullman, WA 99164-3113.
- Vargas, J., & Montaña, T. (2005). Carta de control CEV X Weibull con datos censurados. *Revista Colombiana de Estadística*, 28(2), 125–139.
- Wang, L.-X. (1997). *A Course in Fuzzy Systems and Control*. (I. Prentice-Hall International, Ed.). Hong Kong.
- Wetherill, G. B., & Brown, D. W. (1991). *Statistical process control: theory and practice*. London [etc.]: Chapman and Hall.

BIBLIOGRAFÍA

Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information and Control*, 8(3), 338–353.

Zavvar Sabegh, M. H., Mirzazadeh, A., Salehian, S., & Wilhelm Weber, G. (2014). A Literature Review on the Fuzzy Control Chart; Classifications & Analysis. *International Journal of Supply and Operations Management*, 1(2), 167–189.