

CORPORACIÓN MEXICANA DE INVESTIGACIÓN EN MATERIALES

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



DISEÑO DE PERFIL DE LEVA RADIAL PARA MECANISMO APILADOR DE
PAÑALES USANDO CURVAS B-SPLINE.

CASO DE ESTUDIO: STACKER HORIZONTAL RA3

POR

ING. MANUEL LÓPEZ RODRÍGUEZ

TESIS

MAESTRÍA EN CIENCIA Y TECNOLOGÍA EN SISTEMAS DE
MANUFACTURA AVANZADA

SALTILLO, COAHUILA.

Noviembre del 2014

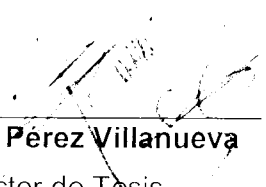
Corporación Mexicana de Investigación en Materiales

Gerencia de Desarrollo Humano

División de Estudios de Posgrado

Los abajo firmantes, miembros del Comité Tutorial recomendamos que la Tesis **“DISEÑO DE PERFIL DE LEVA RADIAL PARA MECANISMO APILADOR DE PAÑALES USANDO CURVAS B-SPLINE. CASO DE ESTUDIO: STACKER HORIZONTAL RA3”**, realizada por el alumno **MANUEL LÓPEZ RODRÍGUEZ** matrícula **1206MA1091** sea aceptada para su defensa como Maestro en Ciencia y Tecnología en Sistemas de Manufactura Avanzada.

El Comité Tutorial

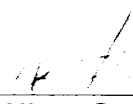


Dr. Pedro Pérez Villanueva

Director de Tesis

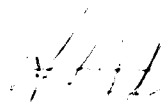
Ing. Marcelo Peña Ponce

Tutor en Planta



Dr. Juan Pablo Nieto Gonzalez

Asesor



Vo. Bo

Dr. Felipe Arturo Reyes Valdés

Coordinación General de Estudios de Posgrado

COMIMSA

Corporación Mexicana de Investigación en Materiales

Gerencia de Desarrollo Humano

División de Estudios de Posgrado

Los abajo firmantes, miembros del Jurado del Examen de Grado del alumno **MANUEL LÓPEZ RODRÍGUEZ**, una vez leída y revisada la tesis titulada “**DISEÑO DE PERFIL DE LEVA RADIAL PARA MECANISMO APILADOR DE PAÑALES USANDO CURVAS B-SPLINE. CASO DE ESTUDIO: STACKER HORIZONTAL RA3**”, aceptamos que la referida tesis revisada y corregida sea presentada por el alumno para aspirar al grado de Maestro en Ciencia y Tecnología en Sistemas de Manufactura Avanzada durante el Examen de Grado correspondiente.

Y para que así conste firmamos la presente a los 26 días del mes de Noviembre del año 2014.

Dr. Gengis Kangh Toledo
Ramírez

Presidente

Dr. Jose Angel Segura Vitorino

Secretario

Dr. Pedro Pérez Villanueva

Vocal

Dedicado con amor a mi familia y a mi novia Pilar quienes con su paciencia y a pesar de los problemas y proyectos emprendidos, siempre tuvieron palabras de aliento para hacerme enfrentar nuevos retos.

“No pretendamos que las cosas cambien, si siempre hacemos lo mismo. La crisis es la mejor bendición porque puede sucederle a personas y países, porque la crisis trae progresos. La creatividad nace de la angustia, como el día nace de la noche oscura. Es en crisis donde nace la inventiva, los inventos y las grandes estrategias. Quien supera la crisis, se supera a sí mismo sin quedar superado.”

Albert Einstein

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a Dios por el don de la vida.

Con todo mi cariño y mi amor para las personas que hicieron todo en la vida para que yo pudiera lograr mis sueños, por motivarme y darme la mano cuando sentía que el camino se terminaba, a ustedes por siempre mi corazón y mi agradecimiento. Papá y mamá.

A tu paciencia y comprensión, preferiste sacrificar tu tiempo para que yo pudiera cumplir con el mío. Por tu bondad y sacrificio me inspiraste a ser mejor para ti, ahora puedo decir que esta tesis lleva mucho de tí, gracias por estar siempre a mi lado, Pilar.

Gracias a esas personas importantes en mi vida, que siempre estuvieron listas para brindarme toda su ayuda. Anahi, Arisve y Osvaldo.

A mis maestros que en este andar por la vida, influyeron con sus lecciones y experiencias en formarme como una persona de bien

AUTOBIOGRAFÍA

Manuel López Rodríguez nació el 3 de abril de 1985 en la ciudad de San Buenaventura, Coahuila, México. Sus padres son María de Jesús Rodríguez González y Manuel López Sandoval.

Culminó la Ingeniería en Mecatrónica en el Instituto Tecnológico de Saltillo en Septiembre del 2008 obteniendo el 1° lugar académico de la generación.

Tiene actualmente 7 años laborando en la empresa Kimberly Clark de México donde se desempeñó por 3 años como Ingeniero de Empaques continuando después como Ing. Electrónico de Proceso, colaborando en proyectos de diseño de máquinas y control de sistemas así como reducción de mermas y tiempos perdidos.

En octubre del 2011 emprende su propio negocio llamado Maquinados y Rectificaciones Industriales López dando servicios de Diseño de elementos de máquinas y análisis de fallas mediante el método de elemento finito.

La investigación descrita en el presente trabajo se publicó en la Segunda Conferencia Internacional "Industrial and Systems Engineering" en noviembre del 2013 con el artículo "Design of Barrel's Cam curve profile using B-Spline curves".

Se encuentra certificado como auditor interno del HACCP e ISO 9001:2000 por Bureau Veritas Mexicana, SA de CV. Otras de sus certificaciones incluyen el Desarrollo de Software de control de máquinas RSLogix 5000 ® y Factory Talk View ® para desarrollo de Interfaces hombre-máquina.

RESUMEN

Uno de los mayores retos a los que se enfrenta el diseñador de levas en el momento de su concepción es el encontrar la ecuación que satisfaga el diagrama de tiempos propuestos para ésta. Existen diversos métodos para la obtención de modelos de curvas para levas tales como las ecuaciones de movimiento armónico simple, trapezoidal modificado y polinomiales.

Este tipo de ecuaciones funcionan bajo ciertas condiciones de velocidad y aceleración pero en su diseño pueden presentar comportamientos erráticos ya que no son capaces de controlar las discontinuidades del jerk en ciertos intervalos. Atendiendo a este problema se propone el uso de curvas B-Splines para obtener la función de posición de la leva de barril, las cuales poseen la característica del control local en cada punto (knot) interior de la curva.

Se analiza la metodología para la construcción de las curvas B-Splines así como la periodicidad de las funciones y se presenta la experimentación mediante el uso de Dynacam ® permitiéndole al diseñador obtener diagramas de posición, velocidad, aceleración y jerk para levas de barril en tiempo real de diseño. A su vez los resultados obtenidos son exportados a Solid Works ® reduciendo así el tiempo de diseño.

CONTENIDO

1. INTRODUCCIÓN.....	1
2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	3
2.1 Descripción del problema.....	3
2.2 Preguntas de investigación.....	6
2.3 Objetivos general y específicos.....	6
2.4 Hipótesis.....	7
2.5 Justificación del proyecto.....	7
3. MARCO TEÓRICO.....	8
3.1 Definición de leva.....	8
3.2 Clasificación de las levas.....	9
3.3 Tipos de levas.....	9
3.4 Diagramas de tiempo para el diseño de levas.....	11
3.5 Diagramas SVAJ.....	12
3.6 Curvas para levas no aceptables.....	14
3.7 Leyes fundamentales para el diseño de levas.....	15
3.8 Diseño de leva con doble punto de reposo.....	15
3.9 Movimiento Armónico Simple.....	16

3.10 Diseño de curvas para levas tiempo de reposo doble (Double Dwell).....	17
3.11 Combinación de funciones para doble punto estacionario (Double Dwell).....	20
3.12 Aceleración Trapezoidal.....	23
3.13 Aceleración Trapezoidal Modificada	24
3.14 Aceleración Senoidal Modificada	28
3.15 Funciones polinomiales.....	28
3.16 Funciones spline.....	30
3.16.1 Splines clásicos.....	31
3.16.2 Nudos (Knots).....	31
3.16.3 Condiciones de frontera para curvas Spline.....	32
3.17 Ventajas en el uso de curvas B-Splines contra curvas Polinomiales	34
4. ESTADO DEL ARTE.....	38
5. METODOLOGÍA PROPUESTA.....	56
6. IMPLEMENTACIÓN Y RESULTADOS.....	57
6.1 Diagrama de tiempo de leva propuesta	59
6.2 Función objetivo	60
6.3 Desarrollo de función de movimiento para la leva propuesta...	61
6.4 Resultados obtenidos para la función de trayectoria de la leva propuesta	63
7. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	72
8. BIBLIOGRAFÍA.....	74
9. GLOSARIO.....	77

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Propiedades de las curvas spline.....	34
Tabla 2. Valores de desplazamiento, velocidad, aceleración y jerk para diferentes ángulos del seguidor de la leva propuesta para una interpolación B-Spline de grado 4.....	68
Tabla 3. Valores de desplazamiento, velocidad, aceleración y jerk para diferentes ángulos del seguidor de la leva propuesta para una interpolación B-Spline de grado 5	68
Tabla 4. Valores de desplazamiento, velocidad, aceleración y jerk para diferentes ángulos del seguidor de la leva propuesta para una interpolación B-Spline de grado 6.....	69

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Módulo de empaque dentro de la máquina de pañal RA-3.....	4
Figura 2. Componentes principales del pañal Huggies UltraConfort.....	4
Figura 3. Arrugas transversales debido al choque del pañal contra la cadena de dedos receptores en la máquina Stacker	5
Figura 4. Árbol de levas de motor de combustión Interna.....	8
Figura 5. Leva de tipo axial.....	10
Figura 6. Leva de tipo cilíndrica.....	10
Figura 7. Ejemplos de levas comerciales.....	11
Figura 8. Diagrama de tiempos para diseño de levas.....	12
Figura 9. Ejemplo de diagrama SVAJ.....	13
Figura 10. Ejemplo de una función para una curva de leva NO ACEPTABLE.....	14
Figura 11. Diagramas SVAJ de la función del movimiento armónico simple.....	17
Figura 12. Diagramas SVAJ de la ecuación del desplazamiento cicloidal.	18
Figura 13. Comparativo en velocidad y aceleración de funciones primarias contra las funciones de forma combinada.....	21
Figura 14. Representación gráfica de función de aceleración constante..	22
Figura 15. El jerk tiende a infinito en una ecuación de aceleración constante.....	23

Figura 16. Aceleración trapezoidal arroja jerk infinito.....	24
Figura 17. Construcción gráfica de la función de aceleración trapezoidal modificada.....	26
Figura 18. Diagrama SVAJ de curva trapezoidal modificada.....	27
Figura 19. Diagrama SVAJ de curva sinusoidal modificada.....	29
Figura 20. Representación gráfica de una curva hecha con Splines.....	30
Figura 21. Interpolación de Lagrange para una serie de puntos.....	35
Figura 22. Interpolación B Spline para una serie de puntos.....	35
Figura 23. Puntos de Control en una curva B Spline.....	36
Figura 24. Puntos centrales en una curva B Spline.....	36
Figura 25. Obtención de síntesis de un perfil de leva circular.....	40
Figura 26. Interpolación de una serie de datos mediante el uso de polinomios y curvas B Spline.....	42
Figura 27. Velocidad de un vector en el punto P.....	49
Figura 28. Estructura de la leva indexada de rodillos.....	49
Figura 29. Construcción de un indexador para una leva indexada de rodillos.....	50
Figura 30. Tipos de levas indexadoras.....	50
Figura 31. Parámetros de diseño de una leva con arcos circular.....	52
Figura 32. Aproximación tradicional, vs aproximación propuesta para una curva B- spline para un perfil de curva.....	53
Figura 33. Niveles del proceso de movimiento del mecanismo de una leva.....	54
Figura 34. Diagrama de flujo de la metodología propuesta.....	56
Figura 35. Gráfico de velocidad, aceleración de leva Oscar Roll a 950 PPM.....	57

Figura 36. Gráfico de velocidad, aceleración de leva Oscar Roll a 1000 PPM (Velocidad de corrida normal para convertidora de pañal RA3).....	58
Figura 37. Gráfico de velocidad, aceleración de leva Oscar Roll a 1100 PPM (Velocidad de corrida maxima para convertidora de pañal RA3).....	58
Figura 38. Diagrama de tiempos para la leva propuesta.....	59
Figura 39. Ubicación de los seguidores para la leva propuesta en el mecanismo Oscar Roll.....	60
Figura 40. Diagrama SVAJ de perfil de leva propuesta propuesta interpolada con una curva B-Spline de orden 4.....	64
Figura 41. Contorno de perfil de movimiento de leva propuesta interpolada con una curva B-Spline de orden 4.....	64
Figura 42. Diagrama SVAJ de perfil de leva propuesta propuesta interpolada con una curva B-Spline de orden 5.....	65
Figura 43. Contorno de perfil de movimiento de leva propuesta interpolada con una curva B-Spline de orden 5.....	66
Figura 44. Diagrama SVAJ de perfil de leva propuesta propuesta interpolada con una curva B-Spline de orden 6.....	66
Figura 45. Contorno de perfil de movimiento de leva propuesta interpolada con una curva B-Spline de orden 6.....	67
Figura 46. Graficas de Desplazamiento, Velocidad, Aceleración y Jerk para cada una de las interpolaciones realizadas para la leva propuesta	70

1. INTRODUCCIÓN

Las naciones que marcan pauta en diseño de máquinas desde los años 50 han incorporado en sus diseños, levas con las cuales se puede lograr cualquier tipo de movimiento. Hoy en día dentro de los elementos de máquinas se pueden encontrar levas mecánicas y eléctricas que describen sofisticados perfiles de movimiento con velocidades y aceleraciones muy altos.

Un esfuerzo conjunto es el que se debe realizar con la industria privada, así como con las instituciones de investigación con el objetivo de conocer las tendencias en el mercado y así poder desarrollar diseños complejos que involucren levas en el diseño de maquinaria.

El presente trabajo comprende una metodología así como el desarrollo tecnológico del diseño de una leva de un nuevo apilador de pañales para la empresa Kimberly-Clark de México.

Las tendencias actuales dentro del ramo pañalero son el fabricar pañales más delgados. Este cambio implica diseño de nuevos equipos que permitan manejar productos con menor cuerpo con el mínimo daño que pudiera demeritar su apariencia o funcionamiento.

Como alternativas de mecanismos potenciales a utilizar para este propósito, se tiene la leva por ser el más versátil, ya que un movimiento de entrada simple puede transformarse en una amplia gama de movimientos de salida (RL Norton, 2009).

Sin embargo, uno de los problemas al utilizar una leva es que las velocidades o aceleraciones pueden ser muy altas, por lo que se tiene que poner especial cuidado en la selección de la ecuación de movimiento para la obtención del mejor desempeño posible.

En el presente trabajo se muestra la revisión de la literatura sobre los modelos más usados en el diseño de levas, sus características y rangos de operación. Así mismo se propone el uso de curvas B-Splines para obtener la función de posición de la leva de barril para el diseño de una leva que pueda actuar como un apilador de pañales las cuales poseen la característica del control local en cada punto (knot) interior de la curva.

Otra de las características favorables en el uso de Splines-B es que a diferencia de una curva polinomial, el tiempo de resolución de sus sistemas de ecuaciones es menor debido a que se definen funciones por tramos de menor grado lo cual implica menor tiempo de procesamiento de los programas actuales de cálculo. Además que esta técnica de interpolación elimina los sobresaltos indeseables en la construcción de las curvas ya que a diferencia de las curvas B-Spline, una curva polinomial no cuentan con la característica de control local en cada punto de su curva.

El uso de B-Splines se ha sido generalizado desde 1981 y esto ha marcado la pauta en el diseño de programas de CAD, elemento finito, renders, etc., para el uso de gráficos permitiendo reducir así el tiempo de procesamiento y obtención de imágenes nítidas.

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

2.1 Descripción del problema

La empresa Kimberly Clark Planta Ramos Arizpe inició operaciones en 1993 y actualmente está dividida en dos operaciones, Productos del Hogar y Productos Infantiles. Productos Infantiles cuenta con cuatro máquinas para la producción de pañales del tipo modular, llamadas RA1, RA2, RA3 y RA4. Actualmente se producen siete etapas de pañales de la marca Huggies Ultra Comfort y tres etapas de Huggies Supreme además del pañal de Suavelastic Max para recién nacido. Todos estos productos son embolsados en diferentes presentaciones o conteos de acuerdo a los requerimientos del mercado.

La máquina RA3, donde se realiza la presente investigación, cuenta con un sistema de empaque que incluye bandas de interface, dispositivo de rechazo (conocido como Flipper), alimentador movable, apilador horizontal (llamado stacker) con tres salidas, dos salidas acopladas a una embolsadora cada una y una tercera salida de descarga para la verificación de variables de calidad. Además incluye dos transportadores para manejo de bolsas que alimentan a dos máquinas encajadoras (casepackers) y al final de la línea se tiene una celda de paletizado robotizada con doble entrada y doble aplicación de película delgada autoadherible. El módulo de empaque que incluye el apilador de pañales (stacker) está ubicado según se muestra en la Figura 1 marcado en el recuadro café.

Los componentes principales del chasis del pañal y que están directamente relacionados con el proceso de absorción, son la celulosa y el SAM (Super Absorbent Material), siendo éste último el responsable de la gelatinización de líquidos.

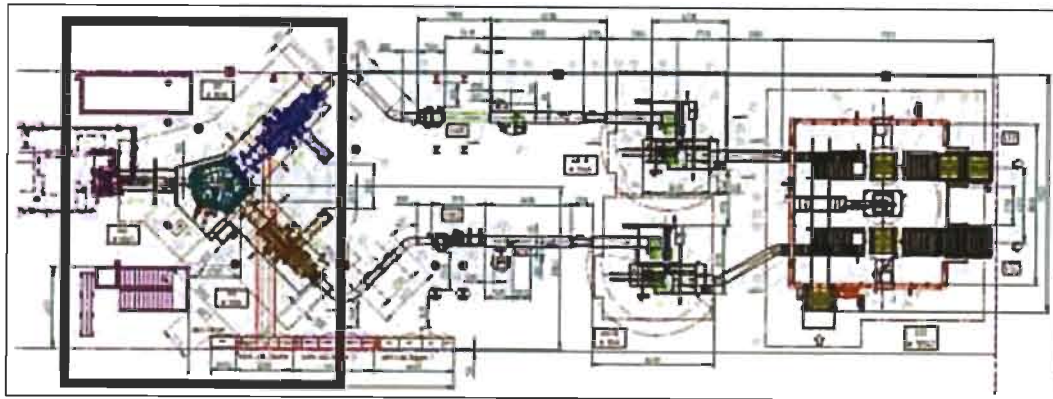


Figura 1. Módulo de empaque dentro de la máquina de pañal RA-3.

La mezcla de estos dos componentes es llamada en la industria pañalera como NAPA o núcleo, dónde el mayor volumen lo representa la celulosa. Un diagrama general de los componentes del pañal se muestra en la Figura 2.

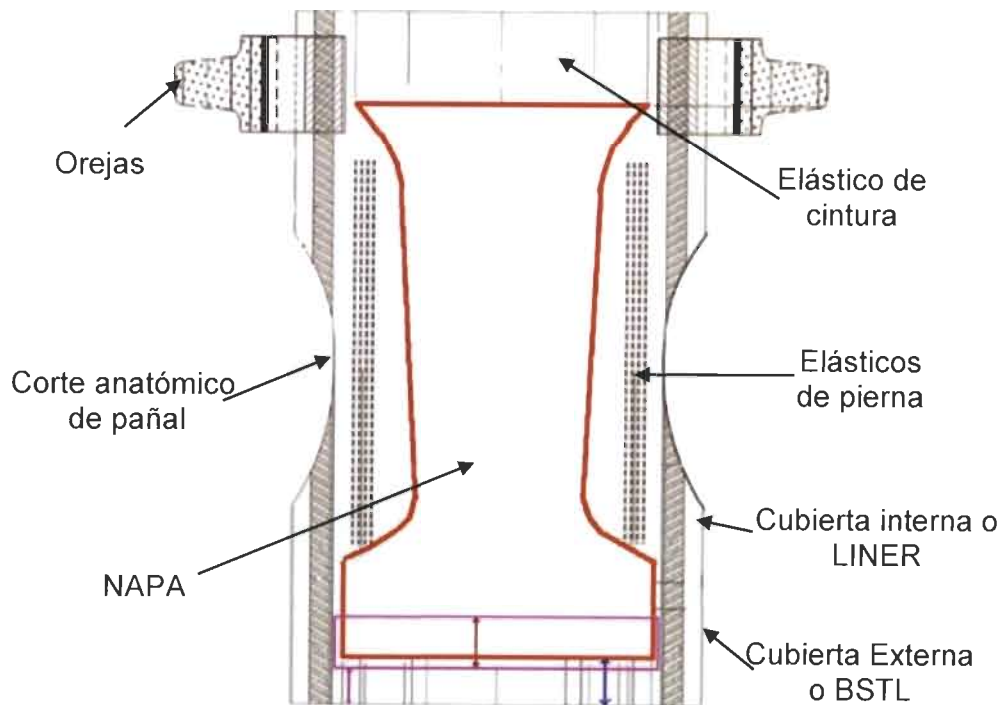


Figura 2. Componentes principales del pañal Huggies UltraConfort

(<http://mxrafn03:8088/S:Pañal>, 2012.

Actualmente la relación de los componentes de la NAPA para los productos Huggies Ultraconfort, Huggies Supreme y Suavelastic Max, es de 80% celulosa y 20% de SAM. Esta proporción se tiene prevista cambiar de forma gradual con la expectativa de que en 5 años se alcance la proporción de de 20% celulosa y 80% SAM. Este cambio implicará que el grosor de los pañales sea menor conforme incrementa la proporción de SAM y disminuye la de celulosa.

El pañal tiene componentes elásticos en cintura y entrepierna cuya función es dar ajuste y evitar escurrimientos. Estos componentes provocan retracción en el cuerpo del pañal generando así arrugas del tipo longitudinal y transversal que se consideran adversas a la imagen de calidad del producto.

Se han realizado estudios dentro de la planta de Kimberly Clark Planta Ramos Arizpe para determinar el origen de las arrugas transversales del pañal, encontrando que una de las causas principales es el impacto del pañal a la salida del doblador contra los dedos del apilador tanto vertical como horizontal, esto con la ayuda de la cámara IVs de alta velocidad capaz de grabar hasta 1000 cuadros por segundo, según se muestra en la Figura 3. Este impacto es aún mayor al reducir el porcentaje de celulosa ya que el producto pierde cuerpo y, una vez que se generan las arrugas transversales, el pañal ya no regresa a su forma original debido a la acción de los elásticos que lo conforman.



Figura 3. Arrugas transversales debido al choque del pañal contra la cadena de dedos receptores en la máquina Stacker.

El hecho de que el pañal tenga mayor número de arrugas transversales, disminuye el área de contacto de la pila con las bandas de transporte, situación que afecta la estabilidad de las pilas implicando merma de producto y pañal mal acomodado en las bolsas.

2.2 Preguntas de investigación

1. ¿Existe en el mercado comercial alguna alternativa de equipo capaz de solucionar la deformación del pañal a causa del impacto que sufren en los apiladores (Stacker) convencionales?
2. ¿Cuál es la máxima desaceleración que un pañal ultradelgado puede soportar sin deformarse?
3. ¿Cuáles son los tipos de levas con los que se pueden obtener un perfil de rotación y translación con el menor jerk posible a velocidades de hasta 1200 pañales por minuto?
4. ¿Cuál es el máximo impacto en la cadena de dedos receptora que un pañal ultradelgado sería capaz de resistir sin deformarse?

2.3 Objetivos general y específicos

Objetivo general:

Diseñar una leva de tipo axial como parte de un mecanismo apilador capaz de frenar pañales ultra delgados con relación 20% celulosa y 80% SAM a una velocidad de 1,500 pañales por minuto modificando el mecanismo apilador actual.

Objetivos específicos:

- Sintetizar los elementos mecánicos de la máquina apiladora de pañales al mínimo haciendo que una leva mecánica actúe como apilador para este proceso.
- Evitar el choque de pañales al realizar el diseño del perfil de una leva cilíndrica que impida que el pañal se proyecte contra la cadena y se deforme.

2.4 Hipótesis

Usando el método de curvas Spline-B se podrá calcular y diseñar el perfil de una leva de tipo axial que pueda trabajar a velocidades y aceleraciones altas con el menor jerk finito posible.

Hipótesis específicas:

- A través del diseño de leva con elementos seguidores con aditamentos de vacío que funcione como un apilador secundario, se podrán desacelerar los pañales para su posterior apilado, reduciendo con esto el impacto del pañal y por tanto sus arrugas transversales.
- Se podrá reducir la velocidad desde la salida del pañal en el doblador de pañal hasta la entrada del apilador en un 50%.

2.5 Justificación del proyecto

Uno de los mayores retos para las industrias pañaleras, es ofrecer productos que satisfagan las necesidades de sus clientes y consumidores finales al menor costo de producción posible, al mismo tiempo que contribuyen a la sustentabilidad de los recursos.

Por lo tanto, en busca de nuevas alternativas de realizar productos con el menor costo e impacto ecológico, resulta como opción los pañales ultradelgados que son más cómodos al bebé y permiten reducir los desechos al medio ambiente. Sin embargo, en este esfuerzo no se consideró el diseño del sistema de empaque que minimice la formación de arrugas en los pañales que afectan su apariencia. El presente proyecto propone una solución en el área de empaque, aún inexistente, la cual estará diseñada para empacar pañales ultradelgados con mínima deformación, lo cual ayudará en costos de investigación así como de implementación en la construcción de maquinaria en gran escala.

3. MARCO TEÓRICO

3.1 Definición de leva

A continuación se presenta un breve compendio de los conceptos básicos requeridos para el diseño de perfiles de movimiento de levas. La segunda parte de esta sección aborda el método numérico B-splines, el cual será usado en el cálculo de la función matemática del caso de estudio presentado.

De todos los mecanismos, la leva es la más versátil, un movimiento de entrada sencillo puede transformarse en una amplia gama de salida (Norton et al, 2009).

Rothbart (2004), define a una leva como un mecanismo con un cuerpo especial que está siempre en contacto con un miembro llamado seguidor.

Moon (1961), menciona que la leva es una parte mecánica que transmite un movimiento prescrito a otra parte por contacto directo denominado seguidor.

La Figura 4 muestra un ejemplo simple de leva y sus seguidores. La leva esta esculpida en una pieza de metal para que se dé el movimiento del seguidor. El movimiento del seguidor puede ser de rotación o de translación.

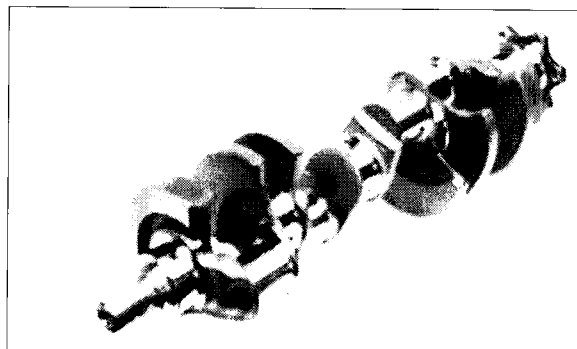


Figura 4. Árbol de levas de motor de combustión Interna. (Norton, 2009).

3.2 Clasificación de las levas

Según Moon (1961), los sistemas de leva-seguidor pueden ser clasificados por el tipo de movimiento del seguidor y por la forma del seguidor. Algunos ejemplos se enuncian como sigue.

- Clasificación por el tipo de movimiento del seguidor: Punto estacionario, aceleración, punto estacionario (Dwell, Rise, Dwell). Este es el tipo de movimiento más común. Contiene un punto estacionario en el inicio del movimiento de la leva y otro finalizando la aceleración de ésta.
- Clasificación por el tipo de movimiento del seguidor: Punto estacionario, aceleración, desaceleración, punto estacionario (Dwell-Rise-Return-Dwell). No existe un punto entre la aceleración y desaceleración de la leva.
- Clasificación por el tipo de movimiento del seguidor: Aceleración-desaceleración (Rise-Return-Rise). No existe un punto de reposo.
- Clasificación por la forma del seguidor: Rodillo Seguidor. Es el tipo de seguidor más usado, los ángulos de presión deberían de ser los más bajos posibles para prevenir algún estrés en la pista de la leva.
- Clasificación por la forma del seguidor: Seguidor de punta. Este tipo es implementado de forma sencilla, pero dentro de sus inconvenientes encontramos un desgaste prematuro de éste así como de su superficie de contacto.
- Clasificación por la forma del seguidor: Seguidor de superficie plana. Es usado en movimientos a pasos para las levas. Dentro de los inconvenientes que puede presentar es que la alineación del sistema se puede tornar complicada.

3.3 Tipos de levas

Norton (2009) menciona que la dirección del movimiento del seguidor relativa al eje de rotación de la leva determina si ésta es un tipo de leva axial o de tipo radial, ver Figura 5.

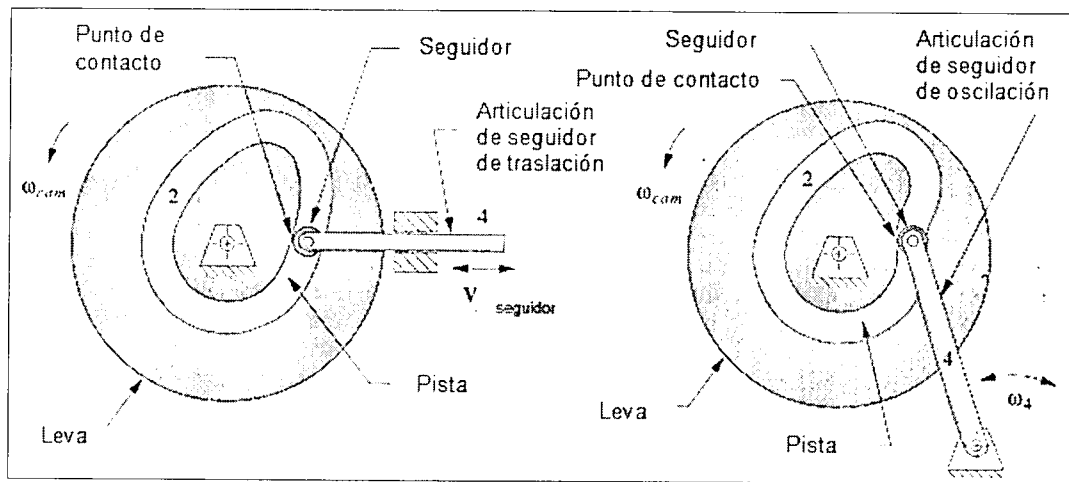


Figura 5. Leva de tipo axial. (Norton, 2009)

La Figura 6 muestra una leva cilíndrica en la que el seguidor se mueve paralelamente al eje de rotación de la leva.

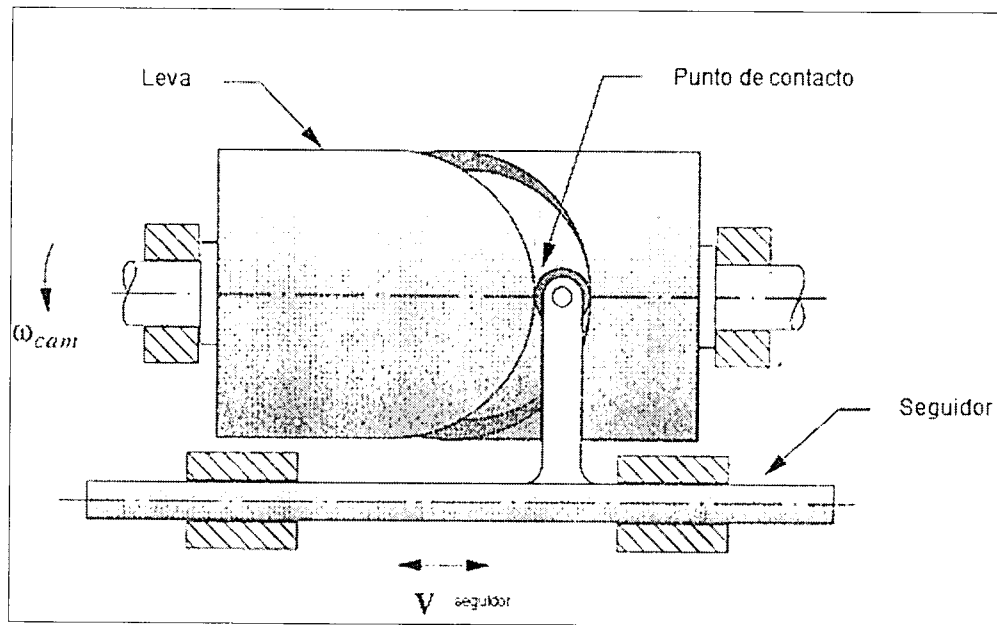


Figura 6. Leva de tipo cilíndrica.(Norton, 2009)

Por otro lado Rothbart (2004) clasifica las levas en radial, cilíndrica, globoidal, cónica, esférica y tridimensional. Algunos ejemplos de levas comerciales son mostrados en la Figura 7.



Figura 7. Ejemplos de levas comerciales. (Rothbart, 2004)

3.4 Diagramas de tiempo para el diseño de levas

Cuando se comienza con el diseño de una máquina como un motor de combustión interna o un ensamble de una máquina que requiere diversas operaciones tales como abrir y cerrar una válvula, una de las primeras tareas por realizar es definir su diagrama de tiempo.

El diagrama de tiempo especifica el fasaje relativo para todos los eventos de ciclo de la máquina. Para un motor de combustión interna, el diagrama de tiempos define la duración en que cada válvula de los cilindros está abierta y su fase relativa a su referencia de rotación. Para un ensamble de máquina, éste define la posición de inicio y fin de todos los movimientos de su perfil con respecto a su referencia rotacional. La Figura 8 muestra un diagrama de tiempos del movimiento de una herramienta en una máquina de ensamble (Norton, 2009).

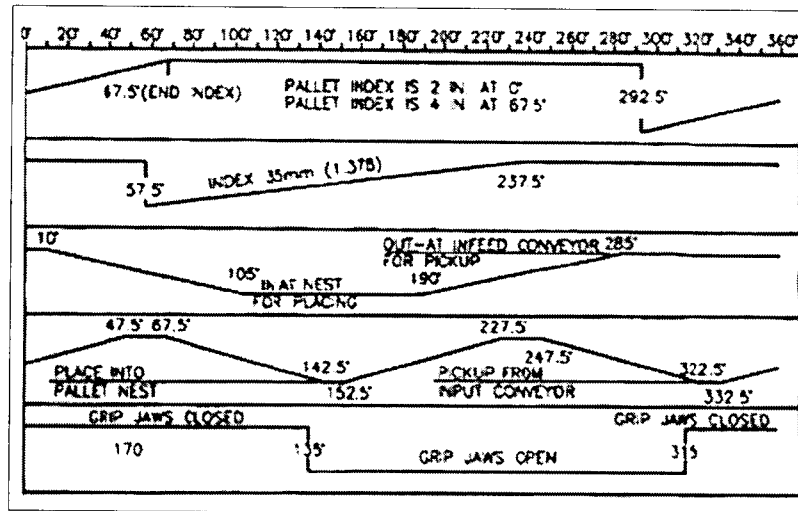


Figura 8. Diagrama de tiempos para diseño de levas. (Moon, 1961).

Por su parte Moon (1961) define un diagrama de tiempo como una hoja rectangular en la que se representa el movimiento del seguidor en un ciclo de trabajo.

3.5 Diagramas SVAJ

Para Norton y colaboradores (2009), la primera tarea a la que se enfrenta un diseñador de levas cuando se le presentan los diagramas de tiempo, es seleccionar la función matemática para definir el movimiento de los seguidores. La forma más sencilla para este proceso es linearizarlo, es decir, desenvolver el movimiento de la leva en un plano cartesiano.

Moon (1961), menciona que los diagramas de velocidad, aceleración y jerk son representaciones en una hoja de coordenadas en las cuales se representan las magnitudes antes mencionadas.

Entonces se comienza a graficar la función de desplazamiento de la leva (S), su primera derivada, velocidad (V); su segunda derivada, la aceleración(A); y su tercera derivada, el jerk (J); todas en función al eje de rotación de la flecha que conduce la leva, como se muestra en la Figura 9.

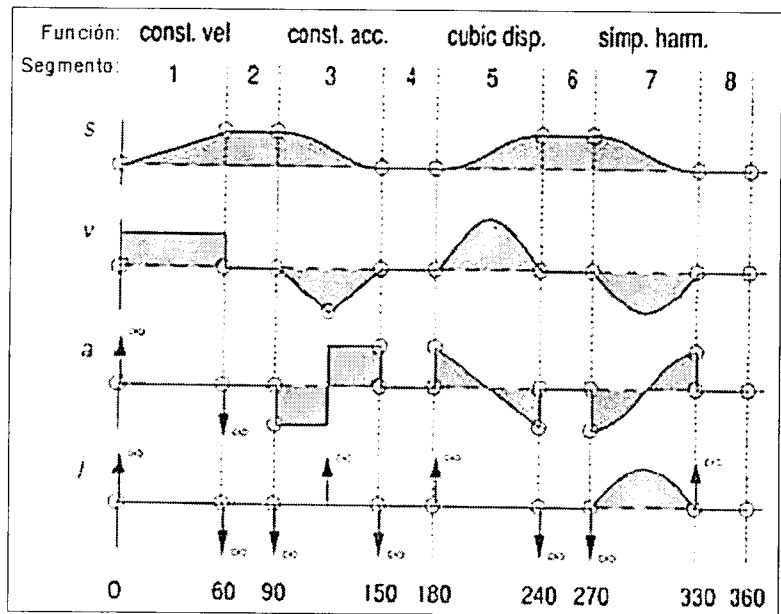


Figura 9. Ejemplo de diagrama SVAJ. (Norton, 2009)

Notación usada para describir unidades en el diseño de levas mecánicas:

t = Tiempo en segundos.

θ = Ángulo de la leva de la flecha de la leva en grados ($^{\circ}$) o radianes (rad).

ω = Velocidad angular de la flecha de la leva en rad/seg.

β = Ángulo total para cualquier segmento, sea una subida, bajada etc.

h = Distancia recorrida para cualquier segmento en unidades de longitud.

S ó s = Desplazamiento del seguidor de la leva.

$v \frac{ds}{dt}$ = Velocidad del seguidor en unidades de longitud/rad.

$V \frac{ds}{dt}$ = Velocidad del seguidor en unidades de longitud/seg.

$a \frac{dv}{dt}$ = Aceleración del seguidor en unidades de longitud/rad².

$A \frac{dv}{dt}$ = Aceleración del seguidor en unidades de longitud/seg².

$j \frac{da}{dt}$ = Jerk del seguidor en unidades de longitud/rad³.

$J \frac{da}{dt}$ = Jerk del seguidor en unidades de longitud/seg³.

svaj : Se refiere al tipo de diagramas que se basan en unidades de longitud contra radianes.

SVAJ : Se refiere al tipo de diagramas que se basan en unidades de longitud contra el tiempo.

3.6 Curvas para levas NO Aceptables

La primera tarea a la que se enfrenta un diseñador de levas cuando a éste se le presenta un diagrama de tiempos, es seleccionar las funciones matemáticas que definirán el movimiento de sus seguidores.

La aproximación más sencilla para esta tarea es desenrollar la gráfica de su forma circular y ponerla en un plano cartesiano. Se grafican la función de desplazamiento; su primera derivada, velocidad v ; su segunda derivada, la aceleración a ; y su tercera derivada, el jerk (sobre aceleración) con todos sus ejes en función al ángulo θ como se muestra en la Figura 10 (Norton, 2009).

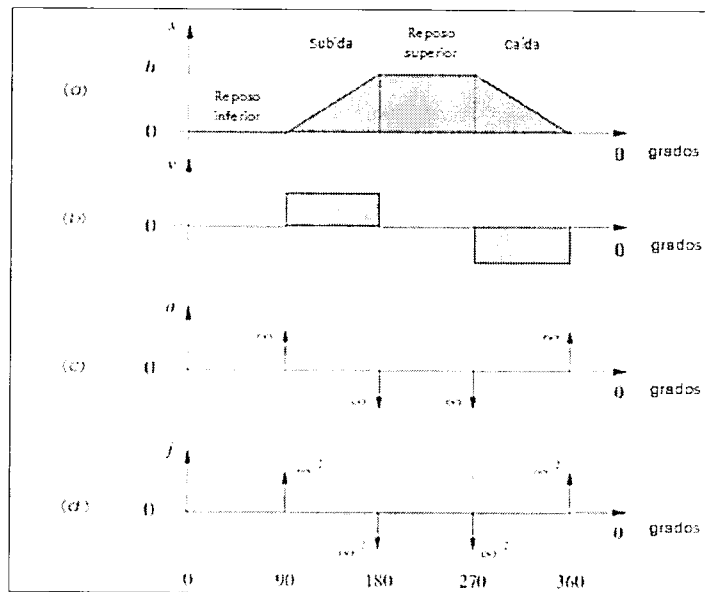


Figura 10. Ejemplo de una función para una curva de leva NO ACEPTABLE. (Norton, 2009)

Por lo tanto una curva de diseño para el desplazamiento de una leva no deberá de presentar discontinuidades a lo largo de su primera y segunda derivada (velocidad y aceleración).

La función de desplazamiento ayuda a definir el contorno de la leva para efectos de su fabricación, y también presenta una pequeña influencia en el comportamiento dinámico de ésta. De la segunda ley de Newton, $F = m \cdot a$, la aceleración nos muestra una influencia significativa en el esfuerzo dinámico, en especial cuando la masa que se está moviendo es grande. Por otra parte, la velocidad del seguidor, v , afecta la energía cinética almacenada en el seguidor $E = 0.5 mv^2$. La función del jerk se presenta a manera de vibraciones en el seguidor de la leva.

3.7 Leyes fundamentales para el diseño de levas

Cualquier diseño de leva para operación, deberá ser diseñada bajo la restricción de que la función del seguidor de la leva deberá ser continua a través de la primera y segunda derivada del desplazamiento (velocidad y aceleración), a través de todo el intervalo (Norton, 2009).

Corolario

- La función de jerk deberá ser finita a través de todo el intervalo.

Como establecimiento de una regla, se deberá comenzar con al menos una función de desplazamiento de quinto orden. Esto a su vez generará una función cúbica en su aceleración (Neklutin et al, 1952).

3.8 Diseño de leva con doble punto de reposo

Muchas de las aplicaciones de las levas requieren de puntos estacionarios o de reposo. Un ciclo de máquina se define como una revolución de la flecha maestra conducida (Norton, 2009).

Para Rothbart et al (2004), existen 2 variantes de levas de doble punto de reposo, las del tipo D-R-D (*Dwell-Rise-Dwell*) por sus siglas en inglés que

refiere a punto estacionario – aceleración - mejor punto de reposo y las del tipo D-R-R-D (*Dwell-Rise-Rise-Dwell*) por sus siglas en inglés que refiere a punto estacionario – aceleración – desaceleración - punto estacionario; por lo cual se requieren de combinaciones de funciones matemáticas que contengan las características de ser continuas en aceleración y jerk en el intervalo de movimiento.

3.9 Movimiento Armónico Simple

La familia de las armónicas simples tiene la propiedad de permanecer continuas a través de cualquier número de derivadas que les sean aplicadas. En ocasiones repetidas la función seno se convierte en coseno y viceversa. (Norton, 2009).

Las ecuaciones del movimiento armónico simple para un movimiento de avance serían:

$$s = \frac{h}{2} \left[1 - \cos \left(\pi \frac{\theta}{\beta} \right) \right] \quad (1)$$

$$v = \frac{\pi h}{\beta} \operatorname{sen} \left(\pi \frac{\theta}{\beta} \right) \quad (2)$$

$$a = \frac{\pi^2 h}{\beta^2} \cos \left(\pi \frac{\theta}{\beta} \right) \quad (3)$$

$$j = \frac{\pi^3 h}{\beta^3} \operatorname{sen} \left(\pi \frac{\theta}{\beta} \right) \quad (4)$$

Donde h es el avance total en unidades de longitud, θ , es el ángulo de la flecha y β es el ángulo total del avance del intervalo. Pero según el análisis de acuerdo a los diagramas SVAJ de la Figura 11, se tienen funciones continuas en la posición, velocidad y aceleración, mas sin embargo la función del jerk presenta discontinuidades al inicio y final del intervalo de movimiento, lo que

supondría en problemas de vibraciones en el seguidor, echando abajo la teoría de que las funciones con derivadas continuas a su posición son las mejores cuando se tiene que echar mano para el diseño de levas.

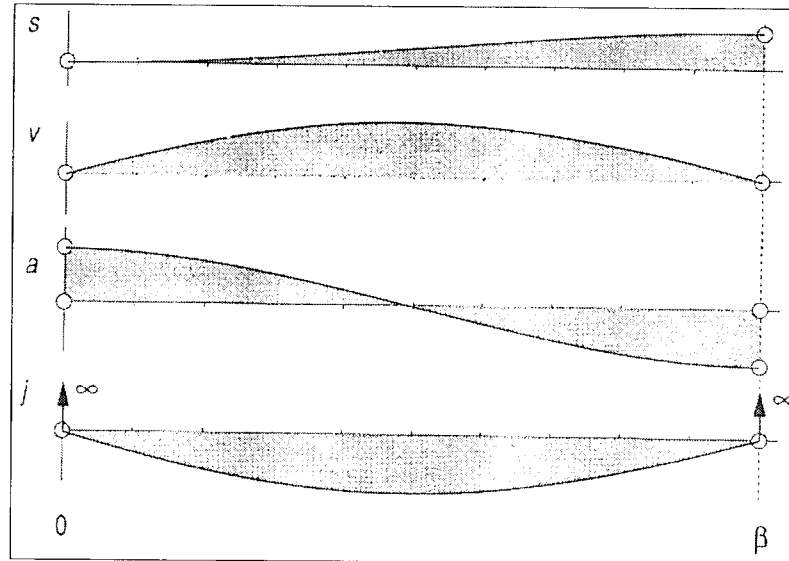


Figura 11. Diagramas SVAJ de la función del movimiento armónico simple. (Norton, 2009)

3.10 Diseño de curvas para levas tiempo de reposo doble (Double Dwell).

Un diseñador de levas no debe considerar únicamente la función de desplazamiento en el diseño de levas. Una mejor aproximación son las derivadas de la posición más alta (una buena aproximación es la aceleración). La función de aceleración, y al final la del jerk, son las principales herramientas para el diseñador de levas. Teniendo esto en cuenta se toma la ecuación de aceleración de la onda senoidal, según la Figura 12 (Norton, 2009).

De acuerdo a lo siguiente se tiene que la aceleración en una curva senoidal es la siguiente:

$$a = C \sin\left(2\pi \frac{\theta}{\beta}\right) \quad (5)$$

Esta se obtiene normalizando la variable independiente (β) dividiéndola entre el periodo del segmento medidos en radianes (θ).

El requerimiento de la función es un círculo por lo que podrá variar desde 0 hasta 1. La constante c define la amplitud de la onda senoidal.

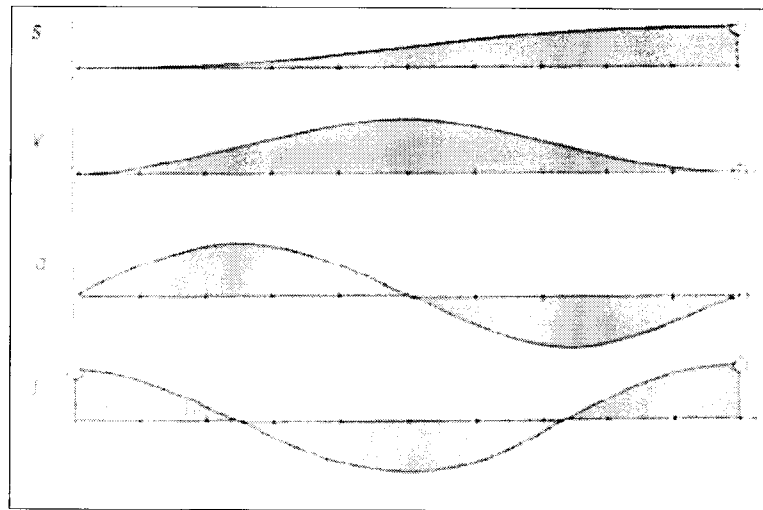


Figura 12. Diagramas SVAJ de la ecuación del desplazamiento cicloidal. (Norton, 2009)

Haciendo la integración para obtener la velocidad se asume una velocidad angular constante ω . (Norton, 2009)

$$a = \frac{dv}{d\theta} = c \operatorname{sen} \left(2\pi \frac{\theta}{\beta} \right) \quad (5)$$

$$\int dv = \int c \operatorname{sen} \left(2\pi \frac{\theta}{\beta} \right) d\theta \quad (7)$$

$$v = -c \frac{\beta}{2\pi} \cos \left(2\pi \frac{\theta}{\beta} \right) + k_1 \quad (8)$$

Donde k_1 es la constante de integración.

Para evaluar sustituimos las condiciones de frontera $v = 0$ en $t = 0$, igualando así la velocidad cero en el punto de reposo. Por lo tanto, la constante de integración queda de la siguiente forma: (Norton, 2009)

$$k_1 = C \frac{\beta}{2\pi} \quad (9)$$

$$v = -C \frac{\beta}{2\pi} \left[1 - \cos \left(2\pi \frac{\theta}{\beta} \right) \right] \quad (10)$$

Realizando la integración de la velocidad obtenemos la ecuación para el desplazamiento de la siguiente forma: (Norton, 2009)

$$v = \frac{ds}{d\theta} = \int \left\{ C \frac{\beta}{2\pi} \left[1 - \cos \left(2\pi \frac{\theta}{\beta} \right) \right] \right\} d\theta \quad (11)$$

$$s = C \frac{\beta}{2\pi} \theta - C \frac{\beta^2}{4\pi^2} \operatorname{sen} \left(2\pi \frac{\theta}{\beta} \right) + k_2 \quad (12)$$

Para la evaluación de la ecuación 12, se sustituye las condiciones de frontera $s = 0$ en $\theta = 0$, de forma que se iguale el desplazamiento cero en el punto de reposo. Para obtener la amplitud de la constante C , se sustituyen las condiciones de frontera $s = h$ en $\theta = \beta$, donde h es el máximo desplazamiento de subida del seguidor requerido en el intervalo.

$$k_2 = 0 \quad (13)$$

$$C = 2\pi \frac{h}{\beta^2} \quad (14)$$

Sustituyendo el valor de la constante C en la ecuación para la aceleración se obtiene la función de la aceleración para esa condición de frontera.

$$a = 2\pi \frac{h}{\beta^2} \operatorname{sen} \left(2\pi \frac{\theta}{\beta} \right) \quad (15)$$

$\frac{da}{d\theta}$ respecto a θ aparece la expresión del jerk:

$$j = 4\pi^2 \frac{h}{\beta^3} \cos\left(2\pi \frac{\theta}{\beta}\right) \quad (16)$$

Sustituyendo los valores de las constantes C de la ecuación 10 para la velocidad se obtienen las condiciones de frontera para la velocidad como sigue:

$$v = \frac{h}{\beta} \left| 1 - \cos\left(2\pi \frac{\theta}{\beta}\right) \right| \quad (17)$$

Esto resulta en una curva de velocidad que comienza y termina en cero, alcanzando su máximo en $\beta/2$. Sustituyendo los valores de las constantes C , k_1 y k_2 en la ecuación 12 para el desplazamiento tenemos:

$$s = \left[\frac{h}{\beta} \left[\frac{\theta}{\beta} - \frac{1}{2\pi} \left(2\pi \frac{\theta}{\beta} \right) \right] \right] \quad (18)$$

Nótese que la expresión del desplazamiento es la suma de una línea recta en el máximo de la curva negativa del seno. Esta función de leva es llamada función de desplazamiento cicloidal o función de aceleración sinusoidal. (Norton, 2009).

3.11 Combinación de funciones para doble punto estacionario (Double Dwell)

La fuerza dinámica es proporcional a la aceleración. En el diseño de levas se busca reducir las fuerzas dinámicas, maximizando la magnitud de la función de la aceleración manteniéndola continua a lo largo del intervalo de movimiento. La energía cinética es proporcional a la velocidad al cuadrado. (Norton, 2009). Muchas de las funciones con las que son diseñadas las levas en alguna máquina exigen desplazamientos complejos y velocidades elevadas, para esto se realizan combinaciones de funciones que proporcionan características que son deseadas en el comportamiento dinámico de una leva.

Estas modificaciones consisten en doblar, sesgar o combinar ciertos periodos de curvas para la obtención del movimiento deseado. Al mismo tiempo tienen que cumplir con los siguientes requerimientos para que su construcción y función de movimiento sea viable:

- La suma de los desplazamientos de las funciones que se combinen deberá ser igual al desplazamiento total de la leva.
- La velocidad en las uniones de estos híbridos deberá ser la misma para los intervalos de estudio.
- En los movimientos en los que se requiere una velocidad alta, la aceleración en ese sector deberá de ser la misma, y no deberá presentar discontinuidades en la aceleración y no podrá tener un jerk infinito.

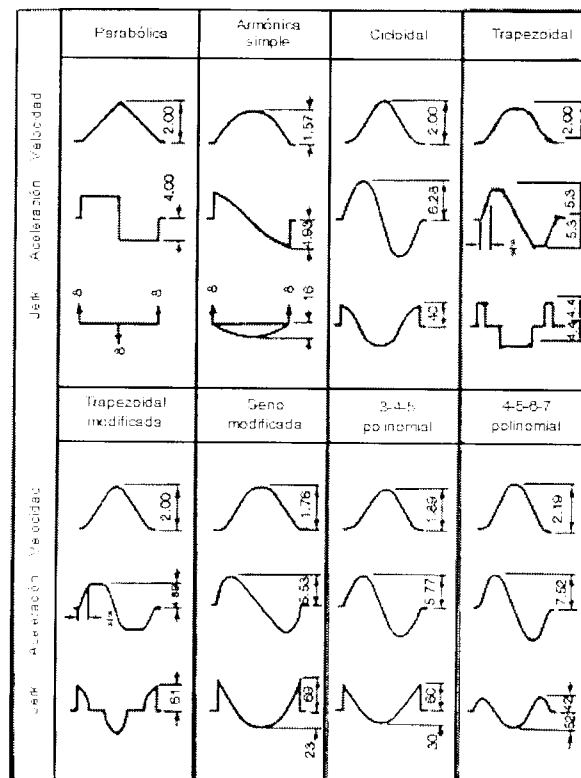


Figura 13. Comparativo en velocidad y aceleración de funciones primarias contra las funciones de forma combinada. (Moon, 1961).

En la Figura 13 de muestra la combinación de algunas funciones para obtener grados superiores en velocidad y aceleración deseados (Rothbart, 2004).

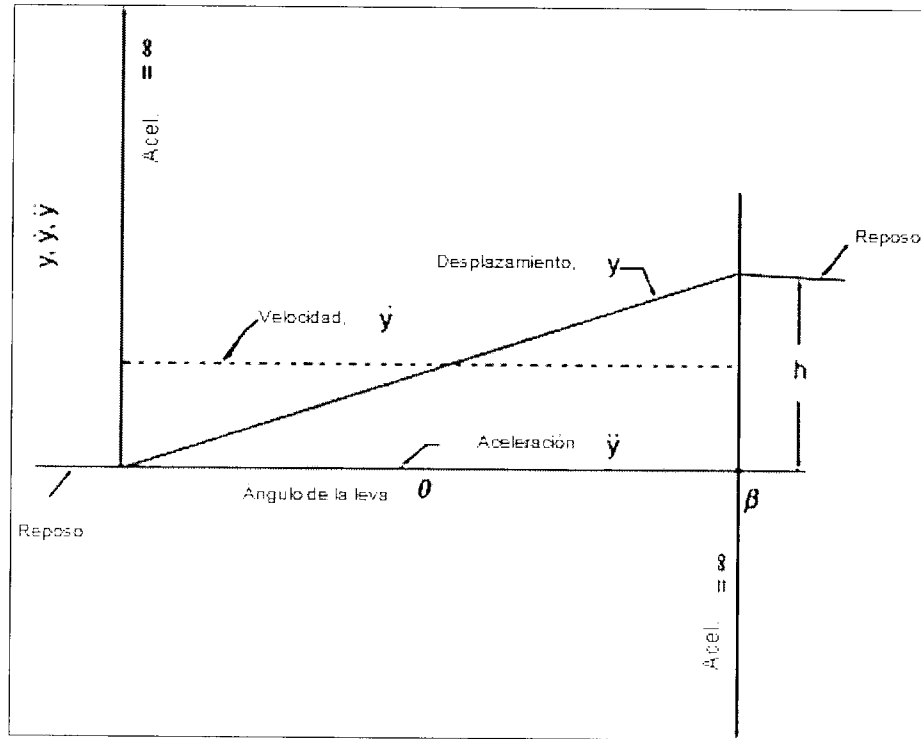


Figura 14. Representación gráfica de función de aceleración constante. (Rothbart, 2004).

Como se puede observar en los extremos de la Figura 14, se tiene una condición impráctica que viene desde el punto de reposo hasta una velocidad finita, pero al mismo tiempo se observa un cambio en la velocidad arrojando una aceleración infinita. Este tipo de aceleración transmite un esfuerzo enorme en el seguidor y en la trayectoria de su pista de movimiento, como se muestra en la Figura 15 (Rothbart, 2004).

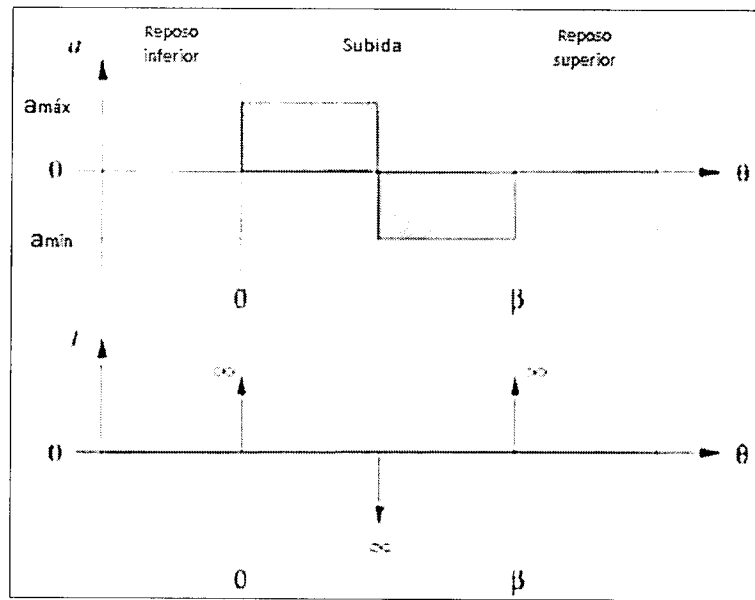


Figura 15. El jerk tiende a infinito en una ecuación de aceleración constante. (Norton, 2009).

3.12 Aceleración Trapezoidal.

La curva de aceleración trapezoidal es una combinación de curvas cúbicas y parabólicas. Ésta proviene de una curva parabólica en la cual fue cambiada su aceleración de una forma rectangular a otra trapezoidal. Ofrece una buena respuesta dinámica en condiciones de velocidad demandantes (Neklutin, 1969).

Las discontinuidades de la onda cuadrada pueden ser removidas borrando las esquinas de ésta creando un trapecio, está a su vez es llamada la función de aceleración trapezoidal. Ver Figura 16 (Norton, 2009).

Una desventaja que presenta es que su función de jerk es discontinua. Las funciones de jerk que presentan discontinuidades tienden a presentar vibraciones a lo largo de su pista en el recorrido del seguidor.

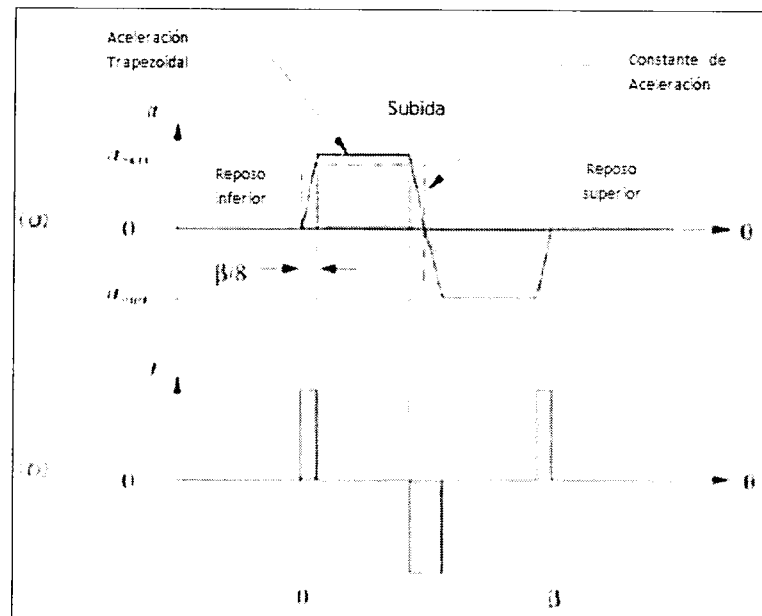


Figura 16. Aceleración trapezoidal arroja jerk infinito. (Norton, 2009).

3.13 Aceleración Trapezoidal Modificada.

La curva de aceleración trapezoidal modificada está compuesta de una curva parabólica y una curva cicloidal. Esta combinación reduce la aceleración máxima pero tiene la desventaja de presentar valores de jerk altos (Chen et al, 1982).

La curva trapezoidal modificada es muy popular en la industria sin embargo, una característica que causa objeción en su uso es que el torque oscila en un rango de $\pm 20\%$ en su tiempo de movimiento. Si su fuerza dinámica representa una carga significativa en la leva, el comportamiento de la leva con el paso del tiempo puede presentar periodos de inestabilidad y pobre desempeño en el movimiento de su seguidor (Rothbart, 2004).

Una de las estrategias aplicadas a la función de aceleración trapezoidal, es el sustituir partes de una onda senoidal, poniendo éstas en las esquinas de la onda trapezoidal como se muestra en la Figura 17. Esta función tiene las características de tener una aceleración senoidal constante.

El concepto para la construcción de una curva de aceleración trapezoidal modificada es el siguiente. Una onda senoidal es dividida en 4 segmentos, y ésta es insertada en la onda cuadrada, lo cual garantiza una transición suave entre los ceros de los puntos iniciales y finales, lo que a su vez conduce a que los valores picos de aceleración máximos y mínimos sea altos. El arreglo más común es cortar la onda cuadrada en $\beta/8$, $3\beta/2$, $5\beta/8$ y en $7\beta/8$, para agregar las partes de la onda senoidal en ésta (Norton et al, 2009).

Las fórmulas s , v , a , j para el inicio de movimiento de una curva trapezoidal modificada son:

Para $0 \leq \theta \leq \frac{1}{8}\beta$

$$s = \left[0.38898448 \frac{\theta}{\beta} - 0.0309544 \operatorname{sen} \left(4\pi \frac{\theta}{\beta} \right) \right] \quad (19)$$

$$v = 0.38898448 \frac{h}{\beta} \left[1 - \cos \left(4\pi \frac{\theta}{\beta} \right) \right] \quad (20)$$

$$a = 4.888124 \frac{h}{\beta^2} \operatorname{sen} \left[\left(4\pi \frac{\theta}{\beta} \right) \right] \quad (21)$$

$$j = 61.425769 \frac{h}{\beta^3} \cos \left[\left(4\pi \frac{\theta}{\beta} \right) \right] \quad (22)$$

Para $\frac{3}{8}\beta \leq \theta \leq \frac{5}{8}\beta$

$$s = h \left[1.6110154 \frac{\theta}{\beta} - 0.0309544 \sin \left(4\pi \frac{\theta}{\beta} - \pi \right) - 0.3055077 \right] \quad (23)$$

$$v = \frac{h}{\beta} \left[1.6110154 - 0.38898448 \cos \left(4\pi \frac{\theta}{\beta} - \pi \right) \right] \quad (24)$$

$$a = 4.888124 \frac{h}{\beta^2} \operatorname{sen} \left[\left(4\pi \frac{\theta}{\beta} - \pi \right) \right] \quad (25)$$

$$j = 61.425769 \frac{h}{\beta^3} \cos \left[\left(4\pi \frac{\theta}{\beta} - \pi \right) \right] \quad (26)$$

Para $\frac{5}{8}\beta \leq \theta \leq \frac{7}{8}\beta$

$$s = h \left[-2.44406184 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^2 - 4.6660917 \left(\frac{\theta}{\beta} \right) - 0.3055077 - 1.2292648 \right] \quad (27)$$

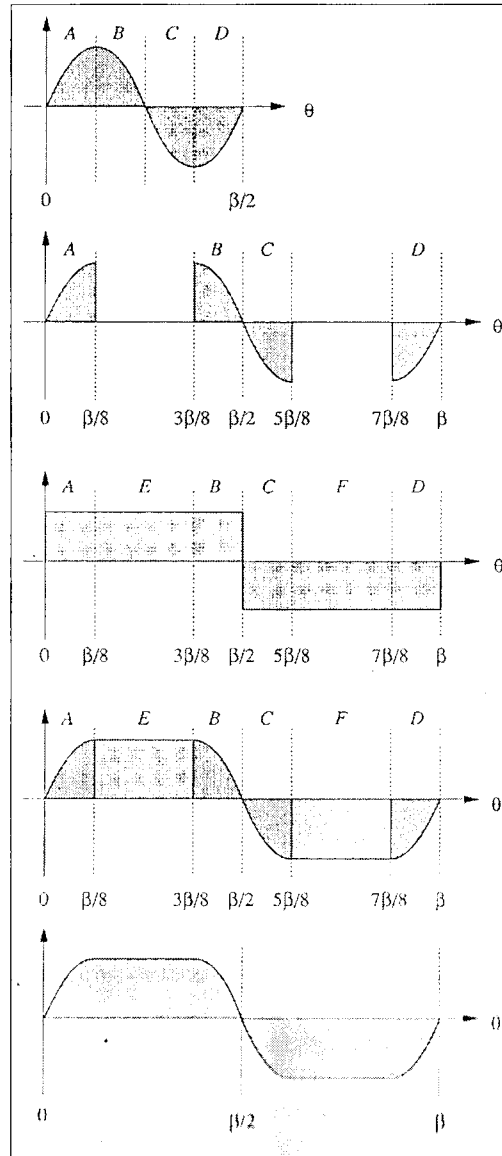


Figura 17. Construcción gráfica de la función de aceleración trapezoidal modificada.

Adaptada de (Norton, 2009).

$$v = \frac{h}{\beta} \left[-4.88124 \left(\frac{\theta}{\beta} \right) + 4.6660917 \right] \quad (28)$$

$$a = 4.888124 \frac{h}{\beta^2} \quad (29)$$

$$j = 0 \quad (30)$$

Para $\frac{7}{8} \leq \theta \leq \beta$

$$s = h \left[0.6110154 + 0.38898448 \left(\frac{\theta}{\beta} \right) + 0.0309544 \operatorname{sen} \left(4\pi \frac{\theta}{\beta} - 3\pi \right) \right] \quad (31)$$

$$v = 0.38898448 \frac{h}{\beta} \left[1 + \cos \left(4\pi \frac{\theta}{\beta} - 3\pi \right) \right] \quad (32)$$

$$a = -4.888124 \frac{h}{\beta^2} \operatorname{sen} \left(4\pi \frac{\theta}{\beta} - 3\pi \right) \quad (33)$$

$$j = -61.425769 \frac{h}{\beta^3} \cos \left(4\pi \frac{\theta}{\beta} - 3\pi \right) \quad (34)$$

Las curvas *SVAJ* para la curva trapezoidal modificada son mostradas en la Figura 18. La curva trapezoidal modificada es una de las muchas curvas que pueden ser combinadas para crear levas.

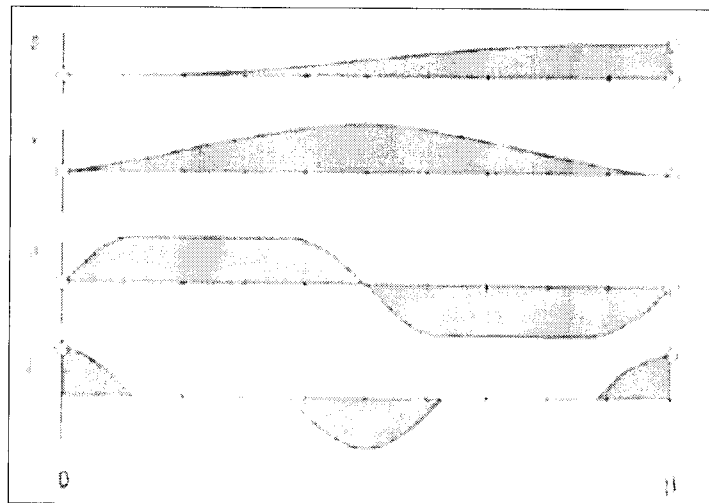


Figura 18. Diagrama SVAJ de curva trapezoidal modificada. (Norton, 2009).

3.14 Aceleración Senoidal Modificada.

Para Chen et al (1982), la curva de aceleración senoidal modificada es una combinación de un cuarto de una onda senoidal, contra una de periodo completo. En términos de torsión, la amplitud del torque oscila alrededor del 40% de su tiempo en el desplazamiento. Este tipo de curva es atractiva para trabajar bajo condiciones de movimiento de grandes masas. Por su bajo torque y consumo de potencia es una de las mejores opciones en el diseño de levas.

La curva de aceleración del seno (desplazamiento cicloidal) tiene la ventaja de ser suave (curva de jerk más suave), pero presenta una aceleración máxima más alta que la curva trapezoidal modificada. Combinando dos armónicas (senoidales), a diferentes frecuencias, se pueden conservar las características de suavidad del desplazamiento cicloidal pero también se puede reducir su aceleración máxima (Norton, 2009).

La figura 19 presenta la combinación de las dos curvas senoidales, una a más alta frecuencia que la otra. El primer y último cuarto de la función con más alta frecuencia $\frac{\beta}{2}$ de la función seno, es usada para el primero y último octavo de la función de combinación.

3.15 Funciones polinomiales.

Otra familia de funciones que puede ser usada para la síntesis de levas son las curvas polinomiales. Son las más usadas para el diseño de levas ya que no están limitadas solamente a uno o dos momentos de reposo y éstas pueden ser aterrizadas a muchas aplicaciones de diseño y también es de las más usadas en el campo de la industria automotriz (Rothbart et al 2004).

Dudley et al (1952) establece la forma general para el diseño de una leva por medio de su función polinomial como la siguiente:

$$s = C_0 + C_1x + C_2x^2 + C_3x^3 + C_4x^4 + \dots + C_nx^n \quad (35)$$

Donde s es la ecuación de desplazamiento del seguidor y x es la variable independiente, la cual en nuestro caso será representada como $\frac{\theta}{\beta}$ o en función del tiempo. Los coeficientes constantes C_n son incógnitas que deberán ser determinadas en el diseño y dependerán de los parámetros de satisfacción de éste. El grado del polinomio es definido como la potencia más alta en cada término.

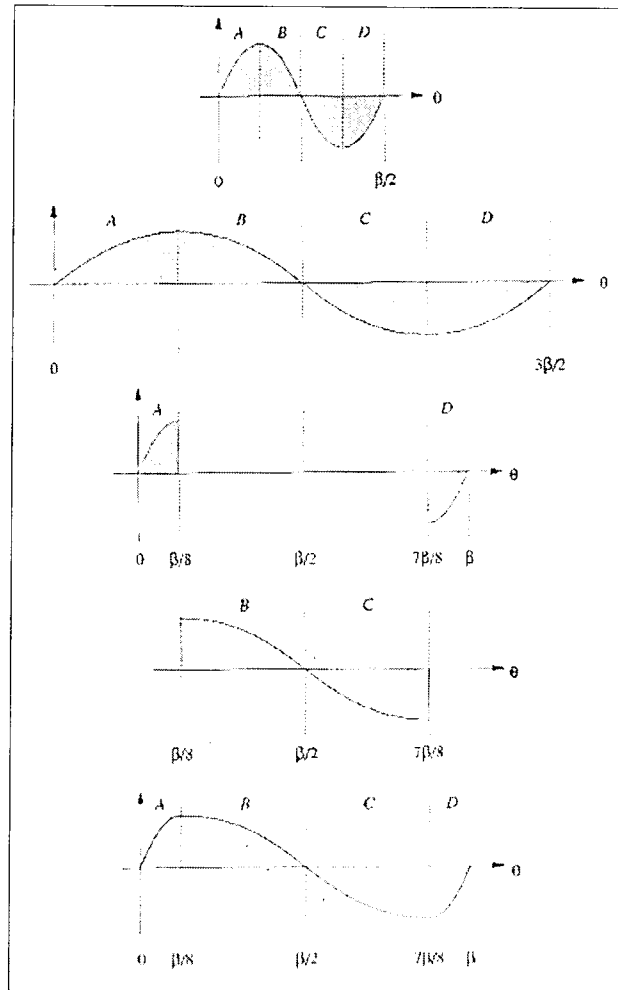


Figura 19. Diagrama SVAJ de curva sinusoidal modificada. (Norton, 2009).

Un diseño polinomial se estructura determinando el número de condiciones de frontera que se desean especificar para los diagramas *svaj*. El número de condiciones frontera, por lo tanto, determina el grado del polinomio resultante. Se puede trabajar cualquier ecuación con variables independientes para cada condición frontera, por lo tanto se tendrán el mismo número de ecuaciones lineales para resolver el sistema con los coeficientes desconocidos.

De esta forma se infiere que para el diseño de una leva con el método de polinomios y contando con la variable del jerk se deberá tener al menos un polinomio de grado 4 si se quiere satisfacer las condiciones descritas previamente (Norton et al, 2009).

3.16 Funciones spline.

Un spline es una curva polinomial definida por tramos la cual es diferenciable hasta un orden preescrito. En los días previos a las computadoras y al diseño asistido por computadora, se buscaba dibujar una curva que pasara por puntos descritos y que la describiera lo más fielmente posible, para esto se establecía (imaginaba), una tira delgada y flexible (spline) como el plástico. Los pesos, también llamados ducks, podrían extender el spline de tal forma que ésta pasara por los puntos deseados, como se muestra en la Figura 20 (Boehm et al 2002).

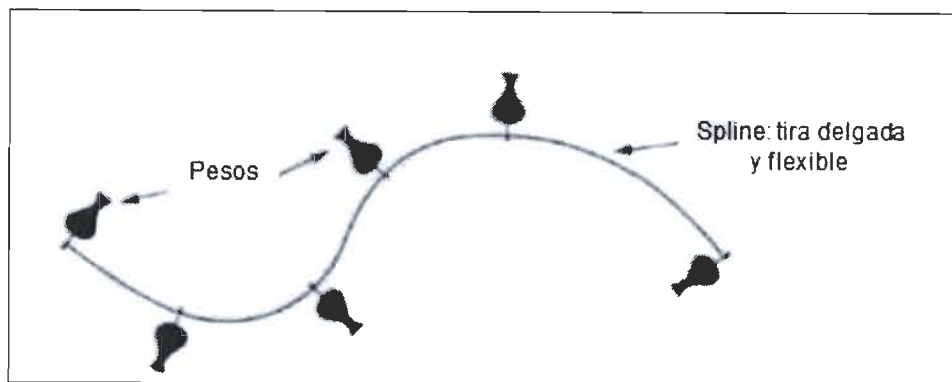


Figura 20. Representación gráfica de una curva hecha con splines. (Boehm et al 2002).

3.16.1 Splines clásicos.

Un spline clásico de orden m es una curva compuesta de piezas de polinomios, cada una de grado m las cuales son dobladas alrededor de puntos denominados pesos (Knots) , de tal forma que la curva es continua en todas sus derivadas, incluso hasta el orden $m - 1$. Esto significa que si un spline de orden 5 es usado para representar un desplazamiento de seguidor, se infiere entonces que el desplazamiento se podrá hacer de piezas polinomiales de orden 4 y éstas serán continuas. La velocidad será continua así como la aceleración y la función de jerk. La cuarta derivada (ping), no será continua. Las abscisas al final de los puntos son llamados pesos (knots). Los knots se ubican en las intersecciones de las curvas (Norton et al, 2009).

3.16.2 Nudos (Knots).

Bajo esa concepción se pretende construir una curva spline en un intervalo desde a hasta b , asumiendo que la curva contenga al menos k nudos. Por lo tanto existirá un nudo en el extremo a y b del intervalo propuesto. Los nudos remanentes $k - 2$ son denominados nudos interiores. Si se estableciera el uso de solo 2 nudos por lo tanto $k = 2$ lo que implica que no se tengan nudos interiores, siendo así muy parecido a una curva. Los nudos interiores son la única diferencia entre las curvas spline clásicas y la familia de curvas polinomiales.

El número de piezas de polinomios usados para construir una curva spline es solo menor que el número de nudos. El hecho de tener k nudos arroja el tener $k - 1$ piezas polinomiales (Norton, 2009).

Si se está usando una curva spline de orden 6, cada pieza tiene un orden polinomial de grado 6, lo que significa que la curva tendrá seis coeficientes. Estableciendo que una curva tiene $k - 1$ piezas polinomiales de orden 6, se deberá encontrar $6(k - 1)$ incógnitas.

En general, para un spline de orden m con k nudos, se deberán de encontrar $m(k - 1)$ coeficientes (Boehm et al 2002). Denotando los knots por la siguiente ecuación.

$$a = \theta_1 \leq \theta_2 \leq \dots \leq \theta_k = b \quad (36)$$

Con sus correspondientes desplazamientos en los knots de:

$$s(a) = s_1, s_2 \dots s_{k-1}, s_k = s(b) \quad (37)$$

Las piezas polinomiales son:

$$A_j(\theta - \theta_j)^5 + B_j(\theta - \theta_j)^4 + C_j(\theta - \theta_j)^3 + D_j(\theta - \theta_j)^2 + E_j(\theta - \theta_j) + F_j \quad (38)$$

Para:

$$\theta_j \leq \theta \leq \theta_{j+1} \text{ y } j = 1, 2, \dots, k - 1 \quad (39)$$

3.16.3 Condiciones de frontera para curvas Spline.

Se necesitan tantas ecuaciones como tantas incógnitas. Se cuentan con $(k - 1)$ piezas en una curva spline, por lo tanto de acuerdo al orden es el número de las incógnitas. En general, para una curva de tipo spline de orden m con cualquier número de knots, una necesidad primaria es contar con las condiciones de interpolación así como la ecuación de suavidad con m ecuaciones. Estas son llamadas condiciones de frontera.

En las ecuaciones de curvas Spline se necesitan indicar el desplazamiento inicial y final, la velocidad inicial y final, y por último la aceleración inicial y final (Boehm et al 2002). Enseguida se muestran las ecuaciones que permiten obtener las ecuaciones de frontera

En el nudo A (Knot A) se tiene que:

$$F_1 = s(a) \text{ Desplazamiento inicial} \quad (40)$$

$$E_1 = s'(a) \text{ Velocidad inicial} \quad (41)$$

$$D_1 = s''(a) \text{ Aceleración inicial} \quad (42)$$

Al final del nudo B (Knot) se tienen:

$$A_{k-1}h_{k-1}^5 + B_{k-1}h_{k-1}^4 + C_{k-1}h_{k-1}^3 + D_{k-1}h_{k-1}^2 + E_{k-1}h_{k-1} + F_{k-1} = s(b) \quad (43)$$

$$5A_{k-1}h_{k-1}^4 + 4B_{k-1}h_{k-1}^3 + 3C_{k-1}h_{k-1}^2 + 2D_{k-1}h_{k-1} + E_{k-1} = s'(b) \quad (44)$$

$$10A_{k-1}h_{k-1}^3 + 6B_{k-1}h_{k-1}^2 + 3C_{k-1}h_{k-1} + 2D_{k-1} = s''(b) \quad (45)$$

Por lo tanto las ecuaciones de frontera son:

$$F_k = s(b) \quad (46)$$

$$E_k = s'(b) \quad (47)$$

$$D_k = s''(b) \quad (48)$$

Las ecuaciones 48, 49 y 50 pueden ser resueltas para obtener los 3 coeficientes en términos de 2.

$$A_j = \frac{1}{h_j^4} (6d_j - h_j D_j + h_j D_{j+1} - 3E_j - 3E_{j+1}) \quad (48)$$

$$B_j = \frac{1}{h_j^3} (-15d_j + 3h_j D_j - 2h_j D_{j+1} + 8E_j + 7E_{j+1}) \quad (49)$$

$$C_j = \frac{1}{h_j^2} (10d_j - 3h_j D_j + h_j D_{j+1} - 6E_j - 4E_{j+1}) \quad (50)$$

Para:

$$j = 2, 3, \dots, k-1 \text{ y donde } d_j = \frac{s_{j+1}}{h_j}, j = 1, 2, \dots, k-1 \quad (51)$$

En la tabla 1 se presentan las propiedades de las diferentes curvas spline.

Tabla 1. Propiedades de las curvas spline (Norton, 2009).

Orden de spline	Grado polinomial de cada pieza	Presenta discontinuidades en	Knots internos	Comentarios
2	1	Velocidad	Ninguno	Pésima para trabajos en una leva
3	2	Aceleración	1	Pésima para trabajos en una leva
4	3	Jerk	2	No recomendable para su uso en levas
5	4	Ping (1 ^{er} derivada del Jerk)	3	Usada pero presenta alto jerk
6	5	Puff (2 ^{da} derivada del Jerk)	4	Muy usada por presentar características de suavidad de movimiento

3.17 Ventajas en el uso de curvas B-Splines contra curvas Polinomiales.

Cuando un diseñador utiliza una curva polinomial simple para el diseño de un perfil de movimiento, se escoge un grado de polinomio adecuado, además se obtienen los coeficientes de la ecuación de tal forma que satisfaga sus ecuaciones de frontera, (Norton, 2009).

Las curvas paramétricas polinomiales con exponentes de grados mayores presentan la desventaja de que en su proceso de interpolación a medida de que los datos (puntos), son más distantes la construcción de la curva presenta sobresaltos, por la dependencia con otros puntos. En la Figura 21, el salto en la altura del punto más lejano de datos cerca de la mitad tiene un fuerte efecto en la curva de polinomio de interpolación cerca del final de la curva.

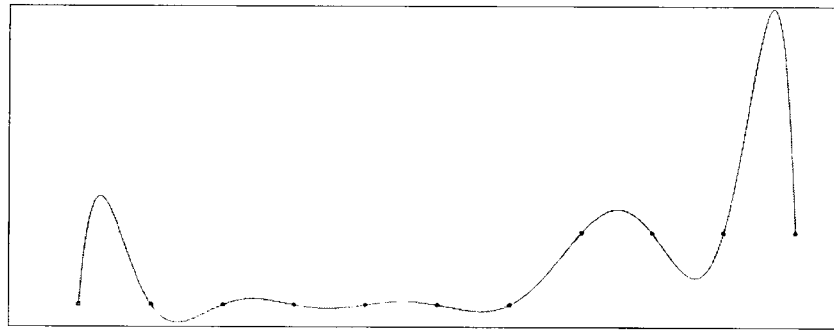


Figura 21. Interpolación de Lagrange para una serie de puntos. (Boehm et al 2002).

En contraste, la Figura 22 muestra un ejemplo de una construcción de una curva para una serie de puntos usando una interpolación de tipo B-Spline, la cual es formada exactamente por la misma serie de puntos que la anterior. Como se puede observar la línea curva describe la serie de puntos de una forma más cercana que el ejemplo anterior utilizando una interpolación B-Spline.

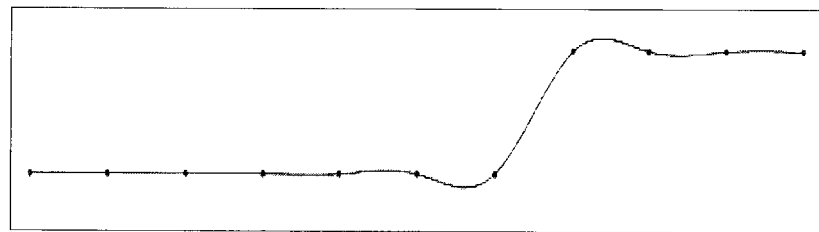


Figura 22. Interpolación B-Spline para una serie de puntos. (Boehm et al 2002).

La curva spline fue construida usando polinomios cúbicos entre los puntos adyacentes a lo largo de la curva. En otras palabras, es una curva definida por piezas de grado 3 a lo largo de pequeños intervalos de puntos de control. De hecho toda la curva es descrita como una sola función $P(t)$, por lo tanto $P(t)$ no presenta transiciones bruscas, tiene una segunda derivada en cualquier punto de la curva y su derivada es continua.

Por definición una curva spline cúbica es una función definida a tramos por partes de curvas cúbicas con una segunda derivada continua (Boehm et al 2002).

Una forma simple de realizar diseños de curva deseados con el uso de muchos puntos de control es el uso de las curvas B-Splines. Una aproximación hacia la construcción de curvas B-Splines, es el especificar puntos de control en un polígono B_0, B_1, \dots, B_n finalizando en el cual la curva tenga su punto final, como se puede observar en la Figura 23.

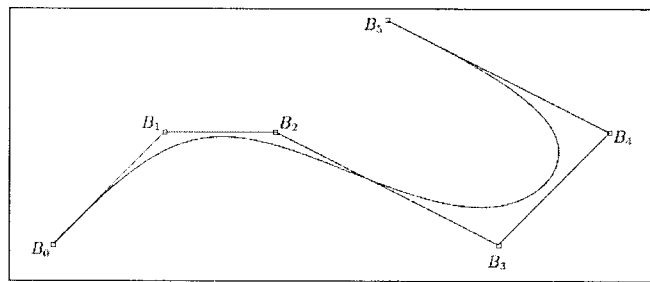


Figura 23. Puntos de control en una curva B-Spline. (Boehm et al 2002).

El método gráfico consiste en dividir cada segmento compuesto de los puntos de control en tercios por medio de dos puntos de división. En cada punto de control B_i , excepto en el primero y último punto de control, se dibuja un segmento de línea entre los dos puntos de división más cercanos, y estos serán llamados puntos centrales S_i , como se observa en la Figura 24.

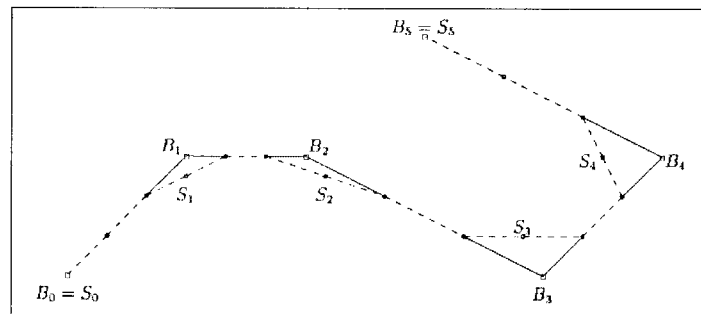


Figura 24. Puntos centrales en una curva B-Spline. (Boehm et al 2002).

El método analítico para la obtención de los puntos centrales para una curva B spline es como sigue:

Dados los puntos de control en un polígono B_0, B_1, \dots, B_n , calcular puntos centrales $S_i = \frac{1}{6}B_{i-1} + \frac{2}{3}B_i + \frac{1}{6}B_{i+1}$ para $i = 1, 2, \dots, n - 1$, por último hacer $S_0 = B_0$ y $S_n = B_n$.

Una ventaja importante de las curvas B-Spline es que su influencia se relaciona a solo los puntos de control locales, de hecho una curva b-Spline tiene influencia de al menos 4 de sus puntos de control, lo cual le permite describir problemas del mundo físico con mayor precisión que una interpolación por medio de un polinomio (Boehm et al 2002).

4. ESTADO DEL ARTE

A continuación se compendian algunos aspectos importantes relacionados con el diseño de perfiles de movimiento de levas, los cuales pretenden describir diferentes metodologías empleadas durante el proceso de diseño de forma que las características propuestas en una función matemática se asemejen a la solución de movimiento requeridas para procesos de la vida real.

Esto con el objetivo de diseñar una metodología de diseño flexible para la obtención de perfiles de movimiento, el cual contribuirá a el rediseño de una leva la cual se contempla implementar en la empresa Kimberly Clark de México S.A.B de C.V, la cual ayude en disminuir la cantidad de arrugas provocadas por el choque de pañales contra el mecanismo instalado actualmente.

Por otro lado se continúa con la revisión de la literatura sobre los modelos de interpolación mediante la técnica B-Splines, usos y aplicaciones en la vida real, así como áreas de oportunidad en la optimización de nodos a lo largo de una serie de puntos que intente describir una curva de estas características.

Václavík et al (2013) mencionan en su estudio que el aumento en la demanda de producto es proporcional a la velocidad en la que éste es procesado, lo que exige como requisito principal la alta velocidad de los mecanismos de leva que cumplan un proceso específico. Con el aumento de la frecuencia de ciclo de trabajo, las fuerzas de inercia son un factor determinante. La dinámica se refiere no sólo a las fuerzas de inercia de los mecanismos de leva y sus masas, sino también a las fuerzas de carga aplicados a ellos durante el proceso.

Existen levas electrónicas, en las que el perfil de movimiento es conducido por la flecha de un motor, y levas mecánicas donde un disco de cualquier material es fabricado de acuerdo a una función matemática para cumplir un perfil de movimiento deseado (Václavík et al 2013).

Por lo regular los elementos de una leva electrónica son un servomotor, una función matemática que describa un movimiento y un procesador que realice la función de ejecutar los movimientos necesarios para la ejecución de la tarea específica de movimiento. Las levas electrónicas no son capaces de alcanzar grandes aceleraciones (momentos de torsión), que son exigidos a la flecha del motor. En las aplicaciones de las levas electrónicas todavía existen problemas que no se resolverán en un futuro próximo ya que están ubicados en el campo físico y electrónico.

Además, también debe tenerse en cuenta que el servomotor se carga por su propio momento de inercia del rotor en lo que compete en el desarrollo de levas electrónicas. Por supuesto, en el campo de la electrónica, el desarrollo es el más rápido en referencia a la respuesta del rotor a los cambios de velocidad sin embargo, hay dificultades en el tiempo de escaneo (exploración) a través del programa de PLC en las aplicaciones de levas electrónicas.

En las aplicaciones de cada mecanismo de leva (convencional o electrónico), la fiabilidad de operación del mecanismo es crucial. Como fiabilidad de operación nos referimos principalmente a la precisión posicional y vida de servicio de un mecanismo de leva (Václavík et al 2013).

De los mecanismos de levas convencionales, los mecanismos con levas radiales son adecuados para las exigentes aplicaciones dinámicas de torque y velocidad para una función específica en un proceso (Václavík et al 2013).

Lovasz et al (2013) inician su estudio diciendo que encontrar un valor óptimo del círculo es muy importante para obtener un tamaño mínimo de la leva y evitar las singularidades a lo largo de su perfil. El cálculo del radio del círculo base representa sólo el primer paso en la reducción al mínimo del tamaño total del mecanismo de leva.

Para los mecanismos de leva con un seguidor de cara plana el método más conocido es el de análisis gráfico. Un método analítico que regularmente se usa para la obtención de la ecuación de síntesis, es decir, la ecuación del perfil de la leva se maneja como envolvente de las posiciones relativas del seguidor en relación con la trayectoria descrita por la leva teniendo en cuenta el método de inversión del movimiento. La excentricidad del radio r_b es considerada como una variable conocida. La excentricidad se considera positiva si está orientada a lo largo de la dirección positiva del eje x según la Figura 25.

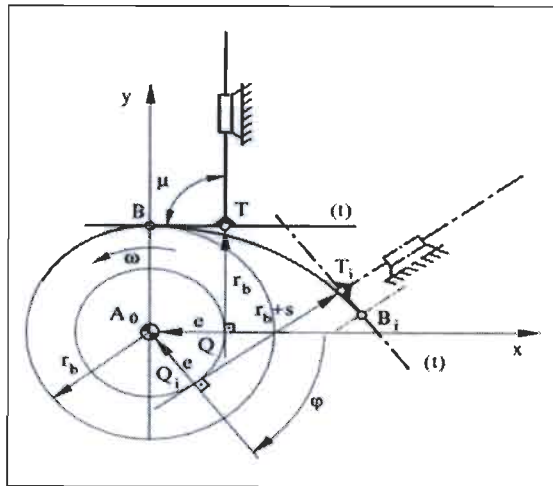


Figura 25. Obtención de síntesis de un perfil de leva circular. (Lovasz et al 2013).

La ecuación del seguidor es descrita por:

$$t(x, y, \varphi): [y - y_r(\varphi)] + [x - x_r(\varphi)] \cdot \tan \varphi = 0 \quad (52)$$

El conjunto de ecuaciones paramétricas del perfil de la leva son obtenidas considerando los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$\begin{cases} t(x, y, \varphi) = 0 \\ \partial t(x, y, \varphi) = 0 \end{cases} \quad (53)$$

Lo que nos arroja:

$$x(\varphi) = [r_b + s(\varphi)] \sin \varphi + s'(\varphi) \cos \varphi, y(\varphi) = [r_b + s(\varphi)] \cos \varphi - s'(\varphi) \sin \varphi \quad (54)$$

El tamaño del círculo base de un mecanismo de leva con un seguidor de cara plana es basado en la condición de evitar singularidades en el perfil de movimiento de ésta donde la restricción se describe por la siguiente ecuación:

$$v(\varphi) = \frac{dx(\varphi)}{d\varphi} \quad y \quad \frac{dy(\varphi)}{d\varphi} \neq (\forall)\varphi \in [0, 2\pi] \quad (55)$$

Esto significa que las derivadas de las coordenadas paramétricas del perfil de la leva deberán de evitar ser igual a cero simultáneamente.

Las derivadas del perfil de la leva son:

$$\frac{dx(\varphi)}{d\varphi} = [r_b + s(\varphi) + s''(\varphi)]. \cos\varphi \quad (56)$$

$$\frac{dy(\varphi)}{d\varphi} = -[r_b + s(\varphi) + s''(\varphi)]. \sin\varphi \quad (57)$$

Donde $s''(\varphi) = \frac{d^2s}{d\varphi^2}$ es la segunda derivada de la función de transmisión.

N. Barbero et al (2014) mencionan que las funciones spline son las más exitosas para la aproximación en aplicaciones prácticas, ya que los polinomios ordinarios son inadecuados en muchas situaciones. Esto es particular cuando se tratan de aproximar funciones que surgen del mundo físico en lugar el mundo matemático. Las funciones que expresan relaciones físicas son, con frecuencia, de naturaleza caótica. Esto quiere decir que su comportamiento en una región puede no tener relación a su comportamiento en otra región. Los polinomios, junto con la mayoría de las otras funciones matemáticas, tienen la propiedad opuesta. Es decir, su comportamiento en una pequeña región determina su comportamiento en todas partes. Las curvas splines no sufren esta desventaja puesto que están definidas por tramos, puesto que para una interpolación $n \geq 3$, representan curvas que describen soluciones más precisas en el mundo físico. Un ejemplo de interpolación polinomial y con curvas splines de una serie de datos se muestra en la Figura 26, evidenciando la afirmación antes descrita.

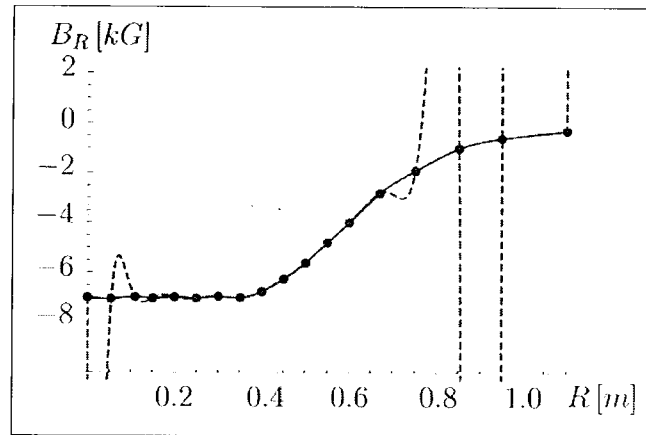


Figura 26. Interpolación de una serie de datos mediante el uso de polinomios y curvas splines. (Barbero et al 2014)

En la figura anterior se pueden observar discontinuidades generadas por la interpolación polinomial representada por la línea de color rojo, resultando que la interpolación por medio de curvas splines (trazado en color azul), tiene más semejanza al fenómeno que se trata de reproducir.

Uno de los objetivos de la síntesis CFM (Función de ping finito de movimiento para una leva), es el optimizar los valores de aceleración y jerk del seguidor de una leva. La síntesis del CFM está regida por los principios fundamentales del diseño de una leva (Naskar et al 2011) que se enuncian enseguida.

1. La función de movimiento de una leva deberá ser continua a través de la velocidad y la aceleración en todo su intervalo de movimiento.
2. La función del jerk deberá ser finita a través del intervalo de estudio.

Esta función de jerk finita es llamada a menudo como CFM. Para una función de jerk finita, su aceleración es continua reflejando algunos valores picos bajos, pero sus valores de jerk son discontinuos. Sin embargo, se concluye que la función del jerk es la mayor responsable de la producción del ruido, por lo tanto la función del jerk es aceptable si el ruido no es un factor en

el ambiente de desarrollo del mecanismo. Pero si dentro de las especificaciones del diseño, la suavidad y el ruido del movimiento son factores importantes, la función de jerk deberá ser continua a través de su función de movimiento (Naskar et al 2011).

Nguyen V.T. et al (2007), mencionan que las levas son ampliamente utilizadas en numerosas aplicaciones de maquinaria porque con ellas se obtiene un sinnúmero de variedad de movimientos.

Muchos tipos de levas son diseñadas y manufacturadas en acuerdo con las necesidades de las máquinas. Inclusive los sistemas de leva seguidor, como la válvulas de inyección de combustible de un motor de un automóvil que operan a altas velocidades, necesitan que su perfil de leva sea lo suficientemente refinado para que sus propiedades cinemáticas y dinámicas sean adecuadas.

Pero no solo su curva de desplazamiento es el único factor en el diseño de una leva, también intervienen la velocidad de la curva, su aceleración y en algunos casos el jerk. Existen un número infinito de caminos para expresar el perfil de una leva matemáticamente. Dentro de las funciones que se destacan por su movimiento se incluyen la armónica, la cicloidal, la armónica modificada, curva trapezoidal, la forma polinomial, etcétera.

Los métodos tradicionales funcionan perfectamente cuando los requerimientos en el diseño de una leva no propician mayores dificultades. Dependiendo de las condiciones, estos métodos matemáticos pueden ser aplicados directamente, modificados o combinados en funciones por tramos.

Las curvas Spline han sido aplicadas en el diseño de levas por más de 20 años. Los métodos de las curvas spline son lo suficientemente flexibles para permitir que programas de movimiento las refinan u optimicen mientras se satisfacen las limitaciones de movimientos. Como tal, los métodos spline han sido aplicados para sintetizar movimientos que se tornarían complicados con los métodos tradicionales.

Tsay y Huey (2003) sugieren un uso potencial en los métodos spline para la síntesis de levas. Sin embargo, recientes aplicaciones de los métodos spline no han resuelto los problemas generales de la síntesis de movimiento de una leva. El proceso para resolver estos problemas incluye la tarea de satisfacer un conjunto de restricciones arbitrarias de movimiento.

Mermelstein y Acar (2004), introdujeron un algoritmo de optimización para el diseño de levas con el uso de funciones polinomiales definidas por tramos. Sin embargo, este método únicamente considera la minimización del jerk y las condiciones de frontera y no contempla los múltiples requerimientos de diseño tales como el desplazamiento, la velocidad y la aceleración.

Qui y colaboradores (2005), indujeron un acercamiento en el diseño de levas. Su principal objetivo fue tratar con varios factores de diseño para la optimización cinemática o dinámica. Pero el hecho de estar basado en curvas B-Spline implica que la afectación solo toma una parte de los puntos cercanos a éstas. De acuerdo a los resultados de este experimento, los resultados pudieran ostentar algunos puntos del perfil no deseados, especialmente cuando estos ajustes locales son requeridos en la curva de velocidad o aceleración. Los diseñadores de levas no siempre refinan los picos que se tienen en las curvas de velocidad, aceleración o jerk. Algunos diseñadores ajustan localmente los ángulos de presión en algunas zonas del problema en el perfil de la leva, sacrificando al mismo tiempo las altas velocidades de las levas (Nguyen, 2007).

En el presente trabajo se propone un nuevo método de síntesis de perfiles de levas, basado en la suavización de las curvas Spline, usando algunas restricciones. Con este método se obtienen perfiles de leva que satisfacen los requerimientos en las curvas de desplazamiento, velocidad y aceleración. Este método es usado para el diseño levas que trabajan a altas velocidades. Dentro de las áreas de oportunidad es que este algoritmo no determina cual es el mejor perfil para la leva, puede buscarse una ecuación

para asegurarnos que esta es la mejor opción de optimización para el desarrollo del perfil de la leva.

Sanjib, Acharyya et al (2006) mencionan que nunca son deseables altos valores de aceleración y jerk en el seguidor de una leva conducida porque afectan la suavidad de la operación del sistema e inducen un alto estrés en la superficie de contacto de la leva. Por estos valores de alto contacto se acorta su vida útil, resultando en daño en la superficie del perfil de la leva.

Dado que los valores de aceleración y jerk están dictaminados por el perfil de la leva, el principal objetivo de este autor es diseñar el perfil de una leva que produzca el mínimo valor de jerk posible obteniendo un valor de aceleración razonable bajando al máximo los esfuerzos en la superficie del perfil de la leva.

Muchos trabajos que se han realizado para sintetizar el perfil de una leva con el objetivo de maximizar la aceleración y minimizar el jerk, han incluido polinomios, polinomios-spline, mod-traps (curva trapezoidal modificada). Por otro lado los exponentes de los polinomios por lo regular son enteros. En este análisis se dan exponentes que pueden ser valores con número reales introducidos en el polinomio. Una función polinomial es desarrollada por parámetros cinemáticos y su resultado se obtiene como una función de desplazamiento compuesta. La ecuación general de una curva con desplazamiento polinomiales es de la forma según Sanjib, Acharyya et al (2006).

$$s(\theta) = C_p 2^p \gamma^p + C_q 2^q \gamma^q + C_r 2^r \gamma^r \quad (58)$$

Donde:

$s(\theta)$ = Función de desplazamiento de la leva

θ = Angulo de rotación de la leva

β = Función de desplazamiento de la leva

$s(\theta)$ = Función de desplazamiento de la leva

$\gamma = \frac{\theta}{\beta}$ = Desplazamiento parcial de la leva

$C_p 2^p$ = Coeficientes del polinomio de la leva

Esta ecuación es derivada del desplazamiento polinomial de una curva de grado n de la forma

$$s(\theta) = \sum_{i=0}^n C_i \theta^i \quad (59)$$

Sanjib, Acharyya et al (2006) aplican un algoritmo de optimización para buscar las variables p , q y r con el objetivo de minimizar el jerk con la restricción del desplazamiento y la aceleración de la leva. Uno de los objetivos relevantes es eliminar la fatiga generada por el deslizamiento de la leva. El algoritmo de optimización es usado aplicando optimización multiobjetivo por fuerzas de optimización. El algoritmo es diseñado usando el método de Cauchy para optimización multivariable. Los resultados son generados usando el modelo de optimización encontrando el mínimo jerk y el mínimo contacto de estrés en la superficie de la leva.

Uno de los logros de esta investigación es que se pueden introducir valores que no sean enteros en la ecuación característica de desplazamiento de la leva. Sin embargo, no se menciona cuál es la suavidad del movimiento además cuál es la máxima aceleración y desaceleración que una leva calculado por este método puede alcanzar.

Livija, Cveticanin et al (2006), mencionan dos modelos de mecanismos de levas que son usados para su análisis dinámico. Un modelo asume una leva rígida, la flecha que conduce la leva y se toma a su seguidor como un cuerpo elástico (resorte). Para el otro modelo se toma la leva mecánica como el cuerpo elástico, la flecha conducida y como elemento rígido a su seguidor.

Para el primer modelo, el sistema se resume a un simple sistema masa-resorte de un grado de libertad. Su modelo matemático es una ecuación diferencial paramétrica de segundo orden:

$$mq + (C_n + C_f)q + bq = C_f y_A(\theta t) \quad (60)$$

Donde:

m = Masa

C_f = Rigidez del resorte de posición final del sistema

C_n = Resorte de retorno del sistema

b = Amortiguador del seguidor de la leva

La ecuación a su vez provee siempre una precarga de tal forma que el seguidor siempre se mantenga en contacto con la leva a la velocidad dada. Cuando la leva realiza su rotación, Ésta desplaza al seguidor $y_A(\theta t)$. Subsecuentemente el seguidor $y(t)$ es desplazado. La inconsistencia de modelar un sistema de leva por medio de este método para encontrar una solución satisfactoria, es que por su naturaleza es impráctico aplicarlo dado a la simplicidad de su modelo.

Con una carga alta y velocidades superiores, se da el fenómeno de vibraciones en la flecha de la leva. Entonces el efecto de elasticidad de la leva debería ser tomado en cuenta para modelar el efecto de la elasticidad de su articulación. Esto resulta en una ecuación diferencial no lineal de variación de tiempos. El modelo matemático de la flecha de una leva es:

$$J\ddot{\theta} + k(\theta - \omega t) = T \quad (61)$$

Donde:

T = Torque de la leva y depende de la curva de la leva

ω = Constante de rotación angular

J = Movimiento de inercia de la leva

k = Constante de rigidez de la flecha de la leva.

Una variación en el torque se produce en la leva a consecuencia de la acción del seguidor de la leva que induce vibraciones torsionales en su flecha.

Las vibraciones torsionales de la flecha de la leva son paramétricas y auto inducidas. Las vibraciones en la flecha de la leva afectan su movimiento y su fuerza de contacto.

Livija, Cveticanin et al (2006), consideran que una práctica común ha sido asumir la linealidad del sistema para uno que no es lineal. La razón para omitir la no linealidad del sistema es que por sí mismo es más difícil de analizar que uno lineal. Para la mayoría de los sistemas de levas que se encuentran en la práctica, es muy común omitir la no linealidad del sistema.

De esta investigación se obtiene información de cómo hacer la síntesis dinámica de un perfil de leva, así como también el cálculo de la velocidad angular de una leva en su intervalo de movimiento. Por la geometría del seguidor y el momento de inercia generado durante su trayectoria el movimiento de la leva se torna inestable en ciertas para ciertas frecuencias.

Xu et al (2009), dicen que debido a la capacidad de carga alta, el bajo ruido, las bajas vibraciones y la alta confiabilidad de los mecanismos indexadores de levas, éstos son ampliamente usados en automatización de máquinas como de comidas, bebidas y empaque. Cientos de investigaciones que se han realizado han trabajado con la geometría de los mecanismos indexadores de levas.

Xu et al (2009), centran su investigación en los tipos de levas siguientes: indexada de rodillos, leva cilíndrica y la leva paralela. Murray et al. (1994), mencionan la teoría del tornillo y exponentes la cual es usada para generar la geometría del perfil de una leva indexada por primera vez, teniendo como principal ventaja que las operaciones tediosas para localizar un sistema de coordinación puede ser evitada si se usa este método.

La Figura 27 muestra como la velocidad del vector en el punto P es dada por la ecuación 62.

$$\dot{p}(t) = \omega x(p(t) - q) \quad (62)$$

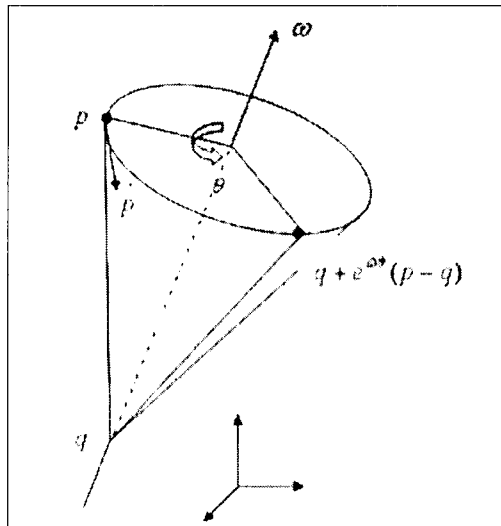


Figura 27. Velocidad de un vector en el punto P. (Xu et al 2009).

Donde:

$\dot{p}(t)$ = Velocidad angular en la posición de comando

ω = Velocidad angular en el eje de rotación

Xu et al (2009) presentan la estructura de la leva indexada de rodillos presentada en la Figura 28 y en la Figura 29 se muestra la construcción del indexador.

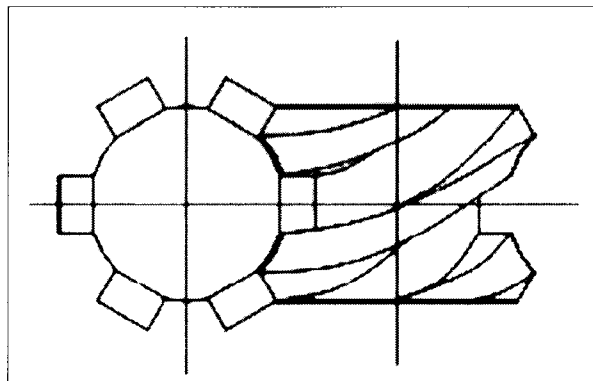


Figura 28. Estructura de una leva indexada de rodillos. (Xu et al 2009).

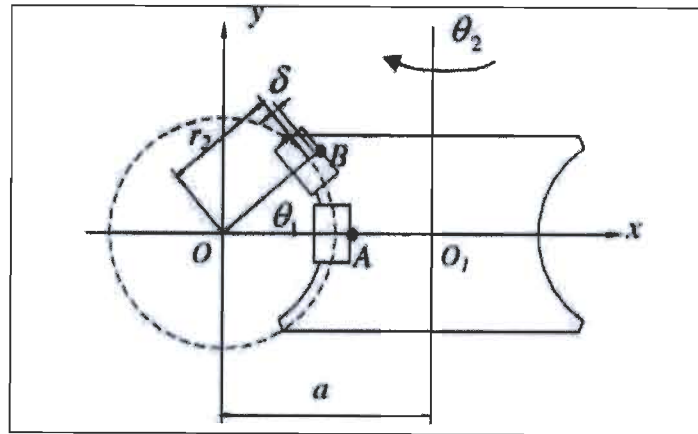


Figura 29. Construcción de un indexador para una leva indexada de rodillos. (Xu et al 2009).

La dirección de la rotación del eje de la torreta es definida como z ; la dirección común de la línea entre la leva indexadora y la torreta es denominada x . El origen O es localizado en la intersección del eje de la torreta y una línea perpendicular a ésta. La leva de indexada rota a través del eje paralelo pasando por el punto O_1 . El proceso de operación del mecanismo establece que la leva se mueve a una velocidad constante, mientras el indexador se mueve intermitentemente como se puede observar en la Figura 30.

Este método numérico ahorra iteraciones en cuanto a la localización del sistema de coordinación de movimiento.

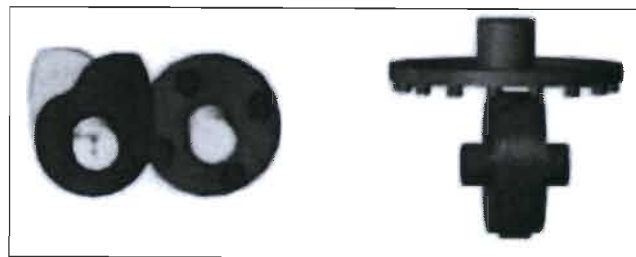


Figura 30. Tipos de leva indexadora. (Xu et al 2009).

Para el caso particular de este trabajo, este mecanismo puede ser utilizado debido a que las velocidades son del orden de los 480 *in/seg* durante el proceso de apilado, por lo tanto por ser de tipo indexado es decir que esta cuenta con varios seguidores reduce su velocidad de trabajo de su actuador final (torreta) entre el número de seguidores de la leva y como beneficio adicional se cuenta con un menor desgaste en la trayectoria de su perfil de movimiento.

Hsieh et al (2010), mencionan que dentro de la variedad de levas existentes, la más común son las tipo arco circular, llamadas así porque su perfil abarca un compendio de arcos circulares.

Este tipo de mecanismos son fáciles de manufacturar, y proveen una solución ideal para movimientos e indexamientos a bajas velocidades. La formulación del diseño para levas que contengan 2 ó 3 arcos circulares está basada en la intersección de puntos entre los arcos contiguos en el perfil de una leva.

Hsieh et al (2010) proponen la siguiente metodología:

1. Construir un modelo de perfil de leva genérico.
2. Derivar las ecuaciones del perfil de la leva usando una transformación de sistema de ecuaciones homogéneas.
3. Analizar las características cinemáticas del diseño usando su equivalencia con el mecanismo biela-manivela.
4. Obtener los datos del perfil que comprenda 3 arcos circulares para conseguir el perfil de la leva deseado.

Los principales parámetros en el diseño de una leva con arcos circulares son los mostrados en la Figura 31.

Este es método sencillo en su implementación tanto para el diseño ya que se basa en mecanismos ya existentes así como para su manufactura. Se menciona que este método no sirve para diseñar perfiles de levas que trabajen a altas velocidades.

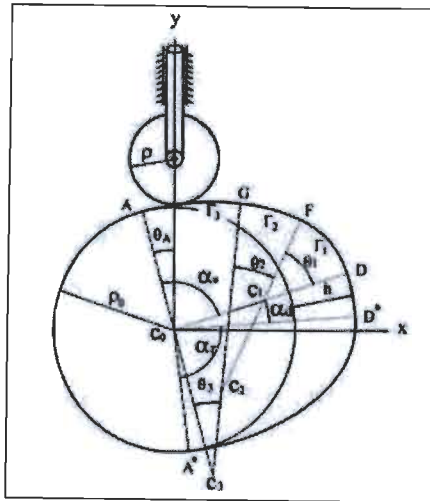


Figura 31. Parámetros de diseño de una leva con arcos circular.
(Hsieh et al 2010).

Park et al (2006), presentan una técnica para encontrar las líneas de aproximación que satisfacen una serie de puntos que obedecen un conjunto de nudos dominantes, los cuales a su vez pueden jugar un rol importante en la producción de mejores curvas para la descripción de una serie de datos proporcionados.

La modificación de B-Splines se centra en cuatro etapas: la parametrización, la selección del punto dominante, la ubicación del nodo y la interpolación usando la metodología de mínimos cuadrados. En los métodos convencionales la ubicación del nodo está determinada por el promedio de los valores del parámetro en sus puntos dominantes, lo cual básicamente transforma la curva B-spline en el problema de la selección del punto dominante. También se presenta un algoritmo para la selección de los puntos dominantes, seleccionando pocos puntos dominantes en áreas planas, pero más en regiones curvas complejas. (Park et al 2006)

Para el mismo número de puntos de control, el procedimiento propuesto por Park, puede generar una curva B-spline con menos desviación que las que se proponen actualmente. En la Figura 32 se muestra la aproximación

tradicional comparada a la propuesta para una curva B-Spline para un perfil de curva. En la imagen a) se muestran los puntos de entrada; en la b) la curva b-spline cúbica obtenida con la aproximación tradicional con 15 puntos de control; en la imagen c) se marcan los 15 puntos dominantes escogidos de los puntos de entrada y finalmente en d) se dibuja la curva B-spline cúbica obtenida con la técnica propuesta por Park et al (2006).

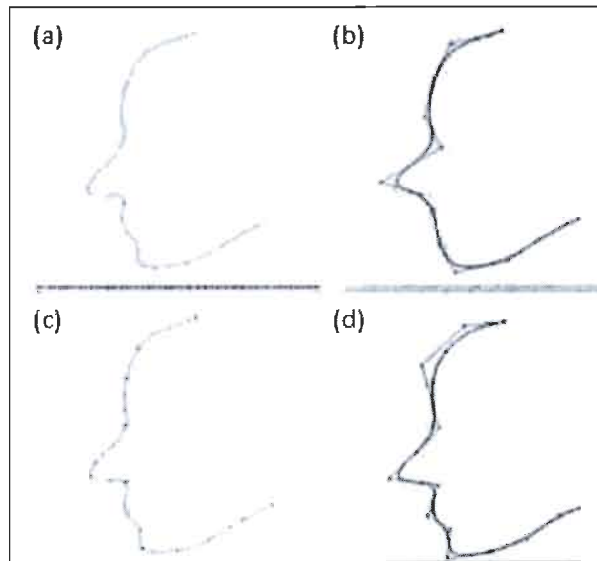


Figura 32. Aproximación tradicional y la aproximación propuesta para una curva B-spline para un perfil de curva. (Park et al 2006)

Lee et al (2006) dicen que este algoritmo genético de tipo II básicamente busca un segmento con la desviación más grande y escoge un nuevo punto dominante para dividir el segmento en dos subsegmentos con la forma más cercana a lo que se está buscando. Con la ubicación del nudo y la selección del punto dominante, la aproximación propuesta puede encontrar el refinamiento de una curva con pequeños segmentos de curvas que, consecuentemente pueden generar una curva B-spline con una gran calidad y una menor desviación de su forma.

El autor menciona que este método requiere de menor número de puntos de control, lo que facilita las tareas de procesamiento para su elaboración, además que esta metodología puede ser aplicada a puntos en el espacio y no se limita a puntos en un solo plano.

Por otro lado no se determinan los puntos dominantes por medio de un método de optimización, además se tendrían que usar algoritmos genéticos para la selección de puntos dominantes en los perfiles de la curva.

Jianping et al (2011) explican que el proceso de movimiento del mecanismo de una leva está hecho por cuatro niveles que son el viaje de subida, la zona de estabilización más lejana de viaje, la zona de estabilización más cercana del viaje y su retorno como se muestra en la Figura 33.

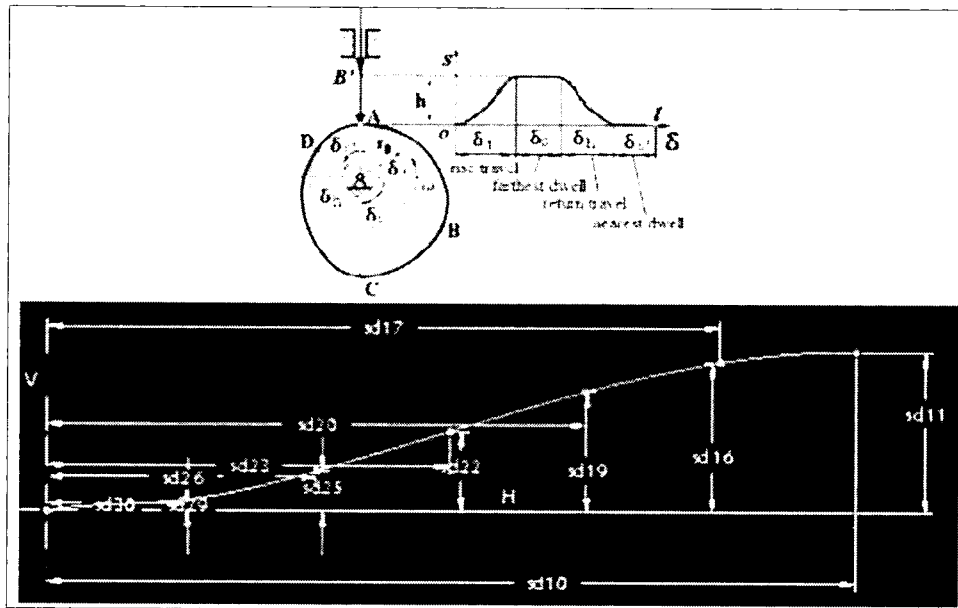


Figura 33. Niveles del proceso de movimiento del mecanismo de una leva.
(Jianping et al 2011).

Como se observa en la figura para la posición de inicio, existen diferentes tipos de movimientos, así como sus constantes de velocidad, aceleración y la constante de desaceleración, el coseno de la aceleración, y el

seno de la aceleración, por esto el mecanismo de la leva produce 16 combinaciones de movimientos

En la investigación de Jianping et al (2011) toman el movimiento ascendente y su viaje de retorno como parámetros de diseño. Se basa en el uso del software "Pro-Engineer ®" y su característica "datum-graph function", la cual crea la gráfica de desplazamiento del seguidor y obtiene la curva de desplazamiento de acuerdo al tipo de movimiento acordado. Además controla el perfil de movimiento de la leva mediante un barrido de sección en el software.

Este método hace uso del software Pro- Engineer ®, lo cual ayudaría para el cálculo y obtención de perfiles de levas. Por otro lado tendrían que comparar las características para el diseño ofrecidas entre los paquetes de software especializados en el diseño de levas, tales como DYNACAM ®, Autocad ®, Solid Edge ®, etc. Por otro lado el paquete Pro-E no es capaz de determinar modelos de levas complicados, que trabajen a altas velocidades.

En conclusión con la búsqueda del estado del arte, se observa que diversos autores centran su investigación en el desarrollo de levas por medio de los splines pero no determinan los nudos (knots) de control óptimos para evitar mayor cálculo computacional. No se menciona tampoco las velocidades máximas que se pueden alcanzar con estos métodos ni se mencionan cuáles curvas B-spline de las gamas existentes se están usando para su experimentación.

5. METODOLOGÍA PROPUESTA

De acuerdo a la literatura revisada es posible establecer un proceso para definir el diseño de una leva para la implementación de un apilador como se muestra el diagrama de la Figura 34.

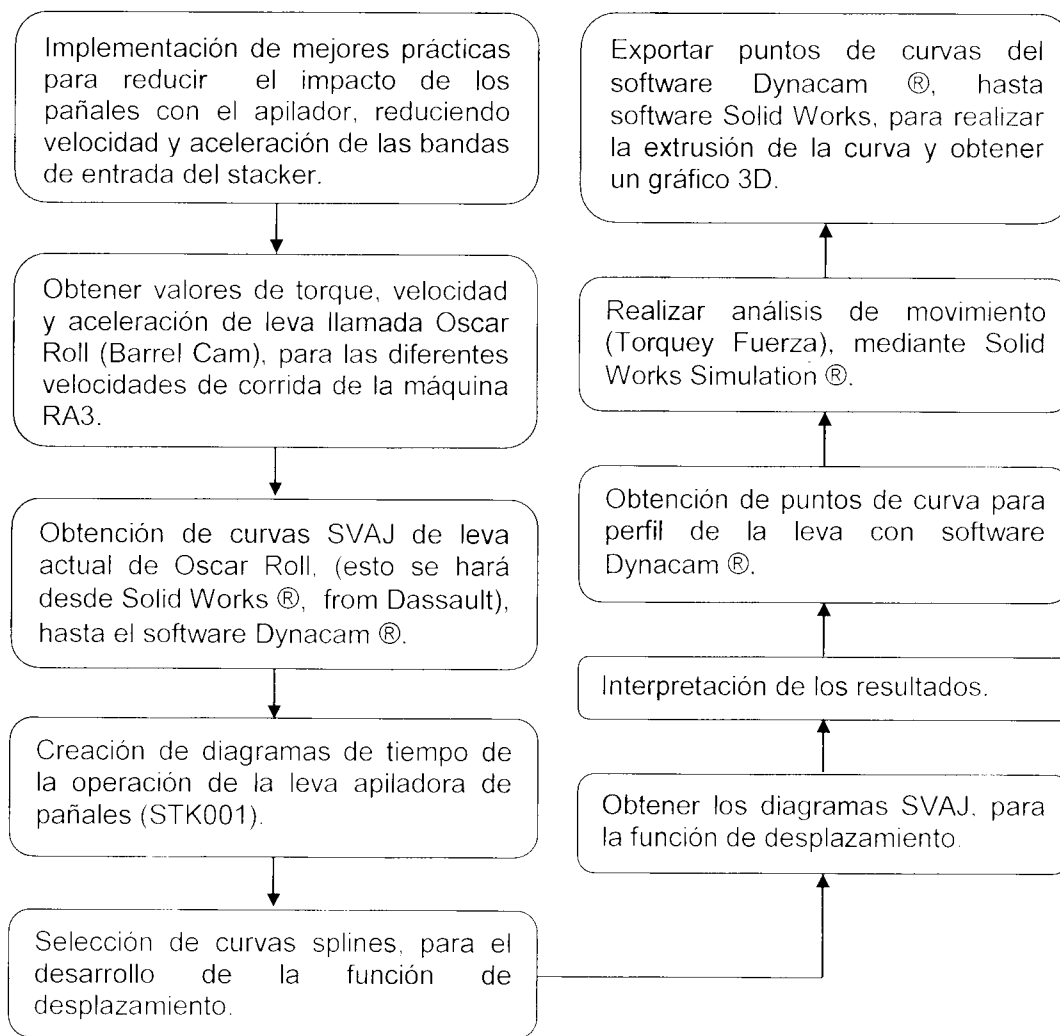


Figura 34. Diagrama de flujo de la metodología propuesta.

6. IMPLEMENTACIÓN Y RESULTADOS

De acuerdo a la literatura revisada es posible establecer un proceso para obtener el perfil de una leva usando curvas B-Spline y el software Dynacam ® para el problema particular.

Se pretende que el diseño de la leva tome el pañal antes de que éste se acelere para después apilarlo con una aceleración baja. Con el uso de las curvas B-spline se pueden obtener curvas para levas las cuales se puedan modificar en cualquier punto de su intervalo y observan buen comportamiento en la aceleración y el jerk.

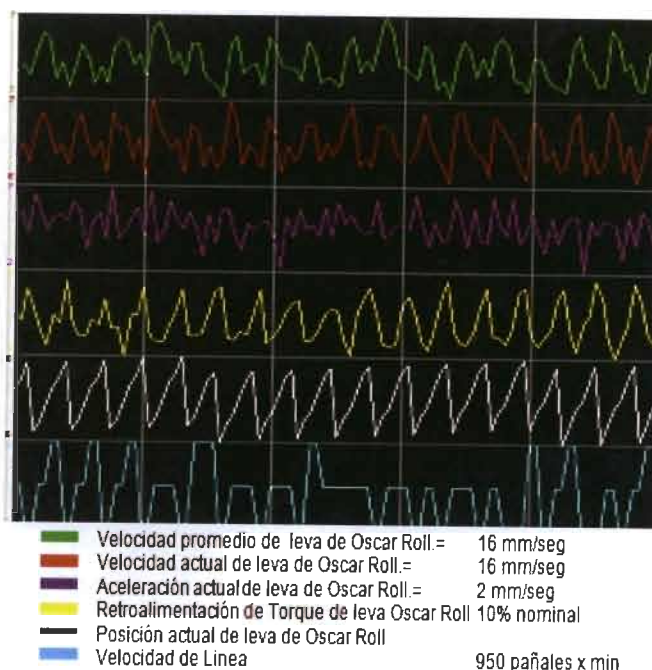


Figura 35. Gráfico de velocidad, aceleración de leva Oscar Roll a 950 PPM.
(Velocidad en vacío de la máquina para convertidora de pañal RA3)

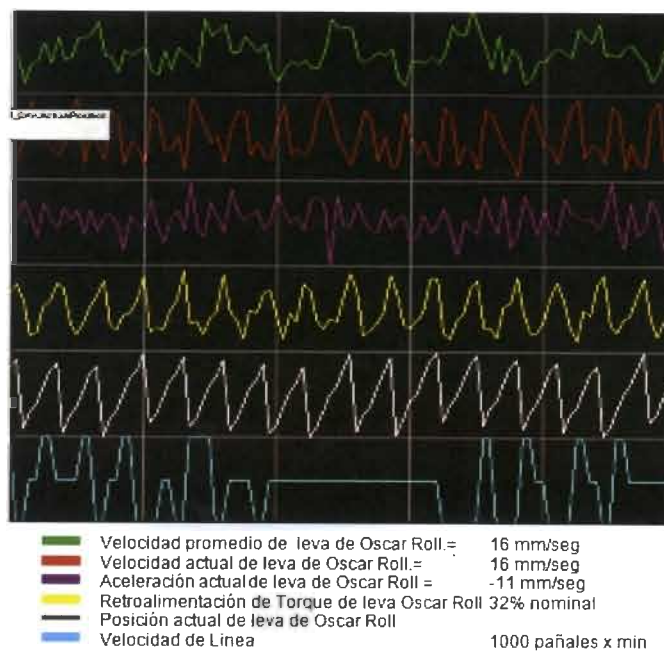


Figura 36. Gráfico de velocidad, aceleración de leva Oscar Roll a 1000 PPM.
 (Velocidad de corrida normal para convertidora de pañal RA3)

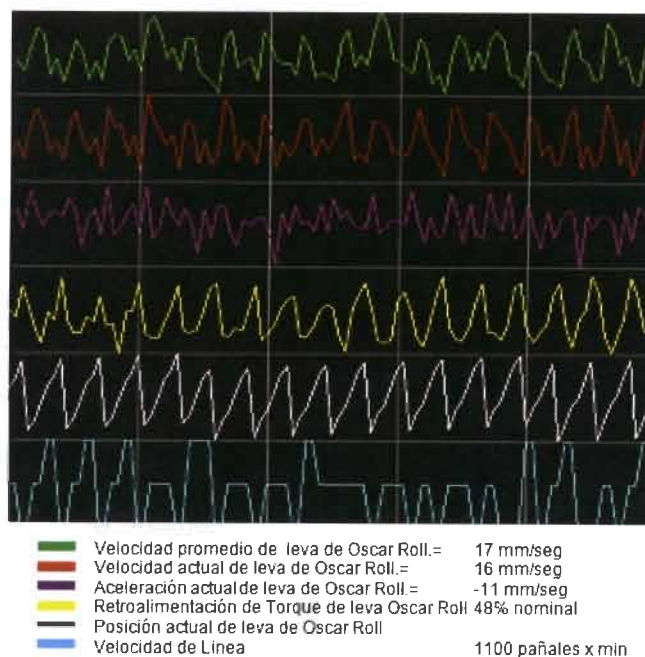


Figura 37. Gráfico de velocidad, aceleración de leva Oscar Roll a 1100 PPM.
 (Velocidad de corrida máxima para convertidora de pañal RA3)

Para la solución de este problema se toma como base un mecanismo ya existente llamado Oscar Roll que utiliza una leva radial, la cual aplica un componente del pañal a una velocidad baja para volver a acelerar hasta completar su movimiento por cada pañal producido.

Las Figuras 35 a la 37 muestran los valores presentados de torque, velocidad y aceleración de la leva mencionada del Oscar Roll para las diferentes velocidades de operación de la máquina de pañal obtenidos mediante el software de control de movimiento RSLogix 5000 ®.

6.1 Diagrama de tiempo de leva propuesta.

El diagrama de tiempo propuesto para la leva del apilador es el presentado en la Figura 38.

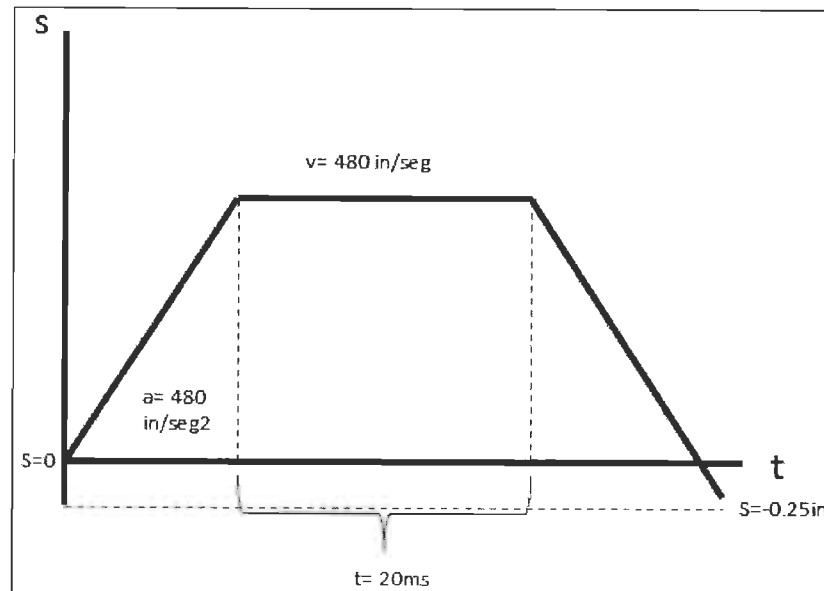


Figura 38. Diagrama de tiempos para la leva propuesta.

Los datos de entrada son los siguientes:

- El producto de Etapa tiene como largo total 12in, si la velocidad de máquina requerida es de 1200 DPM (20 pañales por segundo), la velocidad de línea será de 48 in/seg , considerando el mecanismo actual

el cual tiene 5 seguidores la velocidad sería proporcional entre el numero de elementos como se tiene en la Figura 39.

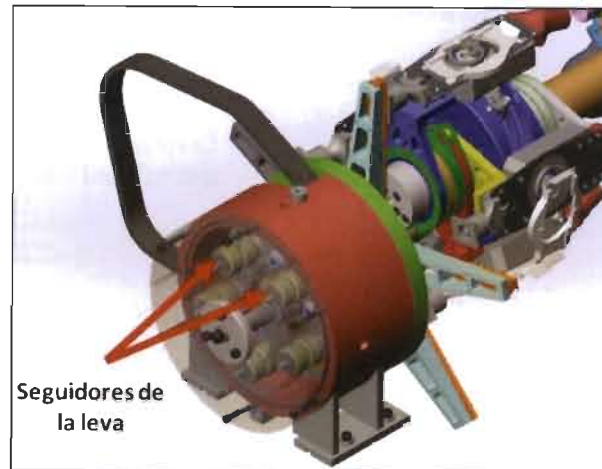


Figura 39. Ubicación de los seguidores para la leva propuesta en el mecanismo Oscar Roll. Adaptada de (cad.kcc.com/Oscar-Roll-Cam Assemblies)

- Acelerar el seguidor desde cero hasta 480 in/seg
- Mantener a una velocidad de 480 in/seg durante 20 ms
- Desacelerar el seguidor hasta una velocidad cero sin que sobrepase 0.25 in a la posición de inicio.
- Tiempo de ciclo exactamente de 40 ms

6.2 Función objetivo

Una curva B-spline esta definida como (Norton et al, 2009).

$$P(t) = \sum_{i=1}^n P_i N_{i,k}(t) \quad (63)$$

Donde:

$\{P_i: i = 0, 1, \dots, n\}$ son los puntos de control y k es el orden de los segmentos polinomiales de la curva B-Spline. El orden k significa que la curva esta hecha de piezas polinomiales de grado $k - 1$.

$N_{i,k}(t)$ son las funciones B-Splines de doblado que están normalizadas. Éstas están descritas por un orden k de números reales $\{t_i: i = 0, 1, \dots, n + k\}$, se le denomina comúnmente como la secuencia de knots. Se describen de la siguiente manera:

$$N_{i,1}(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } u \in [t_i, t_{i+1}) \\ 0 & \text{de otra forma} \end{cases} \quad (64)$$

Si $k > 1$,

$$N_{i,k}(t) = \frac{t - t_i}{t_{i+k-1} - t_i} N_{i,k-1}(t) + \frac{t - t_{i+1}}{t_{i+k} - t_{i+1}} N_{i+1,k-1}(t) \quad (65)$$

Con B splines tenemos:

$$S(\theta) = c_1 B_{m,1}(\theta) + c_2 B_{m,2}(\theta) + \dots + c_n B_{m,n}(\theta) \quad (66)$$

Su derivada puede representarse de la siguiente forma:

$$s'(\theta) = (m - 1) \sum_{n=i-m+2}^{j-1} \frac{c_n - c_{n-1}}{\theta_{n+m-1} - \theta_n} B_{m-1,n}(\theta) \quad (67)$$

Donde las B's son llamadas splines B de orden m . Estas splines B tomarán la función de los exponentes en la función polinomial y el diseño del desplazamiento se obtiene de igual forma que la curva polinomial; los coeficientes de las a's se determinan resolviendo las ecuaciones de las ecuaciones de frontera y los puntos de interpolación.

6.3 Desarrollo de función de movimiento para la leva propuesta.

$$\text{Velocidad angular} = \frac{9.6}{\pi} \quad (68)$$

$$c_1 = 9.6 \text{ in} \quad (69)$$

$$c_8 = 0 \text{ in} \quad (70)$$

Por la ecuación 67 tenemos que,

$$s'(0) = 9.6 \left(\frac{c_2 - c_1}{90 - 0} \right) B_{5,2}(0) + 9.6 \left(\frac{c_3 - c_2}{90 - 0} \right) B_{5,3}(0) + 9.6 \left(\frac{c_4 - c_3}{180 - 0} \right) B_{5,4}(0) + 9.6 \left(\frac{c_5 - c_4}{180 - 0} \right) B_{5,5}(0) + 9.6 \left(\frac{c_6 - c_5}{180 - 0} \right) B_{5,6}(0) \quad (71)$$

$$\frac{9.6}{180} = 9.6 \left(\frac{c_2 - c_1}{90} \right) \text{ (La curva } B_{5,2}(0) \text{ es igual a 1, todas las demas son 0.} \quad (72)$$

$$\frac{9.6}{180} = c_2 - c_1$$

Las ecuaciones quedan de la siguiente manera,

$$c_2 - c_1 = 0.0533333 \quad (73)$$

$$c_1 - 2c_2 + c_3 = 0 \quad (74)$$

$$c_8 - c_7 = 0.0533333 \quad (75)$$

$$c_6 - 2c_7 + c_8 = 0$$

Resolviendo nuestro sistema de ecuaciones los coeficientes son:

$$c_1 = 9.6 \quad (76)$$

$$c_2 = 9.6533333 \quad (77)$$

$$c_3 = 9.7066666 \quad (78)$$

$$c_6 = -0.1066666 \quad (79)$$

$$c_7 = -0.0533333 \quad (80)$$

$$c_8 = 0 \quad (81)$$

Para obtener c_4 y c_5 se fijan las ecuaciones y por la ecuación 65, se obtienen el desplazamiento máximo:

$$9.907 + 0.0277c_4 + 0.00123c_5 = 9.85 \quad (82)$$

$$0.654 + 0.310059c_4 + 0.01956c_5 = 0 \quad (83)$$

$$c_4 = -1.9166 \quad (84)$$

$$c_5 = -3.0542 \quad (85)$$

Por lo que la ecuación de la curva que satisface el diagrama de tiempos mencionado es la siguiente:

$$\begin{aligned} s(\theta) = & 9.6 B_{6,1}(\theta) + 9.6533333B_{6,2}(\theta) + 9.7066666B_{6,3}(\theta) \\ & - 1.9166B_{6,4}(\theta) - 3.0542B_{6,5}(\theta) - 0.1066666B_{6,6}(\theta) \\ & - 0.0533333B_{6,7}(\theta) \end{aligned} \quad (86)$$

6.4 Resultados obtenidos para la función de trayectoria de la leva propuesta.

Los datos obtenidos, tanto del diagrama de tiempo, así como de la ecuación de la trayectoria para la leva propuesta son alimentados al software Dynacam ®, buscando minimizar los picos de aceleración y de velocidad que satisfagan nuestras condiciones de frontera tomando como referencia el diametro base de la leva radial Oscar Roll, se desarrolla de esta manera buscando la leva propuesta no suponga una problema de ensamble dentro del modulo aplicador de elástico de cintura.

El primer diseño de leva se basa en la interpolación lograda con una curva B-Spline de grado 4 como se muestra en la Figura 40 , encontrando los siguientes conclusiones:

- Se observa un muy buen control en las funciones de desplazamiento y velocidad, sin embargo su aceleración tiende a tener cambios bruscos a lo largo del intervalo de movimiento.

- Bajo esta condición la función de jerk sería la responsable de transmitir resonancia (vibración), al seguidor durante su translación sobre la pista de la leva.

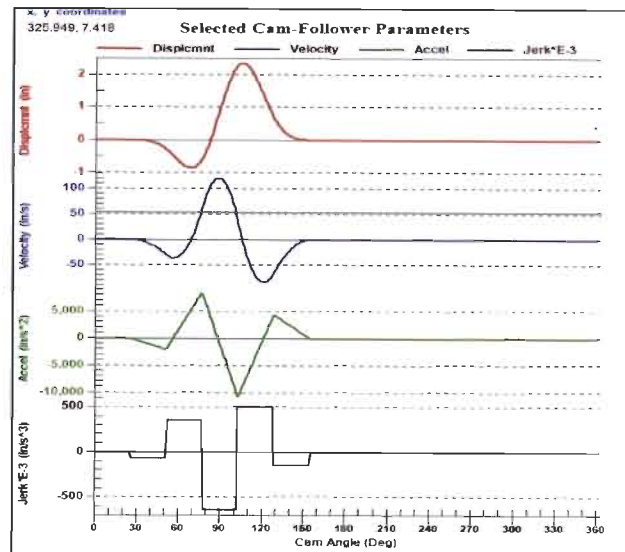


Figura 40. Diagrama SVAJ de perfil de leva propuesta interpolada con una curva B-Spline de orden 4.

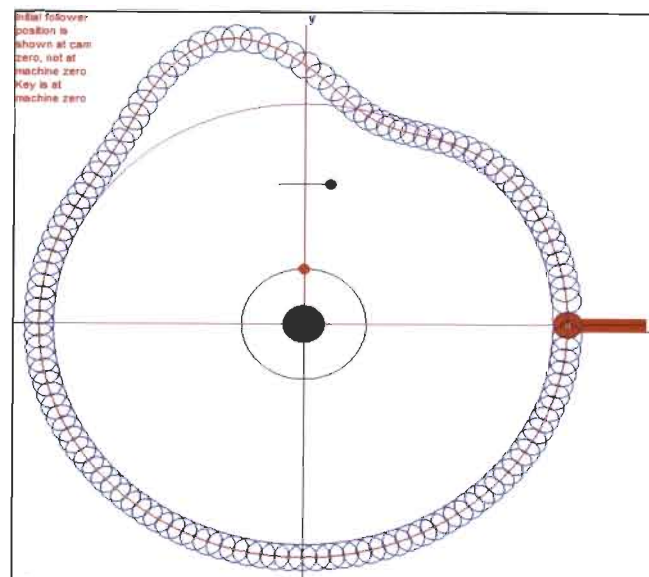


Figura 41. Contorno de perfil de movimiento de leva propuesta interpolada con una curva B-Spline de orden 4.

Por consiguiente solo se deberá utilizar este tipo de interpolación si velocidad y aceleración son lo suficientemente bajas como para despreciar el efecto adverso ocasionado en el movimiento de la leva.

El segundo diseño de de leva se basa en la interpolación lograda con una curva B-Spline de grado 5 como se muestra en la Figura 42.

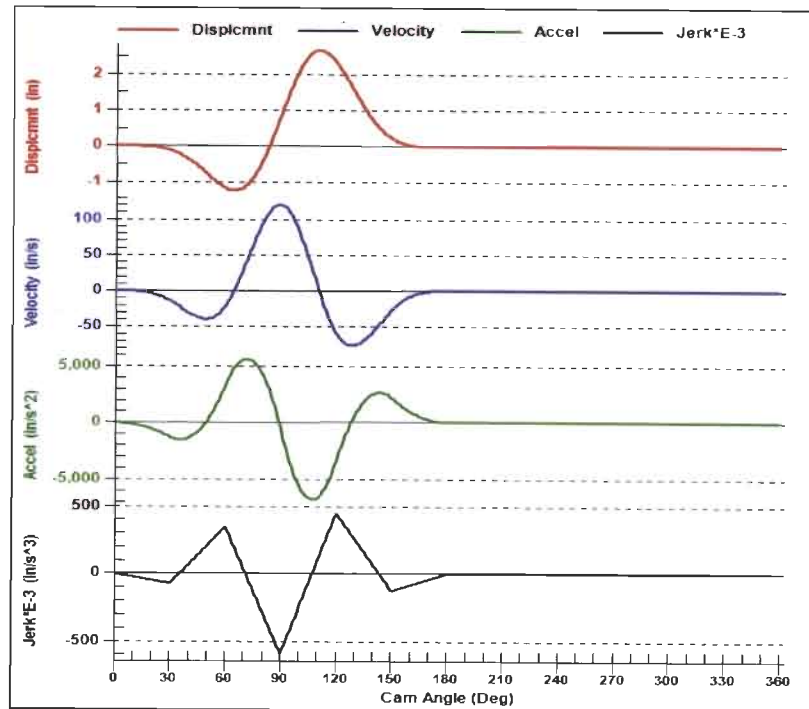


Figura 42. Diagrama SVAJ de perfil de leva propuesta interpolada con una curva B-Spline de orden 5.

Esta interpolación con respecto a la anterior, presenta una mejora notable a los cambios bruscos de aceleración, como se observan en la Figura 42, y también su contorno de movimiento es más apegado al círculo base el cual es mostrado en la Figura 43, una desventaja observada en la función del ping son las zonas de inestabilidad que a la larga podrían dañar o desgastar la superficie de la leva.

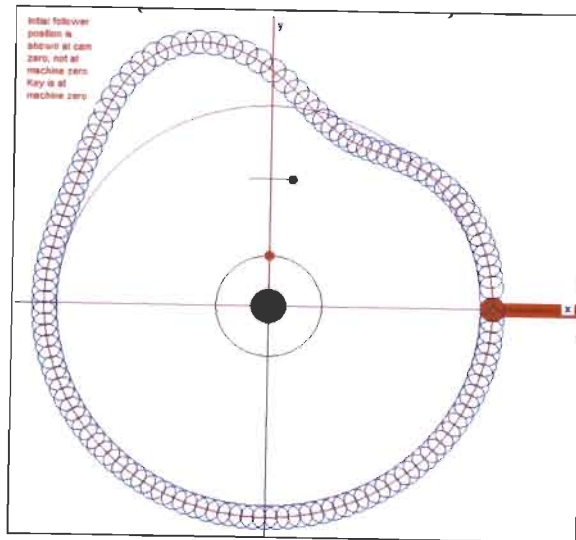


Figura 43. Contorno de perfil de movimiento de leva propuesta interpolada con una curva B-Spline de orden 5.

El tercer diseño de de leva se basa en la interpolación lograda con una curva B-Spline de grado 6 como se muestra en la Figura 44.

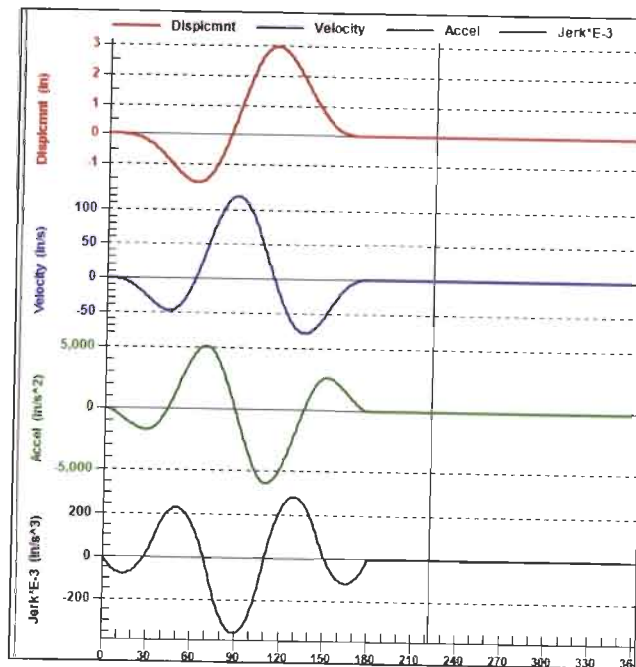


Figura 44. Diagrama SVAJ de perfil de leva propuesta interpolada con una curva B-Spline de orden 6.

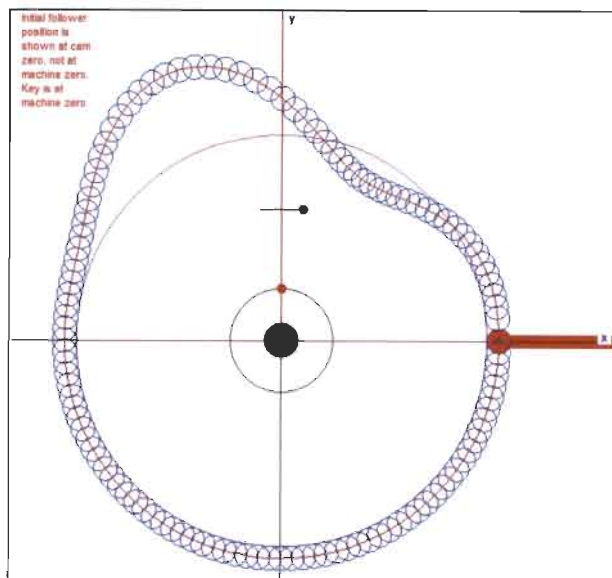


Figura 45. Contorno de perfil de movimiento de leva propuesta interpolada con una curva B-Spline de orden 6.

La interpolación de curvas B-Spline mas usada en el diseño de levas es la de orden 6, ya que se tiene pleno control de la derivada del jerk (ping), lo que nos da la ventaja que el jerk sea continuo a lo largo de su intervalo de acción, esto nos trae beneficios tales como la suavidad en los cambios de aceleración, ademas que con esta interpolación reducimos el ruido del seguidor y así evitamos el desgaste del perfil de movimiento.

En las tablas 4, 5 y 6 se muestran los valores de desplazamiento, velocidad, aceleración y jerk para cada una de las interpolaciones B-Splines que se realizaron durante la experimentación.

Tabla 2. Valores de desplazamiento, velocidad, aceleración y jerk para diferentes ángulos del seguidor de la leva propuesta para una interpolación B-Spline de grado 4.

Diseño de leva con una interpolación B-Spline de grado 4				
Angulo de la leva	Desplazamiento	Velocidad	Aceleración	Jerk
0	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
20	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
40	-0.05259	-9.48239	-1,139.79700	-68.50262
60	-0.65563	-33.53135	1,468.06400	351.42220
80	-0.30668	90.13545	6,296.75300	-641.15500
100	2.14917	63.06215	-8,623.54100	-641.15500
120	1.44258	-83.91779	-695.49380	507.19490
140	0.11245	-20.27422	2,436.99000	-146.46480
160	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
180	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000

Tabla 3. Valores de desplazamiento, velocidad, aceleración y jerk para diferentes ángulos del seguidor de la leva propuesta para una interpolación B-Spline de grado 5.

Diseño de leva con una interpolación B-Spline de grado 5				
Angulo de la leva	Desplazamiento	Velocidad	Aceleración	Jerk
0	0	0	0	0
20	-0.025	-4.383	-564.987	-48.557
40	-0.397	-31.388	-1,312.99	65.657
60	-1.2	-19.165	3,437.76	342.642
80	-0.322	97.439	4,169.82	-279.726
100	2.203	77.376	-5,761.49	-245.527
120	2.291	-60.835	-3,437.76	445.238
140	0.68	-54.538	2,506.75	65.657
160	0.043	-7.469	962.906	-82.756
180	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000

Tabla 4. Valores de desplazamiento, velocidad, aceleración y jerk para diferentes ángulos del seguidor de la leva propuesta para una interpolación B-Spline de grado 6.

Diseño de leva con una interpolación B-Spline de grado 6				
Ángulo de la leva	Desplazamiento	Velocidad	Aceleración	Jerk
0	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
20	-0.08437	-13.05831	-1.373.27600	-64.71391
40	-0.81245	-46.75710	-556.84420	173.59550
60	-1.61202	-2.23290	4.327.30900	159.12480
80	-0.35633	105.59120	3.097.23200	-281.15520
100	2.25503	88.47306	-4.467.26900	-255.07210
120	2.82291	-39.70442	-4.552.75700	222.46940
140	1.21594	-73.96747	1.513.23600	198.02250
160	0.12046	-18.79424	2.012.37000	-102.38950
180	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000

En la Figura 46 se muestra las diferencias en desplazamiento, velocidad, aceleración y jerk para las interpolaciones B-Spline de 4, 5, y 6 grado realizadas.

Con los resultados obtenidos se infiere lo siguiente:

- El uso de la interpolación B-Spline de orden 4, será solo una opción viable si y solo la velocidad conducido no es demandante, en el caso contrario presentaría zonas de inestabilidad a bajas velocidades manifestandose en vibraciones en el seguidor y un desgaste prematuro en su perfil de movimiento.
- Con el uso de la interpolación B-Spline de orden 5, se mejoran las propiedades cinematicas en el seguidor, sin embargo el ruido durante su traslado sería una limitante en su uso para maquinas con un ciclo continuo de trabajo.

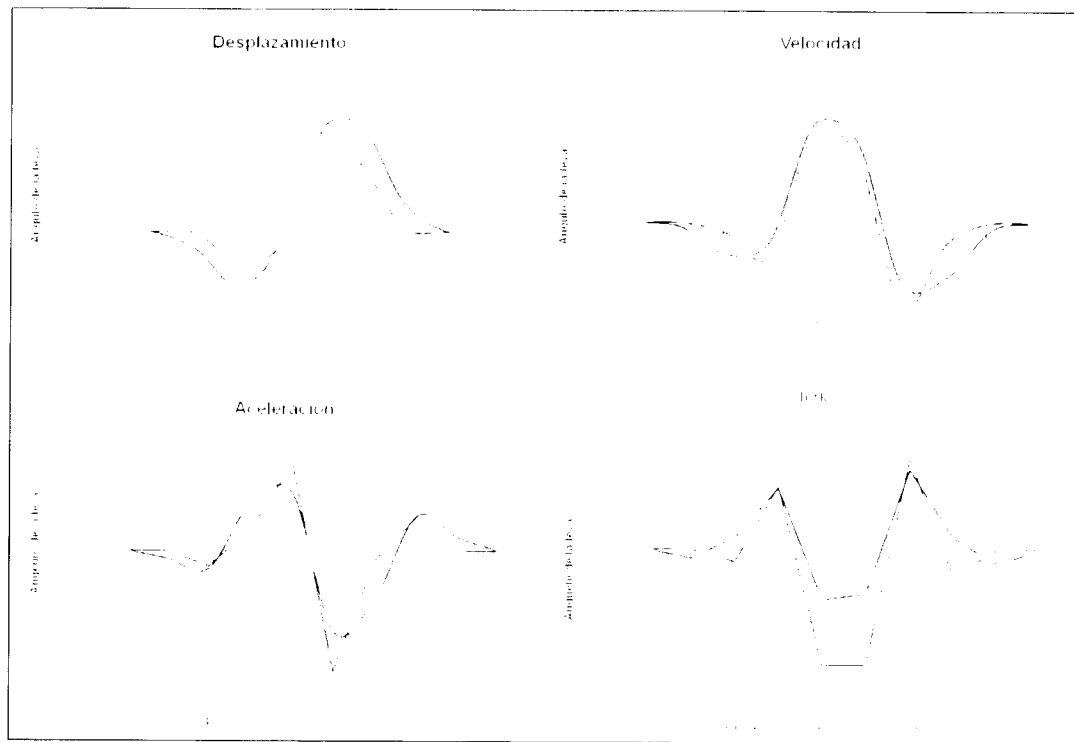


Figura 46. Graficas de Desplazamiento, Velocidad, Aceleración y Jerk para cada una de las interpolaciones realizadas para la leva propuesta.

- El uso de la interpolación B-Spline de orden 6, presenta las características deseadas en todas las funciones derivadas de la posición (velocidad, aceleración y jerk), su uso se hace extensivo para cualquier diseño de leva requerido. La interpolación de este grado requiere un menor numero de iteraciones comparado contra una B-Spline de orden 7 y 8 las cuales presentan similitud en en sus curvas derivadas, lo que se traduce en un menor tiempo en el diseño y calculo de un perfil para una leva.
- Cualquier curva B-Spline de orden 6, dadas las condiciones de frontera propuestas para su diseño, puede ser usada para obtener una función de Desplazamiento, Velocidad, Aceleración y Jerk mostrando características lo suficientemente confiables para su aplicación en el desarrollo de un perfil de un de leva. Con este experimento se logrará

tambien el desarrollo de una metodología de diseño flexible, ya que las características del control local de las curvas B-Spline permiten su uso en cualquier parte que represente un problema para el diseñador o se necesiten optimizar características cinemáticas del mecanismo .

7. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Durante el desarrollo de una leva la parte medular del diseño es la obtención del modelo matemático que satisfaga un diagrama de tiempos con condiciones requeridas para algún movimiento específico.

El presente trabajo realiza un estudio de la interpolación con curvas B-Spline, sus características y ventajas contra las diferentes familias de curvas usadas para el diseño de levas, entre las que destacan sus características de control local además que pueden ser expresadas en términos de funciones de menor grado y describen problemas físicos de forma excepcional.

La interpolación de curvas B-Spline mas usada en el diseño de levas es la de orden 6, ya que se tiene pleno control de la derivada del jerk (ping), lo que nos proporciona la ventaja que el jerk sea continuo a lo largo de su intervalo de acción. Esto genera beneficios tales como la suavidad en los cambios de aceleración, además que con esta interpolación reducimos el ruido del seguidor y así evitamos el desgaste del perfil de movimiento.

Usando curvas B-Spline de orden mayor a 6, nos representaría un escenario completo de curvas con características dinámicas similares a las curvas de 6° orden, con la desventaja de contar con un mayor número de incógnitas y por consiguiente un elevado tiempo de solución del conjunto de ecuaciones arrojadas de la interpolación. Debido a que este es un método iterativo y se necesitan resolver tantas ecuaciones como incógnitas para los puntos de control, se recomienda el uso de software para la resolución de esas ecuaciones simultaneas.

En este trabajo se establece una metodología de diseño flexible auxiliándose de herramientas de diseño de algoritmos matemáticos para la construcción de perfiles de movimiento de levas (Dynacam ® by Norton), así como la integración de las funciones de conversión de curvas para paquetes de

diseño CAD (Solid Works 00AE), creando un análisis concurrente de la leva que se desea obtener reduciendo los tiempos de prueba y diseño.

Para velocidades de trabajo relativamente altas y en donde la precisión del movimiento es mandatorio, el empuje en el uso de levas electrónicas descritas por un servomotor, es una alternativa contra una leva mecánica tradicional con la desventaja de que el par generado en su flecha no es lo suficientemente equiparable a la de su contraparte mecánica.

Como trabajos futuros se recomiendan el uso de técnicas de optimización para la ubicación de los puntos de control, con ello se obtendrán mejores resultados en el cálculo en el perfil de la leva.

8. BIBLIOGRAFÍA

Barbero, N, 2014. Data Analysis and Interpolation with B-Splines. Undergraduate Lecture Notes in Physics. DOI 10.1007/978-88-470-5220-8_6.

Boehm, Wolfgang; Prautzsch, Hartmut, 2002. Bezier and B-spline techniques. Universities of Braunschweig and Karlsruhe, Germany.

Cveticanin, Livija, 2007. Stability of motion of the cam–follower system. Mechanism and Machine Theory 42 1238–1250

Chang, Wen-Tung, 2007. The design of varying-velocity translating cam mechanisms .Mechanism and machine theory.

Chen, F.Y, 1982. Mechanics and Design of Cam Mechanisms, Pergamon Press, New York.

Demyanovich, Yu, 2009. Some properties of B-SPLINES. Journal of Mathematical Sciences .Vol. 156, No. 4, Springer.

Dupac, M; Beale, D, 2010. Dynamic analysis of a flexible linkage mechanism with cracks and clearance. Mechanism and Machine Theory.

Jianping, Sun, 2011. The Parametric Design and Motion Analysis about Line Translating Tip Follower Cam Mechanism Based on Model Datum Graph .Procedia Engineering 23 439 – 444

Lovasz, E.; Perju, D., y Zabava, E.S, 2013. Numerical Iterative Method for Computing the Base Circle Radius of Cam Mechanisms with Translating Flat-Face Follower. Mechanisms and Machine Science. DOI 10.1007/978-94-007-4902-3 25.

Moon, Clyde H, 1961. A manual for Engineers designers and draftsmen. Emerson Electric Company. USA.

Naskar, T.; Mishra, R, 2012. Introduction of control points in B-splines for synthesis of ping finite optimized. Journal of Mechanical Science and Technology. DOI 10.1007/s12206-011-1004-9.

Norton, Robert L, 2009. Cam Design and Manufacturing Handbook 2nd. Edition. Industrial Press, Inc USA.

Prautzsch, Hartmut; Boehm, Wolfgang, 2002. Bézier and B-Spline Techniques Mathematics and Visualization, ISSN 1612-3786, Springer, 2002 MATH 149

Rothbart, Harold A, 2004 Cam Design Handbook 1rst. Edition .McGraw-HILL, USA.

Thinh, N Vu; Joong, K Do, 2007 Flexible cam profile synthesis method using smoothing spline curves. Mechanism and Machine Theory 42 825–838.

Vaclavik, M; Jirasko, P y Dostrasil, P, 2013 . The Issues of the Dynamics of Cam Mechanisms. New Trends in Mechanism and Machine Science. DOI 10.1007/978-94-007-4902-3 31.

Wook Hyeon; Kim, Park, Tae Won, 2012. Study of optimization of the barrel cam in a paper-cup-forming machine. Journal of Mechanical Science and Technology .DOI 10.1007/s12206-012-0718-7.

Xiao, Hansong; Zu, Jean, 2009 Cam profile optimization for a new cam drive. Journal of Mechanical Science and Technology 23 2592~2602. Springer.

Yoon, L Dong; Cheol, L Ho y Yang, Min, (2009). Design of cam-type transfer unit assisted with conjugate cam and torque control cam. Mechanism and Machine Theory 44 1144–1155.

http://www.google.com.mx/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&frm=1&source=web&cd=18&ved=0CF4QFjAHOAo&url=http%3A%2F%2Fwww.math.ucla.edu%2F~baker%2F149.1.02w%2Fhandouts%2Fdd_splines.pdf&ei=V3yTU4_6A8SRqAbdq4DgAg&usg=AFQjCNGPra5cNgSQBPez1KMh5vQvwe1KVQ

<http://mxrafn03:8088/S:Pañal>, 2012 (Intranet Kimberly-Clark de México)

9. GLOSARIO

BAGGER.- Embolsadora. Máquina utilizada en el proceso de emboisado o de empaque primario, de productos higiénicos tales como toallas femeninas y pañales.

FLIPPER.- Subsección del Apilador. el cual tiene como función el muestreo y rechazo de pañales con fines de calidad dentro del proceso de empaqueo de pañales.

JERK.- 3^{er} derivada de la posición.

LEVA.- En ingeniería mecánica. una leva es un elemento mecánico que está sujeto a un eje por un punto que no es su centro geométrico, sino un alzado de centro.

NAPA.- Mezcla de material Súper Absorbente y Celulosa.

PING.- 4^{ta} derivada de la posición.

PUFF.- 5^{ta} derivada de la posición.

SAM.- Por sus siglas en inglés (Super Absorbent Material) que significa Material Súper Absorbente. Es un compuesto de Poliacrilato de Sodio el cual tiene como función la absorción y gelatinización de líquidos.

SPLINE.- Es una curva diferenciable definida en porciones mediante polinomios.

STACKER.- S.Apilador. Máquina utilizada en el proceso de apilado de productos higiénicos tales como toallas femeninas y pañales para su posterior empaqueo.