CORPORACIÓN MEXICANA DE INVESTIGACIÓN EN MATERIALES

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO

COMIMSA®

POSGRADO INTERINSTITUCIONAL

CIENCIA Y TECNOLOGIA

"DISEÑO DE SUBRUTAS CON DEMANDAS ESTOCÁSTICAS. CASO DE ESTUDIO: LUBRICANTES SPEED LUBE, S.A DE C.V."

TESIS

PRESENTA

PEDRO HENOC IRETA SÁNCHEZ

MAESTRÍA EN CIENCIA Y TECNOLOGÍA EN INGENIERÍA INDUSTRIAL Y DE MANUFACTURA

SALTILLO, COAHUILA. 2014

Corporación Mexicana de Investigación en Materiales, S.A de C.V

Gerencia de Desarrollo Humano

División de Estudios de Posgrado

Los abajo firmantes, miembros del Comité Tutorial recomendamos que la Tesis **"DISEÑO DE SUBRUTAS CON DEMANDAS ESTOCÁSTICAS. CASO DE ESTUDIO: LUBRICANTES SPEED LUBE, S.A DE C.V."** realizada por el alumno **PEDRO HENOC IRETA SÁNCHEZ** con número de matrícula **1206IM3095** sea aceptado para su defensa como **Maestro en Ciencia y Tecnología en Ingeniería Industrial y de Manufactura.**

El Comité Tutorial

Dr. Rolando Praga Alejo

Director de Tesis

Tutor Académico

Ing. Fernando del Bosque Garza	**Dr. David González González**	**Dr. Ernesto Liñán González**
Tutor en Planta	Asesor	Asesor

Vo. Bo

Dr. Felipe Arturo Reyes Valdés

Coordinación General de Estudios de Posgrado

COMIMSA

Corporación Mexicana de Investigación en Materiales

Gerencia de Desarrollo Humano

División de Estudios de Posgrado

Los abajo firmantes, miembros del Jurado del Examen de Grado del alumno **PEDRO HENOC IRETA SÁNCHEZ** una vez leída y revisada la tesis titulada " **"DISEÑO DE SUBRUTAS CON DEMANDAS ESTOCÁSTICAS. CASO DE ESTUDIO: LUBRICANTES SPEED LUBE, S.A DE C.V."** aceptamos que la referida tesis revisada y corregida sea presentada por el alumno **PEDRO HENOC IRETA SÁNCHEZ** para aspirar al grado de Maestro en Ciencia y Tecnología con Especialidad en Sistemas de Manufactura Avanzada durante el Examen de Grado córrespondiente.

Y para que así conste firmamos la presente a los once días del mes de diciembre del año 2014.

Dr. Irma Delia García Calvillo

Presidente

Dr. Elías Gabriel Carrum Siller

Secretario

Dr. Rolando Javier Praga Alejo

Vocal

AGRADECIMIENTOS

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por la beca brindada a lo largo de estos dos años.

A la Corporación Mexicana de Investigación en Materiales S.A de C.V (COMIMSA) por el apoyo brindado a lo largo de todo este tiempo, el cual fue parte fundamental para el desarrollo del presente trabajó de investigación.

Agradezco a mis padres Juan Ireta Picazo y Átala Consuelo Sánchez Murillo por darme su infinito amor. También a mis hermanos Juan Martin, José Roberto, Átala Catalina e Iván Tadeo, que han sido fuente inspiración en los momentos más críticos de mi vida.

Al Ingeniero Fernando del Bosque Garza y al Personal de Lubricantes Speed Lube, S.A. de C.V., por el apoyo brindado.

De manera especial agradezco al Dr. Rolando Javier Praga Alejopor su paciencia y dedicación sin los cuales no hubiera logrado terminar el desarrollo de este proyecto. Al Dr. David González González por permitirme acercarme cuando necesité asesoría es su área de especialización, Dr Elías Gabriel Carrum Siller por guiarme en forma objetiva en la publicación de documento científico. Asimismo al Dr. Ernesto Liñán González por la dedicación en la explicación de cada uno de los algoritmos utilizados, al Dr. Raúl Ochoa Valiente de la Facultad de Físico-Matemáticas de la Universidad Autónoma de Coahuila, por su apoyo al mejoramiento de los diferentes algoritmos utilizados para este proyecto.

Por último, a cada uno de los Doctores e Investigadores de COMIMSA que me apoyaron con sus comentarios e ideas; a cada uno de mis amigos que confían en mí.

Y a ti, Bertha Teresa Pérez Martínez que por tu alegría a la vida eres mi fuente de inspiración para que sea mejor hijo, mejor persona, mejor maestro, mejor estudiante y mejor pareja.

AUTOBIOGRAFÍA

Pedro Henoc Ireta Sánchez nació el 29 de junio de 1976 en la ciudad de Saltillo, Coahuila, México. Es el hijo menor de Átala Consuelo Sánchez Murillo y de Juan Ireta Picazo.

Culminó sus estudios de Ingeniería Industrial y de Sistemas del Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey, Campus Saltillo; en Diciembre de 2000.

Su experiencia laboral incluye a las empresas de Johnson Controls Interiors, planta Ramos Arizpe dónde participó en la creación de manuales de operación para el proyecto del vehículo Aztek (1999).

Trabajó en la Secretaría de Economía del año 2001 al año 2007, dónde se desempeñó como auditor de la Norma Oficial Mexicana NOM-131-SCFI-1998 así como en la creación de manuales de calidad y seguridad informática para el uso de la Firma Electrónica Avanzada, así como para dar cumplimiento a las normas ISO-9000:2000 e IS0-19770. Durante este periodo realizó diplomados en Calidad en el Servicio en el Instituto Tecnológico Autónomo de México y de Seguridad Informática en el Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey, Campus Estado de México, además de talleres de Seguridad Informática en la Información en la Universidad Nacional Autónoma de México.

A partir de octubre del 2007 hasta febrero de 2011, trabajó en la Secretaría de Desarrollo Económico de la Ciudad de México en la creación del Sistema de Información Integral (SINFIN) cuyo objetivo principal es el apoyo en la creación e instalación de empresas. También en ese periodo tomó curso de creación de bases de datos así como de programación en SQL en la Universidad Nacional Autónoma de México, además de cursos de cartografía digital en Instituto Nacional de Estadística e Informática.

RESUMEN

El problema de ruteo de vehículo (VRP, por sus siglas en inglés) es uno de los problemas más estudiados de optimización combinatoria. Muchos métodos han sido propuestos para resolver este problema. El VRP se vuelve más difícil de resolver cuando se le van agregando restricciones, tales como ventana de tiempo, demandas estocásticas, clientes estocásticos, capacidad de carga, etc. Cuando las demandas son inciertas o no conocidas, el VRP se vuelve más complicado. Por ejemplo, al visitar todos los clientes en el mismo orden que se visitaría en una ruta a priori, pero solamente los clientes que necesitan servicio serán visitados o los clientes que no tengan demanda no serán atendidos. En ambos casos una penalidad se aplicará. Se compararon un método exacto, Ramificación y Poda con 3 metaheurísticas: Algoritmo Genético, Recocido Simulado y Colonia de Hormigas para resolver el Problema de Trazo de Rutas Vehiculares con demanda estocástica (VRPSD, por sus siglas en inglés). Se aplicó la mutación de intercambio (exchange mutation) para generar nuevas soluciones en Algoritmo Genético. Se utilizó un caso de estudio con valores reales para comparar la efectividad de estos algoritmos. Se utilizó sistemas de posicionamiento global para la creación de la matriz de distancias.

Palabras clave: VRPSD, Optimización, Metaheurísticas.

ABSTRACT

The vehicle routing problem is one of the most studied combinatorial optimization problems. Many methods have been proposed to solve this problem. The VRP becomes more difficult to solve when you are added restrictions. However, the VRP only focuses when the customer demands are known and fixed. On the other hand, when demands are uncertain or unknown, the VRP becomes more complicated. For example, visiting all customers in the same order they would be visited on a route a priori, but only for customers who need services or customers will be visited which no demand will not be served. In both cases, a penalty is applied. We applied Branch and Bound algorithm and we compared with Simulated Annealing, Genetic Algorithm and Ant Colony to solve the Vehicle Routing Problem with Stochastic Demand (VRPSD). We used an exchange mutation to generate new solutions in Genetic Algorithm. We applied a real case of study with real values to compare the effectiveness of those algorithms. We used global positions system to create the distances matrix.

Keywords: Optimization, Metaheuristics, VRPSD

Contenido

AGRADECIMIENTOS iv
AUTOBIOGRAFÍA v
RESUMEN vi
ABSTRACT vii
1. INTRODUCCIÓN 1
1.2 CASO DE ESTUDIO 3
2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA 6
2.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA 6
2.2 PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN 13
2.3 HIPÓTESIS 13
2.3.1 HIPÓTESIS 13
2.4 OBJETIVOS 13
2.4.1 OBJETIVO GENERAL 13
2.4.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS 14
2.5 JUSTIFICACIÓN 14
2.6 DELIMITACIÓN 15
3. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA 17
4. MARCO TEÓRICO 24
4.1 OPTIMIZACIÓN COMBINATORIA 24
4.2 COMPLEJIDAD COMPUTACIONAL 25
4.3 MATRIZ DE DISTANCIAS 27
4.4 PROCESO ESTOCÁSTICO 27
4.5 PRONÓSTICO 28
4.6. PROBLEMA DEL AGENTE VIAJERO 37
4.7 PROBLEMA DE RUTEO DE VEHÍCULOS 38
4.8 MÉTODOS DE SOLUCIÓN PARA EL PROBLEMA DE RUTEO 41
4.9 ELEMENTOS UTILIZADOS EN UN VRP 51
4.10 SISTEMA DE INFORMACIÓN GEOGRÁFICA 53

5. MODELO MATEMÁTICO Y METODOLOGÍA PROPUESTA 54
5.1 METODOLOGÍA 54
5.2 MODELO MATEMÁTICO 58
6. DESARROLLO EXPERIMENTAL Y RESULTADOS 63
6.1. RECOLECCIÓN Y ANÁLISIS DE DATOS 63
6.2. EXPERIMENTACIÓN CON DIFERENTES ALGORITMOS 70
6.3. VALIDACIÓN DE RESULTADOS 77
7. CONCLUSIONES 79
8. BIBLIOGRAFÍA 83

Tabla 6.19.- Recorrido obtenido con subrutas por Colonia de Hormigas.....76

Tabla 6.20.- Subrutas caso de estudio.....77

Tabla 6.21.- Subrutas con Ramificación y Poda.....77

Tabla 6.22.- Subrutas con Algoritmo Genético.....78

Tabla 6.23.- Subrutas con Recocido Simulado.....78

Tabla 6.24.- Subrutas con Colonia de Hormigas.....78

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1.-Problema de Ruteo.....6

Figura 2.2.-Solución de un VRP.....8

Figura 2.3.-Elementos de un VRP.....9

Figura 4.1.-Ramificación y Poda.....42

Figura 5.1.- Diagrama de Flujo Metodología Propuesta.....57

1. INTRODUCCIÓN

El Problema de Diseño de Rutas consiste en diseñar un conjunto de rutas óptimas que recorran o visiten exactamente todos los nodos sin tener que regresar por el nodo ya visitado.

Para resolver el Problema de Trazo de Rutas se han creado diferentes modelos entre los cuales se encuentra el Problema del Agente Viajero (TSP, por sus siglas en inglés) propuesto por Merrill M. Flood en 1956, que se describe cómo el encontrar una ruta que obtenga una distancia mínima de recorrido por n ciudades que comience y termine en la misma ciudad a su vez, solamente las ciudades podrán ser visitadas una vez.

Cuando al problema de TSP se le agrega más de un agente de ventas se le conoce como Problema del Agente Viajero Múltiple (m-TSP, por sus siglas en inglés), donde existe un conjunto de ciudades a visitar, un depósito central(ahí se ubicarán los agentes de ventas) y el costo de visitar a cada uno de las ciudades (distancia, costo o tiempo). El objetivo del m-TSP es determinar un conjunto de rutas para los m agentes que minimizen el costo total de las m rutas. Las restricciones aplicadas son: todas las rutas deberán comenzar y terminar en el mismo depósito y cada ciudad solamente podrá ser visitada por un solo agente. Existen diferentes variantes al m-TSP entre los cuales se encuentran: ventana de tiempo, multiple depósitos, carga fija, recolección y entrega, demandas inciertas, entre otros.

Para dar solución a lo anterior, Dantzin y Ramser en 1959 crearon un modelo que incorpora características más apegadas a la realidad (Olivera, 2004), a este modelo se le conoce cómo Problema del Trazo de Rutas Vehiculares (VRP por sus siglas en inglés).

Para solucinar el TSP y el VRP existen dos enfoques: el primero, es la utilización de métodos exactos tales comoRamificación y Acotamiento, Planos Cortantes. Los métodos exactos siempre obtienen la solución óptima global u óptima.

El segundo enfoque es la utilización de algoritmos de aproximación: heurísticos y metaheurísticos. En los algoritmos heurísticos se encuentran el Clark and Wright así cómo de barrido, estos algoritmos son utilizados para casos específicos de solución. En los metaheurísticos se encuentran, el Recocido Simulado, Búsqueda Tabú y Algoritmos Genéticos, entre otros. La ventaja que presentan estos algoritmos es que pueden ser fácilmente adaptables cuando se presentan modelos más complejos además que se pueden utilizar para cualquier tipo de problema. En ambos casos, se encuentra una solución cercana a la óptima.

Por otro lado, para la creación de la matriz de distancias se propone el uso de tecnología de información geográfica para lo cual se utilizó el sistema de posicionamiento global (GPS por sus siglas en inglés), para ubicar en forma exacta sulocalización y obtener información tales cómo latitud y longitud además del uso de sistema de información geográfica (GIS por sus siglas en inglés) como herramienta de visualización de la ubicación de los clientes.

El objetivo fundamental de esta tesis de investigación, es proponer y desarrollar un modelo basado en el TSP para encontrar un conjunto de subrutas que nazcan a partir de una ruta principal o a priori, tomando en cuenta la capacidad de carga del vehículo, distancia entre clientes y la demanda incierta que los clientes presentan.

1.2 CASO DE ESTUDIO

Lubricantes Speed Lube, S.A. de C.V., inició operaciones en el año 2005, se encuentra ubicada en Vito Alessio Robles, Bodega 9, en la ciudad de Saltillo, Coahuila. Es distribuidora autorizada de Mexicana de Lubricantes, S.A. de C.V. con el registro DI25006 y comercialización de aceites, lubricantes, grasas y especialidades para la industria y automotriz. Opera en las ciudades del Estado de Coahuila: Parras de la Fuente, General Cepeda, Saltillo, Arteaga, Ramos Arizpe; para el Estado de Zacatecas: Concepción del Oro y en el estado de Nuevo León: Monterrey y Zona Metropolitana.

Cuenta con 3 tipos de clientes que son:

- Detalle: Son aquellos establecimientos de comercio al por menor, es decir, son aquellos comercios que venden directamente el producto al cliente. Entre ellos se encuentran las tiendas de abarrotes, talleres mecánicos, refaccionarias, cremerías, etc. Para la empresa solo son los talleres mecánicos y refaccionarias.
- Estaciones de servicio: Son aquellas de venta de gasolina de Pemex dónde vende aceite automotriz. En la ciudad de Saltillo son aproximadamente 50.
- Industria: Son aquellas empresas que se dedican a la transformación de materiales, esta puede ser física, química o mecánica.

Cuenta con un vehículo para realizar la distribución de aceite automotriz a diferentes clientes y con un sistema de localización vehicular.

El caso de estudio se orienta en los clientes a detalle ya que cuando trazan la ruta para visitarlos, no toman en cuenta la distancia que se encuentra entre cada uno de ellos, además no se considera la demanda histórica de los clientes ni la capacidad de carga del vehículo, lo que ha provocado que en muchas ocasiones se tenga que regresar el vehículo al depósito central para que sea vuelto a cargar de producto y regresar a terminar la ruta.

La forma de operar se basa en que cargan el vehículo con el producto y seleccionan al azar a los clientes a visitar. Una vez entregado el producto van y visitan al siguiente cliente, esta decisión es tomada a veces por la cercanía o por instrucción proveniente del responsable del área, provocando que no se satisfaga el requerimiento del siguiente cliente a visitar y se tenga que regresar a cargar la ruta de producto durante varias ocasiones en el día.

Para dar respuesta al requerimiento del caso de estudio se necesita lo siguiente:

- Minimizar el costo de ir de un cliente a otro para dejar el producto.
- Tomar en cuenta la demanda de producto que los clientes solicitan para la creación de una ruta de entrega.
- Considerar la capacidad de carga del vehículo para satisfacer la demanda de los clientes.
- Considerar la posibilidad de que se tenga que regresar al depósito central para reabastecer el vehículo pero en forma ordenada sin tener que realizar una penalización por dicho regreso.
- Ubicar los clientes en planos digitales.

Asimismo como señala Olivera (2004), para el trazo de rutas vehiculares es necesario tomar en cuenta a los clientes, ubicación, capacidad de carga de peso del vehículo y la demanda de los clientes.

Para satisfacer lo mencionado en el párrafo anterior y la necesidad que presenta el caso de estudio, se ubicarán en forma geográfica a los clientes para crear una matriz de distancia, asimismo se creará una matriz de demanda de los clientes utilizando información histórica.

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En esta sección se describe lo relacionado al problema que se pretende resolver, los diferentes métodos más usados para su solución así cómo los modelos matemáticos, dependiendo del tipo de problema. Se menciona la justificación para resolver el caso de estudio, así como el objetivo, limitaciones, preguntas a resolver durante la investigación y la hipótesis planteada.

2.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

El Problema de Ruteo o Diseño de Rutas consiste en determinar la mejor ruta que recorra un conjunto de nodos, partiendo desde un punto de partida aleatorio sin regresar por un nodo previamente visitado y que retorne al punto de partida, (ciclo hamiltoniano) cuyo objetivo es encontrar el recorrido mínimo. En la figura 2.1 se muestra un Problema de Ruteo.

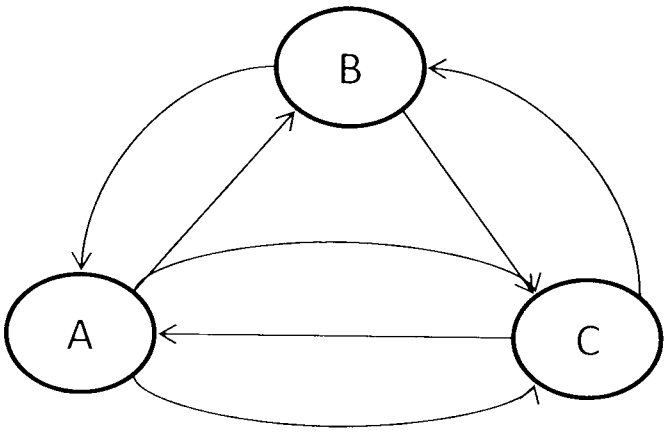

Figura 2.1. Problema de Ruteo.

Debido a que el Problema de Ruteo es considerado como un problema de tipo NP-duro debido a que no existe un algoritmo que en tiempo polinomial, que en muchas ocasiones este puede ser exponencial, resuelva el problema de igual forma se obtienen $n!$soluciones posibles, Baños et al.,2012).

La tabla 2.1 muestra la combinación de posibles soluciones a un problema de VRP.

Tabla 2.1. Combinación de posibles soluciones.

Número de nodos o clientes	Número de soluciones posibles
1	1
2	2
10	3628800
15	1307674368000
20	2432902008176640000
30	2.65252859812191058636308 48e+32
40	8.15915283247897734345611269596 12e+47
50	3.04140932017133780436126081660 65e+64
100	9.33262154439441526816992388562 67e+157

Un modelo utilizado para resolver el Problema de Trazo de Rutas, es mediante el Problema del Agente Viajero (TSP, por sus siglas en inglés) propuesto por Merrill M. Flood en 1956, dónde un agente de ventas desea visitar todos sus clientes minimizando el recorrido entre ellos, sin tener que regresar por un cliente previamente visitado e inicia y termina en cualquier nodo seleccionado en forma aleatoria.

Cuando al TSP se le asocia un depósito central, una demanda conocida y una flota de vehículos con capacidad de carga máxima; se necesita trazar una serie de rutas que vayan del cliente i hasta el cliente j, que sean visitados solamente una vez minimizando la distancia de recorrido; a este problema se le conoce como múltiple TSP (m-TSP).

Debido a que el m-TSP tiene más características que son aplicadas a problemáticas reales, en 1959 Dantzing y Ramser formularon por primera vez el

Problema del Ruteo de Vehículos (VRP por sus siglas en inglés) para una aplicación de distribución de combustible.

El VRP pertenece a los Problemas de Optimización Combinatoria (POC) debido a que su función objetivo es minimizar el costo total del recorrido que debe hacer el o los vehículos, encontrando una ruta óptima que visite a una cantidad de clientes que se encuentran ubicados en forma geográfica satisfaciendo la demanda de éstos y cumpliendo con las restricciones operativas.

La figura 2.2 representa la solución a un VRP, donde se incluye la ubicación geográfica de los clientes, el depósito central y el recorrido que hace el vehículo.

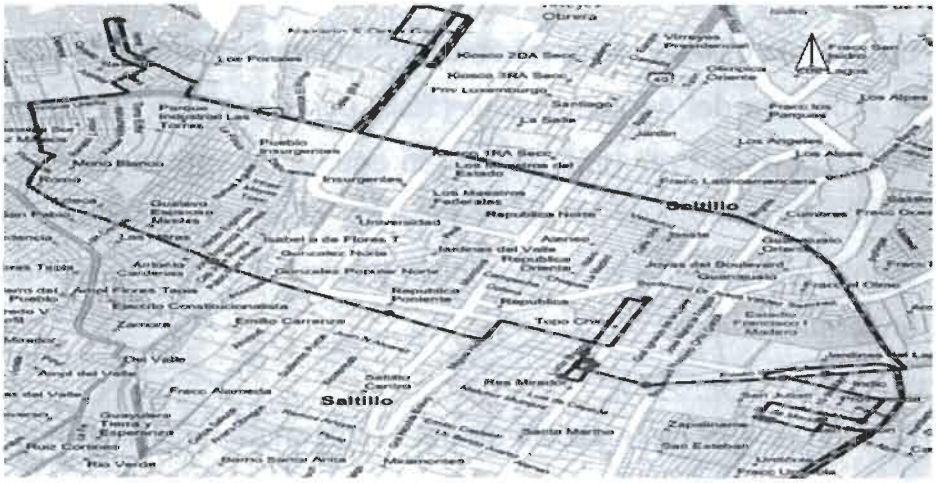

Figura 2.2 Solución de un VRP

Para poder entender el VRP es necesario tomar en cuenta los siguientes elementos (Olivera, 2004; García Calvillo I., 2010):

- Los clientes tienen una ubicación para poder ser atendidos por parte del vehículo, asi como una demanda que puede ser conocida o no conocida, una ventana de tiempo cuando el cliente desea ser visitado o atendido.
- Los vehículos tienen una capacidad de carga máxima que pueden cargar y atender a los requerimientos de los clientes, además de tener un costo asociado de ir a visitar a los clientes. Dependiento del tipo de problema que se quiera resolver se puede tener una flota homógenea o hetérogenea, asi cómo un horario del recorrido de la ruta.
- El depósito, depende del tipo de problema, puede haber varios o sólo uno, capacidad de almacenaje y horario de apertura.

En la figura 2.3 se muestra los elmentos que se deben de considerar en un VRP.

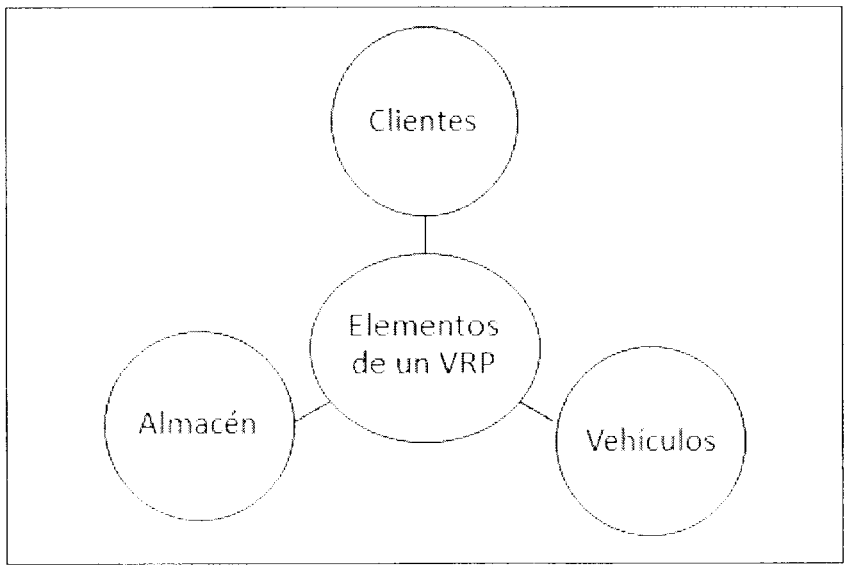

Figura 2.3. Elementos de un VRP

Para poder dar solución al problema del VRP es necesario tener una matriz de distancias, ésta puede ser simétrica (el costo de viajar a la ciudad *i* a *j* es igual que de viajar de la ciudad *j* a la ciudad *i*)o asimétrica (el costo de viajar a la ciudad *i* a la ciudad*j* no es igual que de viajar de la ciudad *j* a la ciudad *i*) y se obtiene usando la fórmula para obtener la distancia Euclidiana que hay entre dos puntos. En la tabla 2.2 se muestra una matriz de distancias simétrica donde los nodos pueden ser clientes.

Tabla 2.2. Matriz de distancias

Clientes	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
1	-	10	8	9	7
2	10	-	10	5	6
3	8	10	-	8	9
4	9	5	8	-	6
5	7	6	9	6	-

Dependiendo de las características que presentan los diferentes problemas de VRP se tienen diferentes variantes (Toth et al., 2002; Marinakis et al., 2013).

- Problema de Ruteo de Vehículos Capacitado (CVRP, por sus siglas en inglés): Es la versión básica del VRP donde todos los vehículos tienen la misma capacidad de carga.
- Problema de Ruteo de Vehículos con Ventana de Tiempo (VRPTW, por sus siglas en inglés): Es una variante del CVRP dónde la restricción de carga se impone y cada cliente está asociado a una ventana de tiempo, es decir, a un horario de intervalo de tiempo para ser visitado.

- Problema de Ruteo de Vehículos con Entrega y Recolección (VRPPD, por sus siglas en inglés): Cada cliente i tiene asociada dos cantidades, una que debe ser la demanda que deberá ser entregada, d_i, y la otra recolectada, p_i. Se tiene un origen de la demanda entregada y un destino de la demanda recolectada.
- Problema de Ruteo de Vehículos Periódico (PVRP, por sus siglas en inglés): Es una generalización del VRP clásico dónde las rutas se diseñan sobre múltiples días o periodos para visitar a los clientes y que éstos reciban el servicio.
- Problema de Ruteo de Vehículos Estocástico (SVRP, por sus siglas en inglés): Esta variante determina cuándo algún elemento del VRP puede ser estocástico: demanda, clientes, distancia, tiempo de visita, tiempo de recorrido, etc.

Para resolver este VRP se puede emplear dos enfoques: uno es la utilización de métodos exactos talescomo Ramificación y Acotamiento o Planos Cortantes pero éstos rara vez son usados cuando se excede en una cantidad mayor de 50 nodos o clientes, además de la complejidad de sus restricciones (Toth et al., 2002; Laporte, 2007; El-Sherbeny, 2010)

El segundo enfoque es la utilización de algoritmos de aproximación: heurísticos y metaheurísticas. Los heurísticos son métodos más rápidos que los exactos para encontrar una solución cercana a la óptima, pero el resultado se queda en un óptimo local. Entre estos se encuentran el del vecino más cercano, inversión, barrido y el de ahorros, mejor conocido como el de Clark and Wright.

Las metaheurísticas son procedimientos que tratan de encontrar la solución saliendo de los óptimos locales orientando, además de ser eficientes en la forma de encontrar soluciones cercanas a la óptima, ya que tambien son algoritmos de aproximación y no determinísticos. Para el TSP y VRP entre los

más usados están el Algoritmo Genético, Recocido Simulado,Búsqueda Tabú y Colonia de Hormigas.

El problema de SVRP es relativamente nuevo y comparado con la investigación del VRP determinístico, el SVRP no ha sido estudiando en forma amplia. Para dar solución a este problema se han propuesto diferentesformas de solución. Dimistris J. Bertsimas (1992), propuso la utilización de dos estrategias a partir de una ruta a priori tomando en cuenta la demanda no conocida de los clientes.Laporte et al., 2002 propusieron el uso de un algoritmo exacto (L-Shaped) para solucionar el problema de demanda estocástica, donde crearon los valores de la demanda por medio de una distribución de Poissson o Normal, eliminó las subrutas, este algoritmo da buenos resultados solamente cuando se tienen entre 2 y 4 vehículos y de 25 a 100 clientes. Christiansen et al.,2007, publicaron que al usar el algoritmo L-Shaped, aumentando el número de vehículos, el tiempo computacional para alcanzar el resultado aumenta en forma considerable. Otros autores han propuesto la utilización de metaheurísticas para solucionar el problema del SVRP tomando en cuenta una ruta a priori.

Ismail et al., (2008), crearon un modelo híbrido a partir de la metaheurística de Búsqueda Tabú y Algoritmo Genético. Galvan et al., 2013 propusieron una modificación al algoritmo de Partícula de Enjambres (PSO, por sus siglas en inglés) con una Estrategia Evolutiva. Liñan et al., 2013 formularon la creación de un modelo híbrido de la heurística de Clark and Wright y Recocido Simulado. Por último, Marinakis et al., 2014, utilizaron PSO a modode método de solución asi como el reabastecimiento cuando la demanda del siguiente cliente sea mayor a la capacidad de carga del vehículo.

Por tal motivo en esta tesis se pretende resolver un problema de VRP con demanda estocástica (VRPSD por sus siglas en inglés)mediante el modelo simple del VRP además de la creación de subrutas que nacen de una ruta a priori, tomando en cuenta la estrategia A que menciona Dimistris J. Bertsimas (1992), en forma aleatoria que incluyan los 23 clientes y el depósito central además de contar con un vehículo con capacidad de carga conocida para realizar el recorrido que inicia y termina en el mismo depósito central asimismo todos los clientes deberán ser visitados una sola vez.

2.2 PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN

- ¿Puede desarrollarse un modelo que minimice el costo de distribución por medio de la obtención de subrutas?
- ¿Cómo saber si las demandas pronosticadas son acertadas?
- ¿Cómo comparar los resultados obtenidos del modelo propuesto?

2.3 HIPÓTESIS

2.3.1 HIPÓTESIS

"Con el diseño de subrutas con demanda estocástica para cada uno de los clientes y con capacidad de carga limitada, se disminuirá el costo total de distribución."

2.4 OBJETIVOS

2.4.1 OBJETIVO GENERAL

Desarrollar un modelo que permita disminuir el costo operacional del proceso de distribución de aceite automotriz por medio de subrutas.

2.4.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Comparar un método (exacto o metaheurístico) que pueda aplicarse para resolver el problema que presenta el caso de estudio.
- Aplicar diferentes métricas para saber si los pronósticos son correctos.

2.5 JUSTIFICACIÓN

Se propone la utilización de algoritmos bioinspirados para resolver el problema de trazo de rutas con demanda estocástica diferente al propuesto por Marinakis et al., 2013 donde comenta que *"Nuestro trabajó futuro se enfocará en dos direcciones. Una dirección será solucionar el VRP con demanda estocástica utilizando otra técnica inspirada en la naturaleza como Algoritmo de Selección Clonal, Optimización con apareamiento de colonia de abejas, etc…"*.

El caso de estudio desea optimizar las rutas de venta de producto que se encuentran previamente determinadas. La forma de operar es la siguiente: El vehículo se carga con producto hasta el límite de su capacidad de carga y comienza a recorrer la ruta con los clientes previamente establecidos, el vendedor llega con un cliente determinado en la ruta y le pregunta si necesita producto, en caso de que no requiera, el vendedor va al siguiente cliente, caso contrario el vendedor le surte el pedido y va al siguiente cliente, si este le pide más de lo que tiene en el vehículo, le surte el pedido y regresa al depósito central a volver a cargar de nuevo el vehículo y vuelve al cliente para terminar de surtir el pedido. Asimismo se realiza una estimación de la demanda, en caso de que un cliente tenga una demanda igual a 0, se tendrá que estimar su demanda, es decir no podrá ver clientes con demanda cero.

El proceso se realiza hasta que se termine de recorrer la ruta. Igualmente, la ruta debe empezar y terminar en el depósito central, no se puede regresar a ver a un cliente previamente visitado, se tiene que recorrer toda la ruta y todos los

clientes deberán ser visitados sólo una vez. Solamente se usa un vehículo por ruta y sólo una ruta es visitada por día. El tiempo de traslado entre clientes no será tomado en cuenta en este modelo.

Se tiene un solo vehículo con capacidad de carga de 4.5 toneladas con un rendimiento aproximado de 11 kilómetros por litro. Por otro lado, el caso de estudio estima que el vehículo recorra máximo 100 kilómetros por día con costo estimado de $12.86 por litro. Se tiene el que el sueldo mensual del vendedor sin tomar en cuenta las comisiones es de $3,000 moneda nacional (m.n.) mensuales. El valor de compra del vehículo es de $300,000 m.n. con una vida útil de 10 años y cuenta con rendimiento de 11 km/lt. Se calcula un costo de margen de seguridad de un 8% sobre el valor de la carga que es de $39,000 m.n. Por último, el costo mensual por operación de las ventas de $25,000 m.n.

Los resultados obtenidos de esta investigación pretenden que se realice una serie de subrutas tomando en cuenta la demanda histórica de los clientes con el fin de evitar varias veces el regreso del vehículo al depósito central.

2.6 DELIMITACIÓN

Este proyecto de investigación tiene comolímite, establecer un modelo que minimice el costo total de reparto que optimice las rutas de distribución tomando como base el VRP, la ruta de entrega de aceite automotriz considerando la distancia entre clientes que recorrerá el vehículo, demanda del cliente y la capacidad de carga del vehículo.

Para el caso de la demanda, ésta se pronosticará utilizando valores obtenidos en el uso de diferentes métodos de suavización, tales como: suavización exponencial simple, doble o triple además del método de promedios móviles.

3. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

En este capítulo se presentarán algunas contribuciones importantes que se han publicado para resolver el Problema de Ruteo de Vehículos con Demanda Estocástica por medio del uso de metaheurísticas como heurísticas propuestas.

Dimistris J. Bertsimas (1992)propone dos,A y B, estrategias para solucionar el problema de VRP con demanda estocástica a partir de una ruta principal o a priori,además menciona que para actualizar las rutas se debe de tomar la demanda de cada uno de los clientes.En la estrategia A, el vehículo visita a todos los clientes en el mismo orden de una ruta a priori. La estrategia B se basa en que los clientes que no tienen demanda en ese momento son saltados de la ruta. Menciona que en la estrategia A, el vehículo tendrá que regresar al depósito cuando la demanda sea superior a su capacidad de carga. En la estrategia B, la demanda es conocida antes que se inicie el recorrido por lo que los clientes con demanda cero no serán atendidos. La demanda obtenida para su modelo es aleatoria y se asume que su probabilidad de distribución es discreta y conocida. La longitud esperada de la ruta es una variable aleatoria. Mencionan dos teoremas de acuerdo al tipo de demanda que se puede presentar. El Primer Teorema es sobre si la demanda es binaria, bajo la estrategia A, la distancia esperada es la sumatoria de la longitud de la ruta a priori más la distancia cuando el vehículo sobrepasa su carga, con la estrategia B los clientes que no tienen demanda son saltados.El segundo teorema habla cuando la demanda de cada cliente es menor que la capacidad de carga del vehículo y esto ayuda a disminuir los regresos para recargar. Las estrategias A y B son iguales que en el teorema 1 pero se puede tener que la demanda en el nodo i pudiera ser igual que la capacidad de carga del vehículo.Otra estrategia que usaron fue la de reoptimizar la ruta utilizando el modelo de TSP dónde solamente se visitan a los clientes de la ruta con demanda mayor a cero. La distancia esperada con la estrategia A es una secuencia de la sumatoria de la

longitud del recorrido más el valor extra cuando su valor esperado de la distancia alcanza la capacidad de carga del vehículo. Con la estrategia Blos clientes con demanda cero, son saltados de la ruta y cuando su capacidad sea rebasada por la demanda del cliente, se regresará al depósito central. Otra forma de enfrentar este problema, es que la demanda sea menor que la capacidad de carga del vehículo, se asume que se trata de evitar el regreso al depósito central. Para resolver este problema propone la heurística cíclica propuesta por Haimitovich y Rinnooy Kan en 1983. Los autores concluyen que el PVRP demuestra que esta estrategia deberá ser tomada en serio para resolver el problema del CVRP con demanda estocástica, tomando en cuenta rutas a priori, es decir, las rutas principales sin crear nuevas rutas.

Ismail et al., (2008) utilizaron un modelo híbrido con Algoritmo Genético y Búsqueda Tabú para resolver el VRPSD en la solución de un caso de recolección de basura en Malasia. El modelo híbrido propuesto en su mayor parte tiene la forma de operar del AG pero como operador de mutación se usó Búsqueda Tabú. La demanda que se generó en un rango determinado de acuerdo a una distribución uniforme discreta además que se generaron 20 instancias para un número de clientes igual a 10, 20 y 50. El modelo se comparó con Algoritmo Genético y Búsqueda Tabú por separado. Como resultado se obtuvo que el modelo propuesto para instancias pequeñas sea mejor que las metaheurísticas mencionadas. Comotrabajo futuro mejorar[an el modelo propuesto.

Li et al., (2010)propusieron resolver el problema de trazo de rutas vehiculares con ventana de tiempo y viaje y tiempo de servicio estocástico. Utilizaron la metaheurística de Búsqueda Tabú, asimismo mencionan que no existe información de "benchmark" para comparar por lo que crearon sus propias instancias además mencionan que "*Comparado con el VRPTW (problema de trazo de rutas vehiculares con ventana de tiempo), el SVRPTW*

(problema de trazo de rutas vehiculares estocástico con ventana de tiempo) resulta mucho más difícil de atacar por su naturaleza estocástica. Es difícil de resolver las instancias que involucren una gran cantidad de ciudades". Además en sus conclusiones mencionan que *"En los experimentos, encontramos que computacionalmente los valores de la función objetivo que consideramos en el SVRPTW es computacionalmente caro. Para trabajos futuros nos enfocaremos en cómo aumentar la rapidez de la evaluación de la solución. Por otro lado vamos a integrar otras naturalezas estocásticas dentro de nuestro problema cómo por ejemplo: demanda y clientes estocásticos, que hace el resultado del problema abarque más práctica de la vida real en la administración de la distribución, logística y transportación.*

Lei et al., (2011) proponen un modelo para resolver el problema de trazo de rutas vehiculares con ventana de tiempo y demanda estocástica. Utilizaron una heurística de búsqueda larga en el vecindario, generaron 24 instancias provenientes de las propuestas por Solomon (1983). La ventana de tiempo se tomó deestas mismas instancias y la demanda estocástica para cada cliente fue generada con una distribución Poisson. Los autores mencionan que no hay datos comparativos y heurísticas existentes para su modelo y esto resulta difícil obtener resultados óptimos computacionalmente. Sin embargo podemos comparar el valor de la solución del CVRPSDTW (problema de trazo de rutas vehiculares con capacidades, demanda estocástica y ventana de tiempo) producida por nuestra heurística con el costo $F(R)$ obtenida primeramente resolviendo el problema determinístico de CVRPTW con los valores esperados de la demanda y el resultado del costo computado del recurso asociado con las mejores soluciones conocidas.

Moghaddam et al., (2012) propusieron una variante de la metaheurística de Partícula de Enjambres para solucionar el VRP con demanda estocástica. Cada partícula está representada por un conjunto de arreglos de números

reales. La longitud de cada arreglo es igual a $3n$dónde$n$ es el número de clientes, el primer carácter indica la prioridad del cliente para ser visitado, el segundo y tercer carácter se usan para asignar los clientes a los vehículos. Cada cliente tiene un valor entero asignado para la generación de la ruta para visitar a los clientes. El primer cliente a visitar es el que tiene el mayor valor asignado, el segundo cliente del recorrido se compara con el segundo valor del cliente y tercero y se toma el menor valor (el segundo valor se deja en la parte final del recorrido). Para asignar los clientes a los vehículos propusieron la codificación $M1$, primero se le asignan valores a cada uno de los clientes, se ordenan de mayor a menor, para asignar a que vehículo se tiene que tomar un valor θ que para el ejemplo son tres vehículos y θ está entre [0,99] que es la capacidad de carga del vehículo y los clientes que sus cargas estén cercanos a ese rango de θ serán atendidos por el vehículo n, es decir, se toman en cuenta las coordenadas donde están ubicados los clientes y dependiendo de la cantidad de vehículos que se tienen, es la cantidad de posibles soluciones a generar, es decir, si se tienen 7 clientes y 3 vehículos la longitud de la partícula es de 21 (la longitud se divide entre 3 secciones de misma longitud pero cada sección tiene un valor diferente para cada cliente) y de acuerdo a la capacidad de carga de cada vehículo se asignarán los clientes que satisfagan esa restricción. Para el caso de la demanda estocástica, los autores asumieron que las demandas no tienen una distribución conocida, toman en consideración un porcentaje de incremento de la demanda y para calcular la demanda a usar se toma un valor entre un valor máximo y mínimo. Cómo conclusión mencionan que como trabajo futuro propondrán su modelo en un ambiente real de VRP estocástico.

Galván et al., (2013) propusieron resolver el VRPSD por medio de la utilización de un algoritmo híbrido basado en Partículas de Enjambres con Estrategia Evolutiva. Mencionan una serie de pasos para obtener la solución global. Al usar la Estrategia Evolutiva se aplicó el algoritmo de cruce conocido como Crossover, asimismo como operador de mutación fue de Intercambio o Exchange, para encontrar una vez que se haya actualizado la partícula para que no se quede la solución en óptimos locales y darle mayor diversidad al conjunto de soluciones. Mencionan que no existe información que sirva para comparar su algoritmo por lo que usaron sus propias instancias. Crearon 8 instancias con 100 y 200 clientes cada una. La demanda se realizó con una distribución uniforme discreta con un promedio entre 50 y 70 para cuando hay 100 clientes y entre 80 y 100 cuando hay 200 clientes. Para el número de clientes igual a 100 se tiene un solo depósito central y para 200 son 2. La desviación estándar para cada clúster está entre 0 y 100. La capacidad de carga del vehículo es la sumatoria de las demandas de los clientes multiplicado por el número de clientes atendidos antes de regresar a resurtir. Como resultados obtuvieron que su algoritmo arrojó mejores resultados que el PSO (versión básica) ya que mencionan que al aplicar la Estrategia Evolutiva se realiza una mayor exploración del espacio de búsqueda.

Liñán et al.,(2013)proponen resolver el problema de ruteo de vehículos con demanda estocástica utilizando un modelo híbrido basado en el algoritmo de Recocido Simulado y Clarke-Wright. Toman 39 instancias de las propuestas por Solomon (1983). La demanda estocástica es generada en forma aleatoria, la ruta inicial es creada por medio del algoritmo de Clarke-Wright, una vez obtenido la ruta inicial con su demanda se propone resolver las instancias por medio de Recocido Simulado. El modelo que utilizan para resolver el problema es el de CVRP cuya función objetivo es minimizar el costo de ir al cliente i hasta el cliente j. Los resultados obtenidos fueron comparados con el algoritmo de PSO propuesto por Tantikorn et al., y el algoritmo de colonia de hormigas

propuesto por Yucheng et al., menciona que el algoritmo propuesto es mejor que los antes mencionados además superó en un 76% los mejores resultados de las instancias antes mencionadas.

Marinakis et al., (2014) mencionan 8 diferentes modelos de PSO, donde realizaron comparaciones entre ellos para resolver el problema del trazo de rutas vehiculares con demanda estocástica, utilizaron las instancias propuestas por Cristofides (1981)donde cada una contiene de 50 a 200 nodos incluyendo el depósito central. Utilizaron la distancia euclidiana. Utilizaron la variante de PSO1 para resolver el problema de ruteo con demanda estocástica y los resultados fueron comparados con los algoritmos de Evolución Diferencial y Algoritmos Genéticos. Mencionan que "*Existe una cantidad de documentos científicos que resuelven el problema de trazo de rutas vehiculares con demanda estocástica pero no hay puntos de referencias para comparar las instancias. Es difícil comparar las aproximaciones entre ellos. Otra dificultad que existe en comparar diferentes métodos, es el hecho en que muchos investigadores usan diferentes aproximaciones para encontrar el tema más importante del problema de trazo de rutas vehiculares con demanda estocástica, la falla de la ruta*". Por último mencionan como conclusiones lo siguiente: "*El algoritmo propuesto encontró una mejor solución al Problema de Trazo de Rutas Vehiculares con Demanda Estocástica en todas las instancias. Nuestro trabajo futuro se enfocará en dos direcciones. Una será solucionar el VRP con demanda estocástica utilizando otra técnica inspirada en la naturaleza cómo Algoritmo de Selección Clonal, Optimización con apareamiento de colonia de abejas, etc, mientras que la otra dirección será solucionar con el algoritmo propuesto problemas más complicados como Problema de Trazo de Rutas Vehiculares con Demanda Estocástica y Ventana de Tiempo o el Problema de Trazo de Rutas Vehiculares Dinámico.*"

En esta revisión bibliográfica se tomó en cuenta los puntos más importantes que se enfatizan para aplicar en este caso de estudio. Un punto es la forma en que la demanda estocástica es utilizada para la creación de diferentes subrutas que minimicen el costo de distribución. Además de los diferentes métodos de solución propuestos por los investigadores para este caso. Lo anterior ayudará proponer una buena metodología de solución para casos reales donde la demanda sea incierta.

4. MARCO TEÓRICO

En este capítulo se mencionan algunas definiciones, modelos y herramientas para comprender el problema del caso de estudio, mismos que son utilizados para resolver la problemática del caso de estudio.

4.1 OPTIMIZACIÓN COMBINATORIA

Es una rama de las matemáticas que permite encontrar soluciones robustas a problemas de diferentes clases, minimizado o maximizando funciones. En un problema de optimización combinatoria puede existir una gran cantidad de soluciones factibles ya que puede haber una cantidad $n!$ de soluciones (Gómez et al., 2011).Asimismo los problemas de optimización combinatoria utilizan un conjunto de elementos que combinados dan como resultado una solución óptima o cercana a esta.

La optimización combinatoria se pude expresar de la siguiente manera (Pastor, 1999):

$$Min\ o\ Max\ f(x), donde\ x \in S$$

Dónde$X$ es el espacio de soluciones factibles y$S \subset X$ es una región factible de solución dentro de X, por lo que $x \in S$ es una solución factible si no existe otra solución que logre maximizar o minimizar la función. Usualmente a S se le llama espacio de solución donde cada elemento que este dentro de ese espacio puede ser tomado como una solución. Para resolver un problema de optimización combinatoria se tiene que encontrar una solución $s^* \in S$ que logre que la función se maximice o minimice. s^*se le conoce cómo óptima global de (S, f) y el conjunto de $S^* \subseteq S$ se le conoce como un conjunto de soluciones óptimas.

Algunos de estos problemas son difíciles de resolver y están considerados como problemas de tipo NP-duros debido a que no existe un algoritmo que en un tiempo polinomial los resuelva.

Existen dos tipos de algoritmos o métodos para tratar de resolver los problemas de optimización: exactos y los algoritmos de aproximación. Los algoritmos exactos encuentran una solución óptima y demuestran que es la solución global. En cambio los algoritmos de aproximación como su nombre lo dice, solamente dan una solución cercana a la óptima.

Existen diferentes tipos de problemas de optimización combinatoria, por ejemplo: problema de flujo, calendarización, trazo de rutas vehiculares, problema del cartero chino, problema del agente viajero, problema general de itinerarios, problema de empaquetado, problema de localización de plantas, etc.

4.2 COMPLEJIDAD COMPUTACIONAL

De acuerdo al tipo de problema a tratar es el tipo de algoritmo que se va a utilizar para dar solución. Los recursos que se requieren son tiempo de ejecución, espacio de solución y parámetros del problema.

La complejidad computacional tiene como objetivo el clasificar los problemas como algoritmos de solución.

- **Tipos de Complejidad**

Complejidad P

Son aquellos problemas que pueden ser resueltos por un algoritmo en un tiempo polinomial. Para demostrar que un problema es de tipo P si se crea un algoritmo que lo resuelva en un tiempo polinomial y este algoritmo creado se puede usar en otro problema ya definido como P.

Complejidad NP (Non Deterministic Polynomial Time)

Se les conoce a este tipo de problemas cuando no se pueden resolver en un tiempo polinomial.

Hay dos formas de saber si un problema es NP

- Si se puede encontrar una solución encontrando una máquina Touring no determinística en un tiempo polinomial.
- Si la solución se puede verificar en una máquina Turing deterministica en un tiempo polinomial.

Complejidad NP-completo (Non Deterministic Polynomial Time Complete)

Se le considera como NP duro si: es un problema NP y todo problema NP se puede transformar polinomialmente en el.

Complejidad NP-Duro

Son tan difíciles como los NP-completos pero no necesariamente NP.

4.3 MATRIZ DE DISTANCIAS

Para solucionar el problema de Ruteo es necesario contar con una matriz de distancias. Esta matriz es creada al momento de usar la distancia Euclidiana para obtener la distancia entre los nodos. En este caso, la matriz de costos C_{ij} es simétrica, es decir, el costo que genera viajar de la ciudad i a la ciudad j es el mismo que el que se tiene al viajar de la ciudad ja la ciudad i. La tabla 4.1 muestra la matriz de distancias para solucionar un problema de ruteo.

Tabla 4.1 . Matriz de Distancias Simétrica

Nodos	1	2	3	4	5
1	0	10	8	9	7
2	10	0	10	5	6
3	8	10	0	8	9
4	9	5	8	0	6
5	7	6	9	6	0

El valor de 0se considera un subtour y es conocido por la nomenclaturacomoC_{jj}. Para el caso de encontrar la distancia mínima el valor de 0 debe tomar un valor grande para que el algoritmo diseñado no lo tome en cuenta cómo distancia mínima.

4.4 PROCESO ESTOCÁSTICO

Un proceso estocástico se define a modo de un conjunto de variables que van cambiando o evolucionando totalmente o parcialmente en el tiempo. Los procesos estocásticos se puede clasificar en:

- Discretos: Cuando el valor de las variables solamente pueden cambiar en un determinado tiempo.
- Continuos: Cuando los valores de las variables cambian en cualquier momento del tiempo.

4.5PRONÓSTICO

Es un proceso de estimación de un suceso en el futuro usando datos del pasado. Los datos del pasado se combinan sistemáticamente para hacer una estimación en el futuro. Existen dos formas para pronosticar valores.

- Cualitativos: Son aquellos métodos que requieren una opinión para poder determinar su valor. Tiende a ser subjetivo y se basa en la experiencia de las personas involucradas. Entre estos métodos se encuentra el DELPHI que se basa en la opinión de expertos, Investigación de mercado que se basa en encuestas y Consenso Grupal que está basado en la opinión abierta de expertos en un tema.
- Cuantitativos: Son aquellos métodos que pronostican el valor de una variable basado en datos obtenidos del pasado. Son métodos matemáticos donde suponen que los valores del pasado son útiles para el futuro. Uno de los métodos más importantes y el más utilizado es el de serie de tiempo.

Para preparar un pronóstico es necesario realizar lo siguiente: primero se deben analizar los datos para identificar el patrón que éstos siguen, segundo, el patrón se extrapola con el objetivo de preparar el pronóstico.

Este segundo paso se realiza ya que se toma como un supuesto que en el futuro ese patrón no cambiará. Si el patrón cambia en el futuro, eso quiere decir que el método de predicción no es el correcto.

4.5.1 SERIE DE TIEMPO

Es un modelo de predicción cuantitativo que contiene dos factores importantes: la serie de datos que se va a pronosticar (ejemplo: ventas) y el periodo de tiempo. Este modelo supone que la combinación de patrones es recurrente a través del tiempo, ya que una vez identificado el tipo de patrón se puede extrapolar ese patrón y realizar pronósticos.

La ventaja de las series de tiempo es su orientación hacia periodos de tiempo secuenciales. Se pueden considerar como una caja obscura ya que no se pretende descubrir cuáles son los factores que afectan su comportamiento

Las series de tiempo tienen algún patrón recurrente a través del tiempo: *tendencia, cíclico, estacional y fluctuaciones irregulares.*

La *tendencia* se refiere al movimiento hacia arriba o hacia abajo que caracteriza a las series de tiempo con respecto a un periodo de tiempo. Esto refleja el crecimiento o declinación de larga duración en la series de tiempo. Este patrón existe cuando se presenta un aumento o disminución general del valor de la variable a lo largo del tiempo.

Un patrón *cíclico* se asemeja al patrón estacional pero con la duración de un ciclo único generalmente mayor a un año, estas series pueden ser precios de metales, el precio de valor de una moneda, etc., además este patrón es difícil de pronosticar debido a que no hay intervalos constantes de tiempo y su duración no es uniforme. Esto se refiere a los movimientos hacia arriba y hacia abajo alrededor de los niveles de la tendencia.

Un patrón *estacional* es cuando fluctúa de acuerdo a un factor estacional, es decir, son patrones periódicos que se presentan en una serie de tiempo o se van repitiendo cada año. Para poder determinar este patrón es necesario usar

datos mensuales o trimestrales para tener una mejor observación de las variaciones estacionales.

Las *fluctuaciones irregulares* son movimientos erráticos en una serie de tiempo que siguen un patrón indefinido o irregular. Estos movimientos representan lo que resta en una serie de tiempo luego de haber sido explicados la tendencia, el ciclo, y las variaciones estacionales. La irregularidad en una serie de tiempo, es causada por hechos inusuales que no son posibles predecir.

4.5.2 SUAVIZACIÓN EXPONENCIAL

Estos métodos eliminan las fluctuaciones aleatorias de los datos de las series de tiempo. Con estos métodos se buscan suavizar la serie, donde el valor pronosticado se extrapola después para convertirse en el pronóstico futuro de la serie. Existen 4 métodos de suavizamiento: el *de promedios móviles, exponencial simple, exponencial doble (Método de Holt) y exponencial triple (Método de Winters-Holt),* (Bowerman Pronósticos, Series de Tiempo y Regresión: Un enfoque aplicado. Editorial Cengage Learning Brooks Cole, 2006).

4.5.3 MÉTODOS DE PROMEDIOS MÓVILES

Este método toma un conjunto de datos observados, encuentra su promedio y posteriormente se utilizará tal promedio como pronóstico del siguiente periodo. Para aplicar este método es necesario que los datos sigan una tendencia lineal y tener un patrón único definido de fluctuaciones (por ejemplo cada tres años). Se le conoce como Promedio Móviles, conforme a una nueva observación, esta se puede utilizar para calcular un nuevo promedio y usarlo como pronóstico.
La siguiente ecuación establece el modelo del promedio móvil simple:

$$F_{t+1} = \frac{X_t + X_{t-1} + X_{t-2} + \cdots + X_{t-n}}{N} \qquad (4.1)$$

Dónde

F_{t+1}Es el pronóstico para el tiempo $t+1$. (También se le puede nombrar valor suavizado en el tiempo t).

X_t es el valor observado en el periodo t.

t período de tiempo.

Nes el número de datos utilizados para el cálculo de la media aritmética.

Para aplicar el método de los promedios móviles es necesario obtener una gran cantidad de observaciones y que a mayor número de observaciones incluidas mayor es el efecto de suavizamiento en el pronóstico. Este método asigna una ponderación igual a cada una de las últimas Nobservaciones y ninguna a las observaciones anteriores al periodo $(t-N)$.

4.5.4 MÉTODO DE SUAVIZACIÓN EXPONENCIAL SIMPLE

Este método se usa para pronosticar una serie de tiempo cuando no hay tendencia o patrón estacional, pero la media (o nivel) de la serie y_t cambia lentamente en el tiempo.
Este procedimiento inicia con el cálculo de la estimación inicial de ℓ_0 del nivel o media de la serie en el periodo $t=0$. Por lo que el cálculo de ℓ_0 se realiza de la siguiente manera:

$$\ell_0 = \frac{\sum_{t=1}^{n} y_t}{n} \qquad (4.2)$$

Para el final de periodo $T-1$ se tiene una estimación de ℓ_{T-1} para el nivel (o media) de la serie de tiempo, por lo tanto para el periodo T se obtiene una nueva observación y_T por lo que se puede actualizar ℓ_{T-1} a ℓ_T lo cual es la nueva estimación o nivel (o media) en el periodo T. Por lo que el cálculo de la estimación actualizada será mediante la siguiente ecuación:

$$\ell_T = \alpha y_T + (1-\alpha)\ell_{T-1} \tag{4.3}$$

αes una constante de suavización entre 0 y 1. La selección de esta constante depende de las fluctuaciones de la demanda y este valor entra directamente multiplicando al valor del pronóstico de la demanda. Los valores bajos de α son más apropiados para una serie de tiempo con valores estables (sin tendencia y ciclicidad) pero con mucha variación aleatoria y tiende a disminuir la aleatoriedad de la serie.

4.5.5 MÉTODO DE SUAVIZACIÓN EXPONENCIAL DOBLE (HOLT)

La técnica de suavizamiento exponencial lineal o suavizamiento exponencial de Holt, ayuda a evitar que los datos pronosticados se retrasen de la zaga de la tendencia ya que reconoce explícitamente el problema y toma en consideración la presencia una tendencia. Es usada cuando cambian el nivel cómo la tasa de crecimiento para eso se requiere un modelo diferente al anterior para describir su nivel y tasa de crecimiento. Para esto denotamos comoℓ_{T-1} la estimación del nivel de la serie temporal en el periodo $T-1$ y con b_{T-1} la estimación de la tasa de crecimiento de la serie temporal en el tiempo $T-1$. Entonces usamos dos ecuaciones de suavización para actualizar las estimaciones de ℓ_{T-1} y b_{T-1}

Por lo que la estimación del nivel en el periodo T utiliza la constante de suavización α, la siguiente ecuación es la usada para el suavizamiento con el método de Holt:

$$\ell_T = \alpha y_T + (1-\alpha)[\ell_{T-1} + b_{T-1}] \tag{4.4}$$

Lo anterior establece queℓ_T es igual a una fracción de α del valor de y_T de la serie temporal, recién observada más una fracción $(1-\alpha)$ de $[\ell_{T-1} + b_{T-1}]$ que es la estimación del nivel de la serie temporal en el periodo T. La estimación de la tasa de crecimiento de la serie temporal en el periodo T utiliza la constante de suavización γpor lo que el cálculo de la estimación b_T es:

$$b_T = \gamma[\ell_T - \ell_{T-1}] + (1-\gamma)b_{T-1} \tag{4.5}$$

Esta ecuación significa que b_T es igual a la fracción γ de $[\ell_T - \ell_{T-1}]$ que es una estimación de la diferencia entre niveles en el periodo T y $T-1$más una fracción de $(1-\gamma)$ de b_{T-1}

Para utilizar este método se realiza lo siguiente: obtener el valor de ℓ_0 y b_0 para calcular un pronóstico puntual de y_1 a partir del origen 0.

$$\check{y}(0) = \ell_0 + b_0 \tag{4.6}$$

Dondeℓ_0 es el nivel y b_0 es la tasa de crecimiento. Para calcular el nivel ℓ_1 se realiza con el valor de α y γ que deben estar entre 0 y 1. Se sustituyen los valores en la ecuación 4.4 .El valor obtenido es el nivel en el tiempoT_1 y los demás valores se sustituyen en la ecuación 4.5. Se obtiene el valor de la tasa de crecimiento b_1 por lo que los valores obtenidos de ℓ_1 y b_1 se suman en la ecuación 4.6 para obtener el valor pronosticado en el tiempo T_2.

Esta técnica es usada cuando los valores observados siguen una tendencia, si estos valores siguen aumentando por periodo temporal con la misma tendencia más de 10 periodos y se pronostican esos periodos, esos valores seguirán la misma tendencia de incremento o decremento.

4.5.6 MÉTODO DE SUAVIZACIÓN EXPONENCIAL TRIPLE (WINTERS-HOLT)

Este método se utiliza cuando una serie temporal muestra una tendencia lineal con un patrón estacional aditivo para el cual, el nivel, la tasa de crecimiento y el patrón estacional podrán estar cambiando. Para usar este método denotamos ℓ_{T-1} a la estimación del nivel en el tiempo $T-1$ y con b_{T-1} a la tasa de crecimiento en el $T-1$.

Al observar un nuevo valor y_L de la serie temporal en el periodo T y sean Sn_{T-L} la estimación más reciente del factor estacional para la estación correspondiente en el periodo Tdónde$L$ es el número de estaciones en un año $(L = 12)$ para datos mensuales y $L = 4$ para datos trimestrales) y $T - L$ es un periodo que ocurre un año previo al periodo T. Por lo que la estimación del nivel de la serie temporal en el periodo T utiliza la constante de suavización α y se muestra a continuación:

$$\ell_T = \alpha(y_T - Sn_{T-L}) + (1-\alpha)(\ell_{T-1} + b_{T-1}) \tag{4.7}$$

Donde$(y_T - Sn_{T-L})$ es la observación compensada al respecto de la variación estacional en el periodo T. La estimación de la tasa de crecimiento en el periodo T utiliza la constante de suavización γpor lo que la ecuación es:

$$b_T = \gamma(\ell_T - \ell_{T-1}) + (1-\gamma)b_{T-1} \tag{4.8}$$

La nueva estimación del factor estacional SN_T en el periodo T utiliza la constante de suavización δ por lo que la ecuación es:

$$sn_T = \delta(y_T - \ell_T) + (1-\delta)sn_{T-L} \tag{4.9}$$

Donde$(y_T - \ell_T)$ es una estimación de la variación estacional recientemente observada.

Para la constante de suavización δ se tiene que estar entre los valores 0 y 1.

4.5.7 MÉTRICAS EN LOS PRONÓSTICOS

Estas métricas evalúan los errores del pronóstico. Estos errores representan la combinación del componente irregular y la exactitud de la técnica aplicada para pronosticar. Si existe un error grande, esto indica que la técnica de predicción no genera pronósticos exactos o podría indicar que la técnica de predicción no es capaz de predecir con exactitud la tendencia, las variaciones estacionales o el componente cíclico debido a que la técnica usada es inadecuada.

Para saber si la técnica usada para pronosticar es la adecuada, se necesita tomar en cuenta tres medidas del error.

Una de las medidas es el Porcentaje de Error Promedio Absoluto (MAPE, por sus siglas en inglés). Se calcula como el promedio de las diferencias absolutas entre los valores reales y los pronosticados, expresados en valor de porcentaje. Para realizar el cálculo se utiliza la siguiente ecuación.

$$\mathrm{MAPE} = \frac{\sum_{t=1}^{n} \frac{|Y_t - \hat{Y}_t|}{Y_t}}{n} x100 \qquad (4.10)$$

El MAPE nos indica en forma porcentual qué tan buen es nuestro pronóstico, es decir, si un MAPE es menor que un 20% esto indica que los pronósticos van a ser adecuados. Además este valor nos indica qué tan grandes son los errores del pronóstico comparados con los valores de la serie.

Otra medida es la Desviación Media Absoluta (MAD, por sus siglas en inglés). Esta medida se calcula como la media absoluta de los valores observados menos el valor pronosticado. Para encontrar este valor se realiza por medio de la siguiente formula.

$$MAD = \frac{\sum_{i=1}^{n} |Y_t - \hat{Y}_t|}{n} \tag{4.11}$$

El MAD, mide la exactitud de los valores estimados de la serie de tiempo. Es decir la distancia que existe entre los datos de la serie de tiempo y la media de estos. Si se obtiene un valor grande significa que los datos no son consistentes, caso contrario son consistentes.

Por último, la Desviación Media Cuadrada (MSD, por sus siglas en inglés). Esta medida se calcula elevando el error al cuadrado de los errores del pronóstico. Para encontrar este valor se realiza por medio de la siguiente ecuación.

$$MSD = \frac{\sum_{i=1}^{n} (Y_t - \hat{Y}_t)^2}{n} \tag{4.12}$$

Este método mide la dispersión de los errores del pronóstico. Si el valor obtenido es pequeño el pronóstico obtenido se aproxima a la demanda real, en caso contrario significa que hay errores en el pronóstico de los valores.

4.6. PROBLEMA DEL AGENTE VIAJERO

Este problema es uno de los más estudiados en la combinación de optimización. En general este problema se puede definir cómo la búsqueda para minimizar la distancia de las ciudades a visitar, comenzado y terminando en la misma ciudad, visitando solamente una vez la ciudad.

La nomenclatura utilizada para este problema es la siguiente:

$\boldsymbol{X_{ij}}$es el número de agentes a usar.

$\boldsymbol{C_{ij}}$ es el costo de ir del cliente i al cliente j.

A continuación se muestra la formulación matemática para el TSP:

$$Min\ Z = \sum_{(i,j)\epsilon E} C_{ij}\, X_{ij} \tag{4.13}$$

Sujeto a las siguientes restricciones:

$$\sum_{j\in\Delta+(i)} X_{ij} = 1, \forall j \in V \tag{4.14}$$

$$\sum_{i\in\Delta-(i)} X_{ij} = 1, \forall i \in V \tag{4.15}$$

$$\sum_{i\in S, j\in\Delta+} X_{ij} \geq 1, \forall S \subset V \tag{4.16}$$

Para toda $X_{ij} = 0$ ó 1, para toda $U_i \geq 0$ y es conjunto de enteros.

La ecuación 4.13 es la función objetivo que es minimizar la distancia de recorrido del cliente i al cliente$j$. Las ecuaciones 4.14 y 4.15 indican que todos los nodos deberán ser visitados. La ecuación 4.16 indica que no se permite subrutas.

4.7 PROBLEMA DE RUTEO DE VEHÍCULOS

Cuando al TSP se le van agregando más restricciones se conoce cómo m-TSP debido a que se parece más a situaciones que se presentan en la vida real, por lo que toma el nombre de VRP.

Problema de Ruteo de Vehículos Capacitado

El CVRP fue formulado por primera por Christofides N. et al., (1979) dónde los vehículos tienen que servir a una cantidad de clientes desde un depósito central. Por lo que el CVRP se puede formular como un conjunto de clientes "n" deben ser atendidos por un depósito central, cada cliente i tiene una demanda d_i y deberá ser atendido por un vehículo k con una capacidad de carga "c". El cliente solamente podrá ser visitado por un sólo vehículo y la capacidad de carga del vehículo no podrá ser menor a la demanda del cliente.

El modelo tiene una función objetivo de encontrar la distancia mínima que visite a todos los clientes o el tiempo mínimo para servir a los clientes (Venkatesan et al., 2011).

Toth et al., 2002 proponen la siguiente formulación matemática para el CVRP es la siguiente:

Dónde

$G = (V, A)$es un grafo completo no dirigido

$V = \{v_O, v_1, v_2, .. v_n\}$ es el conjunto de nodos, V_0 es del depósito.

$A = \{(i, j): i, j \in V, i \notin j\}$ Conjunto de aristas.

$C = (C_{ij})$ es la matriz de costos de ir del cliente i al cliente j.

K es el número de vehículos disponibles.

$$\text{Min } \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} C_{ij} X_{ij} \tag{4.17}$$

Sujeto a:

$$\sum_{i \in V} X_{ij} = 1, \ \forall j \in V \setminus \{0\} \tag{4.18}$$

$$\sum_{j \in V} X_{ij} = 1, \ \forall i \in V \setminus \{0\} \tag{4.19}$$

$$\sum_{i \in V} X_{i0} = k \tag{4.20}$$

$$\sum_{j \in V} X_{0j} = k \tag{4.21}$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} X_{ij} \geq r(S), \forall S \subset V \setminus \{0\}, S \neq 0 \tag{4.22}$$

$$X_{ij} \in \{0,1\}, \forall i, j \in V \tag{4.23}$$

La ecuación 4.17 es la Función Objetivo. Lasecuaciones 4.18 y 4.19, se asocian a que la entrada y salida de un arco de cada vértice se asocia a un cliente. Lasecuaciones4.20 y 4.21aseguran que el vehículo comience y termine en el depósito. La ecuación 4.22 impide la existencia de subtours, $r(S)$ es la cantidad mínima de vehículos que se necesitan para satisfacer la demanda en S. La ecuación 4.23 es la integridad de las restricciones.

Problema de Ruteo de Vehículos Estocástico

En problemas de contexto más de la vida real los modelos de VRP, que contemplan valores determinísticos en alguna de sus variables, no pueden resolver problemas cuando alguno de sus componentes se vuelven aleatorios o estocástico. A este tipo de problema se le conoce como Problema de Ruteo de Vehículos Estocástico (SVRP, por sus siglas en inglés). Este tipo de problema se puede clasificar en tres formas: demanda estocástica (VRPSD, por sus siglas en inglés), cuando los vehículos tienen que atender a un conjunto de clientes con demandas inciertas (VRPDS por sus siglas en inglés) y clientes estocásticos (VRPSC, por sus siglas en inglés), se refiere que cada cliente tiene una demanda determinística y una probabilidad p al inicio del presente.

El último es una combinación del VRPSD y VRPSC donde los clientes y las demandas son estocásticas. (Li et al., 2010).

La función objetivo es minimizar la distancia esperada del tour a priori que el vehículo realizará se calcula con la siguiente ecuación:

$$f_j(q) = Min\{f_j^p(q), f_j^r(q)\} \quad (4.24)$$

Dónde

$$f_j^p(q) = d_{j,j+1} + \sum_{k \le q} f_{j+1}(q-k)p_{j+1,k} + \sum_{k>q}[2d_{j+1,0} + f_{j+1}(q+Q-k)]p_{j+1,k} \quad (4.25)$$

$$f_j^r(q) = d_{j,0} + d_{0,j+1} + \sum_{k \le q} f_{j+1}(Q-k)p_{j+1,k} \quad (4.26)$$

Con una condición en la frontera $f_n(q) = d_{n,0,} q \in L_n$, dónde$S$ es un viaje a priori, q es el recordatorio de carga del vehículo después de completar el servicio del cliente j. $f_j(q)$ es el costo esperado del cliente j, $f_j^p(q)$ es el costo esperado de la ruta cuando el vehículo no regresa al depósito pero va al siguiente cliente y $f_j^r(q)$ es el costo esperado del vehículo cuando regresa al depósito para recargar producto.

Dónde:

$s = (0,1, \dots, n)$ es un tour a priori. Es un viaje donde se inicia con el depósito y visita solamente una vez a los clientes y regresa al depósito.

q es el recordatorio de carga del vehículo después de completar el servicio al cliente j.

$f_j(q)$ es el costo esperado desde el cliente j. (Si *j=0* entonces$f_0(q)$denota el costo esperado en el tour a priori).

$f_j^p(q)$ es el costo esperado de la ruta cuando el vehículo no regresa al depósito pero va al siguiente cliente.

$f_j^r(q)$ es el costo de esperado cuando el vehículo regresa al depósito para un resurtido preventivo.

En el ambiente aleatorio de las demandas del cliente, estas pueden que una solución factible se convierta en una solución no factible si la demanda final de cualquier ruta exceda la capacidad de carga del vehículo. Esta situación se le conoce cómo falla en la ruta, cuando ocurre es necesario introducir acciones correctivas para obtener una solución factible (Marinakis et al., 2014).

4.8 MÉTODOS DE SOLUCIÓN PARA EL PROBLEMA DE RUTEO

En esta sección se presentan los algoritmos utilizados para resolver el caso de estudio. Estos algoritmos son exactos y metaheurísticos.

4.8.1 MÉTODOS EXACTOS

Estos métodos exploran el espacio completo de soluciones que generaron, estos tipos de métodos no son muy usados cuando los problemas presentan más de 50 nodos o clientes y del tipo de restricciones además de que consumen una gran cantidad de recursos informáticos y porque van descartando una cantidad de soluciones dónde la óptima puede estar ahí,(Toth et al., 2002, Laporte, 2007, El-Sherbeny et al., 2010).

Ramificación y Poda (Branch and Bound)

Este método se puede representar como un árbol cuya raíz es el problema originaly cada rama puede ser una solución mejor que la anterior.

A cada nodo del árbol le corresponde buscar la solución óptima en el espacio de soluciones. En los nodos del árbol se lleva a cabo la poda para buscar la

solución, si la cota no es mejor que la solución previamente obtenida no es necesario explorar dicha zona y en caso contrario se deberá hacer.

La característica principal de este método es que un problema lo divide en subproblemas, pero a su vez para reducir el número de subproblemas primero se calcula una solución inicial que pasa a ser una solución factible inicial y posteriormente se van calculando las cotas de la solución óptima de los subproblemas; si el valor de la cota de la solución óptima de un problema no es mejor que la función objetivo, el subproblema se elimina o poda. El algoritmo finaliza cuando todas las cotas de los subproblemas no son mejores que el resultado de la función objetivo, (Pastor, 1999). En la figura 4.1 se muestra la forma en que el método de Ramificación y Poda va encontrando la solución óptima.

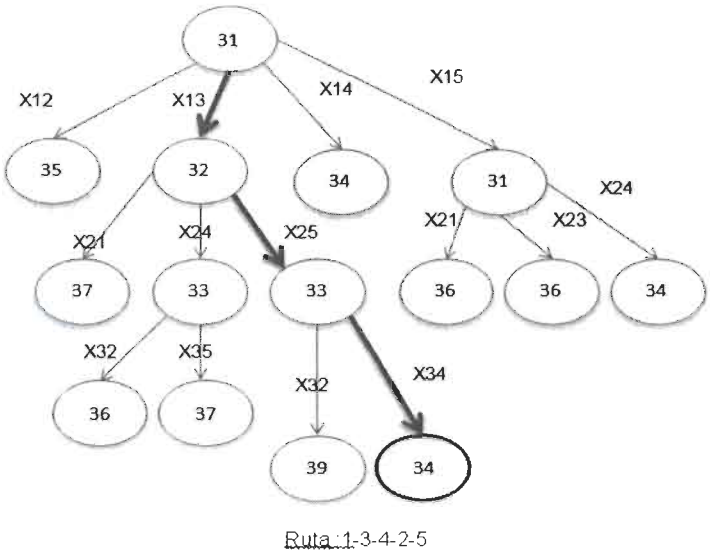

Figura 4.1 Método de Ramificación y Poda

4.8.2 MÉTODOS METAHEURÍSTICOS

Las metaheurísticas son estrategias inteligentes para mejorar procedimientos que realizan las heurísticas con un alto rendimiento, este término apareció en 1986 por Fred Glover sobre Búsqueda Tabú. Son procedimientos que tratan de encontrar la solución saliendo de los óptimos locales orientando, además de ser eficientes en la forma de encontrar soluciones cercanas la óptima, debido a que son son algoritmos de aproximacion y no deterministicos. Gendreau et al., (2005, 2008) y Griffis et al,.(2012) mencionan que las metaheurísticas se dividen en dos categorías: solución única (búsqueda local) y poblacional. Las metaheurísticas de búsqueda local explora suespacio de búsqueda de solución desde una cantidad de soluciones ya existentes hasta soluciones que pueden ser potencialmente buenas encontradas en la vecindad. Para las metaheurísticas basadas en búsqueda poblacional su solución se basa en el movimiento de puntos continuos evaluando una cantidad de soluciones, que son creadas previamente por otras soluciones, en caso de que las soluciones creadas sean mejores que las anteriores, estas últimas se desechan y el proceso sigue hasta que el tiempo o número de iteraciones se termina.

Entre los más usados se encuentran: Algoritmos Genéticos (GA por sus siglas en inglés) y Recocido Simulado (SA por sus siglas en inglés) y Colonia de Hormigas (ACO por sus siglas en inglés), (Toth et al., 2002).

Algoritmos Genéticos

Fue introducido por Holland en 1975, basa su búsqueda en recombinar una solución, su nombre nace en la imitación del proceso de evolución y utiliza la idea de la selección natural. Este algoritmo trabaja con una población de individuos que representan una solución factible para un problema determinado

asimismo a cada individuo se le asigna un valor relacionado con la bondad de dicha solución. Si un individuo se adapta mejor al problema, tendrá mayor posibilidad de ser seleccionado para reproducirse para cruzarse con otro individuo que fue seleccionado de la misma manera para producir mejores descendientes.

Caso contrario, si un individuo no logra adaptarse al problema tendrá menor posibilidad de que sea seleccionado para su reproducción.

De esta manera se crea una población nueva de individuos (posibles soluciones) que reemplazan a las soluciones anteriores dónde se favorece la propagación de las mejores soluciones durante las posteriores generaciones.

La forma de operar de los Algoritmos Genéticos es la siguiente:

- Población: En este proceso se genera la población inicial que estará constituida por un conjunto de cromosomas que representan las soluciones posibles, donde la forma más común de representar los individuos es $\{0,1\}$y se le aplicará una función de aptitud para saber la calidad de la solución que se creó. La función de aptitud debe ser diseñada para cada problema de manera especifica.
- Selección: En esta fase se seleccionan los padres de manera aleatoria y se utiliza un procedimiento que favorezca a los mejores individuos Se procede a seleccionar a los individuos que con mejor actitud para ser cruzados y generar la siguiente población. Para esto se utilizan los siguientes métodos: Ruleta: Las soluciones son seleccionadas de acuerdo con una fracción proporcional a su actitud. Se hace girar la ruleta *n* veces donde la probabilidad de selección de los individuos con mayor porcentaje otorgado en la ruleta, que es dado en proporción a su actitud, es más alta que los individuos que tienen una aptitud baja.

Torneo: Esta selección se basa en que la población es seleccionada en forma aleatoria para competir en pares, es decir, se puede competir un individuo con actitud baja contra uno que sea alta; y los ganadores serán los que tienen mayor aptitud. Recombinación o Cruce En este proceso se combinan los genes de las soluciones seleccionadas para generar una nueva solución. La idea general es que si se cruzan dos soluciones buenas, para generar una nueva solución ésta tendrá que ser mejor que las dos anteriores. Se seleccionan dos padres y se dividen sus cromosomas en una posición al azar para producir dos fenotipos iniciales y dos finales. Se intercambian esos fenotipos produciendo nuevos cromosomas. Ambos cromosomas heredan genes de cada uno de los padres. A este operador se le conoce como operador de cruce basado en un punto. Generalmente este operador no se aplica a todos los pares de individuos seleccionados para que se crucen si no que se realiza en forma al azar para tal fin con una probabilidad de cruce entre 0.5 y 1.0. En caso de optar que no se realice el operador de cruce la descendencia se obtiene duplicando los padres.

- Mutación: En este proceso se hace una pequeña perturbación aleatoria a la solución candidata, es decir a cada hijo de forma individual, cuyo objetivo es recuperar información que se perdió durante la búsqueda. Este operador asegura que ningún punto del espacio de búsqueda tenga probabilidad cero de ser examinado y asegura la convergencia del Algoritmo Genético.

La ventaja de este algoritmo es que exploran un sin número de soluciones. Su desventaja es que puede converger de manera prematura si un individuo que es más apto que la mayoría de los competidores.

Colonia de Hormigas

Esta metaheurística fue propuesta por Dorigo et al., 1997, simula la forma en que las hormigas buscan la ruta más corta entre su hormiguero y el alimento; esto se debe a que por medio de feromonas se va dejando un rastro para que las demás hormigas la sigan. Este rastro se evapora lentamente si la ruta trazada es más corta que otra. Las hormigas siguen el rastro de la feromona que no se ha evaporado y van dejando feromonas para que las demás hormigas la sigan. Para lograr esto el heurístico se basa en un modelo que busca reproducir el rastro de feromonas dejadas por las hormigas.

Cada hormiga artificial es un mecanismo de construcción de soluciones al problema que usa rastros de feromona τ que van cambiando con el tiempo para reflejar la experiencia adquirida en la resolución del problema. Además de información heurística η, sobre la instancia del problema.

En la aplicación del Problema de Ruteo, se asocia un valor de deseabilidad de visitar a la ciudad$J(\tau_{ij})$ por medio de la heurística $\eta = \frac{1}{d_{ij}}$dóndeη se le conoce como regla de visibilidad, cada nodo de la matriz de distancia tiene al obtener su inversa, es decir los nodos con mayor distancia al obtener su inversa se obtiene una visibilidad inferior en caso contrario si el nodo tiene una distancia menor, su inverso tiene una visibilidad mayor. d_{ij}, es la matriz de distancias, así como de la cantidad de feromona que existe en la ruta τ_{ij}. τ_{ij}son los rastros de la feromona que se deposita en la matriz de distancias.

Cada hormiga construye un tour de acuerdo a una regla de probabilidad de transición, donde la hormiga se encuentra en una ciudad ry decide ir a una ciudad s.Esta parte del proceso se rige por un modelo de probabilidad dóndeinterviene la función objetivo. Se da importancia a las rutas trazadas por

las hormigas cuyo objetivo es que las hormigas participen en una parte de la solución. La ecuación de la regla o función de probabilidad es la siguiente:

$$p_k(r,s) = \left[\frac{[\tau_{rs}]^{\alpha}.[\eta_{rs}]^{\beta}}{\sum_{u \in J_k(r)}[\tau_{ru}]^{\alpha}.[\eta_{ru}]^{\beta}}\right], \qquad si\ S \in J_k(\mathrm{r}) \tag{4.27}$$

Dónde:

- τ_{rs} es la feromona a del arco a_{rs}
- $J_k(r)$ es el conjunto de nodos alcanzables desde r no visitados aún por la hormiga k.
- η_{rs} es la información heurística del arco a_{rs}.
- $\alpha\ y\ \beta$ son dos parámetros que influencian la ruta que seguirán las hormigas en la matriz de feromonas y en la heurística η. Si α=0 la ciudad más cercana podrá serseleccionada. Si β=0 solamente se usará la matriz de feromonas, obteniendo resultados pobres.

Asimismo, la feromona cuenta con una evaporación para que cuando se haya encontrado el menor recorrido, es decir a menor recorrido mayor número cantidad de feromona. Esto se le conoce como Regla de actualización de la feromona, esta se establece para que las hormigas dejen feromonas mientras establecen rutas Para esto se debe agregar un factor de evaporación de la feromona para que en la ruta donde no vaya pasando las hormigas se vaya evaporando. Los valores de ese factor de evaporación,ρ, deben de oscilar entre 0<ρ<1. La ecuación de la regla o función de actualización de la feromona es la siguiente:

$$\tau_{rs}(t) = (1\text{-}\rho).\tau_{rs}(t-1) + \sum_{k=1}^{m} \Delta\, \tau_{rs}^{k} \tag{4.28}$$

Dónde

$$\Delta\ \tau_{rs}^{k} = \begin{cases} \frac{1}{C(S_k)}, si\ la\ hormiga\ k\ ha\ visitado\ el\ arco\ a_{rs} \\ 0, en\ otro\ caso \end{cases} \quad (4.29)$$

- $S_k$es el costo de la solución generada por la hormiga k, es decir la longitud del recorrido.
- m es el número de hormigas.
- $\Delta\ \boldsymbol{\tau}_{rs}^{k}$se le conoce como la cantidad depositada de feromona en el recorrido i a j.

Wang et al., 2005 calcula la cantidad de feromona depositada de la siguiente manera:

$$\Delta\ \tau_k(i,j) = \begin{cases} \frac{Q}{R+1}, Si\ (i,j)\ \epsilon\ pertenece\ a\ la\ secuencia\ de\ la\ hormiga\ k \\ 0, de\ otra\ manera \end{cases} \quad (4.30)$$

- Q es un número constante que se usa para ajustar el incremento de la feromona
- R es el número de reorientación de la iteración de la mejor secuencia.
- El valor de $(R+1)$ es el equivalente del total de la longitud del recorrido en el Problema del Agente Viajero

Recocido Simulado

Es una metaheurística bio-inspirada en la fundición de los metales, fue propuesta por S.Kirkpatrick et al., 1983 y Cerny, 1985. El proceso de recocido comienza cuando el metal se eleva a una alta temperatura donde los átomos se

van agrupando aleatoriamente. A esta temperatura el metal va cambiando su estructura de un estado sólido a líquido. Al momento de ir enfriando el metal, sus partículas permanecen altamente estructuradas en un sistema de baja energía cuando alcanza la temperatura final. El proceso de enfriamiento del metal debe ser lentamente y en forma gradual ya que si no se realiza de esa manera la cristalización del metal no se lleva a cabo o la dureza del metal no se hará en forma homogénea.

Por otro lado, en el proceso de búsqueda, la temperatura se va bajando lentamente y la probabilidad de aceptar una solución inferior va decreciendo. La búsqueda es predeterminada por una cantidad de iteraciones que considera un nuevas soluciones a cada nivel de temperatura y termina con un criterio de parada establecido previamente (temperatura final), (Griffis et al., 2012).

Además el procedimiento del Recocido Simulado comienza con una alta temperatura y se va disminuyendo hasta disminuir la temperatura cercana a cero $(T_f \approx 0)$. La temperatura va disminuyendo por medio de una función de enfriamiento que va desde la temperatura inicial(T_i) hasta la temperatura final. Esta función de enfriamiento se define cómo$\mathrm{T}_{\mathrm{k}+1} = \alpha * \mathrm{Tk}$, donde$T_k$ es el valor de la temperatura en el tiempo k y $\mathrm{T}_{\mathrm{k}+1}$ es el valor de la temperatura en el tiempo $k+1$ y se va decrementando por un factor de temperatura (α). Este factor, tiene un rango entre $0.7\ y\ 1.0$, lo que indica es que si se requiere un enfriamiento rápido ese factor deberá estar cercano a 0.70 y si se requiere un enfriamiento gradual deberá estar cercana a 1.0(Liñán et al., 2013).

El Recocido Simulado tiene dos ciclos: uno es cuando la temperatura va disminuyendo por medio del factor de enfriamiento. El segundo ciclo, conocido como Metrópolis, se da una solución inicial del estado del metal, S_i con un nivel de energía E_i.A partir de la solución inicial, se van va creando en forma

aleatoria nuevas soluciones S_j (éstas soluciones se crean realizando una pequeña permutación de la solución S_i) con niveles de energía E_j.

Si la diferencia de energía, $\Delta E = E_j - E_i$, es menor que cero ($\Delta E \leq 0$), la solución S_j se acepta como la mejor, es decir, substituye a S_i, caso contrario, si $\Delta E > 0$, la solución no es rechazada y se aplica un criterio de aceptación conocido cómo la probabilidad de Boltzmann.

$$\mathbf{P(\Delta E) = exp^{\left(-\Delta E / K_B T\right)}} \qquad (4.31)$$

DondeΔE es la diferencia de energías, K_B es la constante Boltzmann cuyo valor es de $1.38x10^{-16} ergs/K$, T es la temperatura del valor permutado. Cuando $P(\Delta E)$es mayor que un número aleatorio entre 0 y 1, S_j toma el lugar de S_i, caso contrario S_i sigue siendo la mejor solución.

La temperatura inicial se inicializa en un valor, k representa el número de iteraciones. El ciclo exterior se encarga de reducir la temperatura con el parámetro de reducción de temperatura, α. Dentro de este ciclo se encuentra el ciclo de Metrópolis, dónde el número de iteraciones va aumentando en uno y el valor de la temperatura va disminuyendo con la función de enfriamiento. El ciclo exterior se detiene cuando se termina el número de iteraciones.

La modificación puede ser aceptada si el parámetro, llamado temperatura es alto y su costo es bajo; el proceso se termina cuando se llega a la solución óptima (Gendreau et al., 2008).

La ventaja de este método es que no se queda en una solución óptima local además de que converge asintóticamente en el óptimo global, así como su

facilidad de usar en problemas con una cantidad larga de restricciones y se le puede agregar en forma sencilla otras.

4.9 ELEMENTOS UTILIZADOS EN UN VRP

Un problema de Trazo de Rutas Vehiculares consiste en una cantidad de clientes que se encuentran ubicados geográficamente en distintas áreas, un depósito central, que también se encuentra ubicado en un lugar específico y un conjunto de vehículos que forman una flota. En forma conjunta lo que se pretende crear es un conjunto de rutas de costo mínimo, que comiencen y terminen en un depósito, para que los vehículos visiten a los clientes.

4.9.1. CLIENTES

Cada cliente se encuentra ubicado en forma geográfica en un área determinada, en algunos casos lo clientes podrán ser trasladados de un lugar a otro como sucede en la transportación de personal, en otros casos los clientes podrán jugar el papel de proveedores y el vehículo los tendrá que visitar antes que a los clientes. Estos clientes cuentan con una demanda que puede ser conocida o no conocida, en algunos casos la demanda puede ser un servicio lo cual hace que cada cliente simplemente debe ser visitado por el vehículo. Otro caso, los clientes tienen un horario para ser visitados así como un tiempo de atención por parte del vehículo, conocido como ventana de tiempo. Generalmente los clientes tendrán que ser visitados durante el recorrido del vehículo y dicho recorrido tendrá que ser completado.

4.9.2 VEHÍCULOS

Los vehículos cuentan con una capacidad de carga que deberá ser mayor a la demanda total de todos los clientes de la ruta. En algunos casospodrán contar con diferentes compartimientos para los distintos tipos de productos, de modo que su capacidad de carga depende solamente del tipo de mercancia. Además

tiene un costo fijo en el que se incurrre al utilizarlo y uno variable que es proporcional a la distancia que recorre.Dependiendo de la capacidad de carga, se puede tener una flota que pueden ser homogéneas o heterogéneos. Generalmente se asume que un sólo vehículo recorra una sola ruta. Se toma como objetivo usar la menor cantidad de vehículos asi cómo el minimizar la distancia que se recorre.

4.9.3 DEPÓSITO

Los vehículos como las mercancias pueden estar ubicadas en los depósitos. En forma general la ruta comienza y termina en el depósito central. Los depósitos pueden tener una ventana de tiempo, es decir, un horario para ir por el vehículo y un horario para entregar el vehículo. En caso de multiple depósito, se tiene que tomar en cuenta capacidad máxima de producción o almacenaje y ubicación.

4.9.4 DISTANCIA EUCLIDEANA

En los problemas de trazo de rutas vehiculares, para obtener la distancia entre dos puntos en el plano XY, se utiliza la distancia euclidiana. Esta distancia se obtiene del teorema de Pitágoras, dónde cada punto tiene coordenadas (X, Y), por lo que la fórmula para obtener la distancia euclidiana será

$$d(P_1, P_2) = \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2} \tag{4.32}$$

4.10 SISTEMA DE INFORMACIÓN GEOGRÁFICA

La aplicación de los SIG en este caso es el de la creación de la ruta de servicio/entrega, localización de clientes, etc.

Los SIG se han utilizado para modelar y dar soluciones a los problemas de VRP dando una aproximación a la solución de dicho problema. (Peter Keenan, 2008).

Antes, es necesario entender en forma general cómo operan los sistemas. Previamente se necesitan tener datos evaluados y actualizados. La forma de almacenar esa información (base de datos) y que esta pueda ser vista en cualquier momento por el o los usuarios que tengan acceso a esta información.

Para el caso de los SIG, la forma de operar es el siguiente (Lapans et al., 2008): 1) Se capturan los datos, 2) Análisis de los datos y transformación, 3) Creación de información cartográfica. 4) Almacenamiento de datos, 5) Publicación de datos.

5.MODELO MATEMÁTICO Y METODOLOGÍA PROPUESTA

En este capítulo se muestra la metodología para resolver el problema que presenta el caso de estudio. También la representación matemática del caso de estudio así como la forma en que se resolvió.

5.1 METODOLOGÍA

Esta metodología comienza desde tener información de los elementos que constituyen la ruta de distribución de aceite automotriz hasta la aplicación del método de solución.

Los pasos de la metodología propuesta es la siguiente:

- Recolección de datos:

En esta etapa se recolectará toda la información referente al caso de estudio, debido a que es la parte primordial para solucionar el problema.

Los datos a recolectar son:

Dirección de los clientes:

La calle principal, entre que calles se encuentra el negocio, número exterior, colonia o código postal. Este dato es importante para ubicar en el Sistema de Información Geográfica y después obtener la matriz de distancias, C_{ij}, entre los clientes.

Demanda por clientes:

Esto se realiza con el fin de poder contar con información para pronosticar su demanda para el pedido correspondiente.

Capacidad de Carga del Vehículo (Q):

Este dato sirve cómo una restricción importante para realizar el algoritmo de solución ya que la suma total de la demanda de todos los clientes no podrá ser mayor a la capacidad de carga del vehículo.

- Análisis de los datos:

Los datos obtenidos de la dirección de los clientes se analizaran para saber si es posible utilizar un procedimiento conocido como "emparejamiento" o matcheo, por medio de mapas digitales y los datos de ubicación del cliente, se juntan tanto el mapa como la ubicación del cliente y forman un plano digital nuevo. Estos datos deberán ser normalizados, por ejemplo se deberá generar una base de datos que contenga el campo de: dirección del cliente, que deberá ser dividida en calle principal, entre que calles se encuentra, colonia, código postal y número telefónico. En caso de que no se puedan ubicar en el mapa digital, se tendrá que usar un sistema de posicionamiento global para obtener la latitud y longitud de la ubicación del cliente. Una vez ubicado a los clientes, se deberá de crear la matriz de distancia, utilizando la distancia Euclidiana.

De los datos de la demanda de los clientes se tendrá que trabajar en kilogramos debido a que la capacidad de carga del vehículo está en el mismo sistema de medidas. Así mismo se deberá analizar cliente por cliente el tipo de distribución que tiene cada serie de tiempo para aplicar qué tipo de serie de tiempo se usará y así poder pronosticar el valor 13, que será usado para crear la matriz de demanda. La matriz de demanda es muy similar a la matriz de distancia por cliente, solo que en la tercera columna se tiene el valor de la demanda pronosticada por cliente. Además se obtienen diferentes rutas a priori por parte de algún método exacto o de aproximación.

- Creación de la ruta a priori.

Para crear la ruta a priori se toma como base el modelo de TSP por medio de una permutación de todos los clientes que se tiene en la ruta y que minimice la distancia total del recorrido.

- Crear subrutas a partir de la ruta apriori

Una vez que se haya obtenido la ruta a priori tanto de la forma en que actualmente trabaja el caso de estudio (Situación Actual) como las obtenidas por los algoritmos de SA, ACO y AG, se procederá a la creación de las subrutas. La ruta a priori debe cumplir con las restricciones del modelo del VRP.

Se creará un modelo para optimizar las rutas de distribución usando el algoritmo de Recocido Simulado que incluya las características del Problema de Ruteo de Vehículos con demanda estocástica. Para esto se programarán dos algoritmos más: Algoritmo Genético y Colonia de Hormiga; esto es con el objetivo de ver qué algoritmos trabajan mejor con el modelo propuesto.

- Validación de las subrutas

Se validarán que las subrutas obtenidas cumplan con los resultados obtenidos del modelo y método de optimización propuesto para su obtención. Una vez validadas, se compararán el recorrido con el costo y el kilómetro recorrido de cada una de ellas. Al realizar la comparación se deberá tomar en cuenta la distancia del total de recorrido de las subrutas tanto de la Situación Actual con los resultados obtenidos de los diferentes algoritmos.

- Seleccionar el mejor recorrido.

En esta fase se deber seleccionar el mejor algoritmo que haya minimizado el recorrido total de las subrutas obtenidas.

- Implementar el recorrido.

En esta fase se deberá cambiar la forma de operar el recorrido.

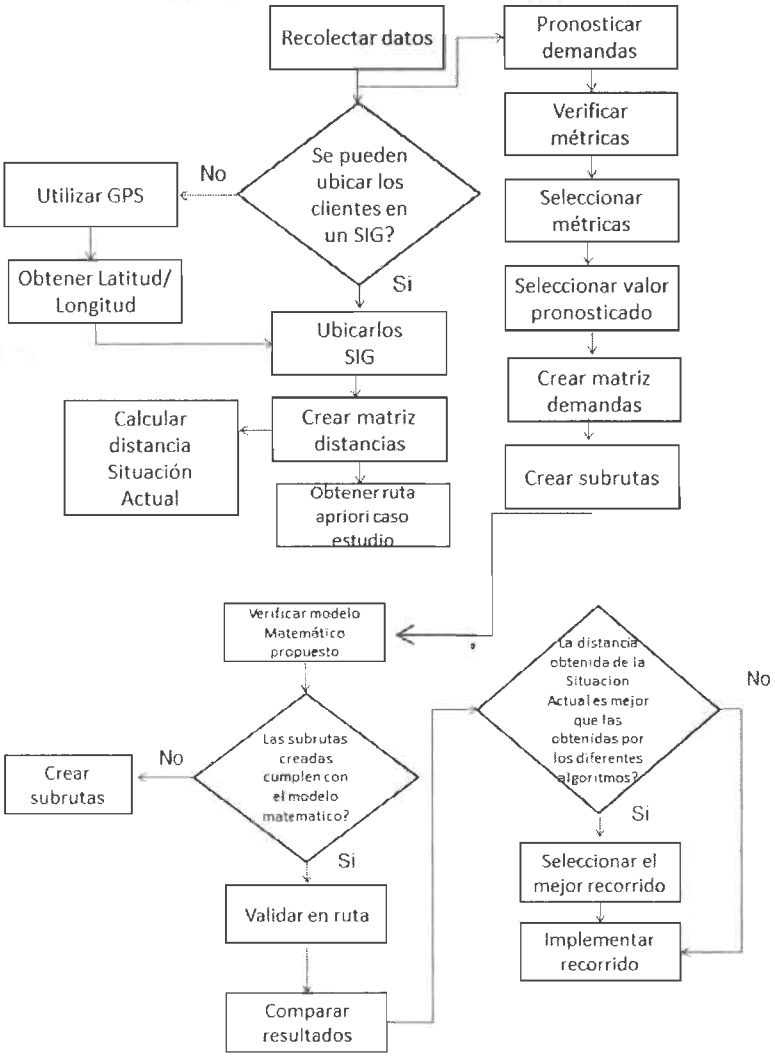

Figura 5.1. Diagrama de flujo-Metodología propuesta

5.2 MODELO MATEMÁTICO

Para resolver este problema se propone cómo modelo para el caso de estudio el planteamiento delProblema de Trazo de Rutas (VRP) mencionado por Toth et al., (2002), Marinakis et al.,(2014)además de que se permite que existan subrutas cuando la demanda de ir visitando a los clientes sea mayor que la capacidad del vehículo, tal y cómo lo expuso Dimitris J. Bertsimas (1992),Igualmente los clientes deberán ser visitados solamente una vez y no se permite regresar a visitar a un cliente previamente visitado.

Los supuestos propuestos para el caso de estudio son los siguientes:

5.2.1 OBTENCIÓN DE LA RUTA A PRIORI

- y es un vector que contiene la permutación no ordenada de los 23 clientes. Este vector se le conocerá cómo la ruta a priori. Los 23 clientes deben estar en la ruta a priori. Esta ruta se basará en el modelo del TSP.
- La ruta a priori deberá comenzar y terminar en el depósito central.
- X tomará el valor de la distancia que hay entre los clientes de la ruta a priori de la matriz de distancias.

$$y_0 = [0, y_1, y_2, y_3, \dots, y_{23}, 0] \tag{5.1}$$

$$\sum_{i=1}^{23} X_{i,(i+1)} \tag{5.2}$$

La ecuación 5.1 es la ruta a priori obtenida por cualquier algoritmo exacto o de aproximación además de que debe comenzar y terminar en depósito central. La ecuación 5.2 indica la suma de las distancias entre los 23 clientes de la ruta a priori.

5.2.2 OBTENCIÓN DE LAS DEMANDAS DE LOS CLIENTES.

- La demanda se analizará por cliente.
- Se analizará la forma de la tendencia de la demanda para aplicar algunos de los Métodos de pronósticos: Promedios Móviles, Suavizamiento Exponencial Simple, Doble o Triple.
- Las diferentes constantes de suavización: α, β, δ tendrán valores entre 0 y 1.
- Para conocer si la demanda pronosticada fue correcta se tomará en cuenta cada una de las métricas que miden los errores de los pronósticos: $\mathrm{MAPE}, \mathrm{MAD}, \mathrm{MSE}$.

5.2.3 MODELOS MATEMÁTICOS PARA LOS PRONÓSTICOS

Se utilizarán los métodos de pronósticos mencionados en el apartado 4.5 para calcular el valor del siguiente de la serie de tiempo.

5.2.4 MODELO MATEMÁTICO PARA OBTENER EL FACTOR DE COSTO POR KILÓMETRO RECORRIDO(FkmR)

Para la obtención del FkmR se necesita tener el costo por kilómetro recorrido, depreciación por kilómetro recorrido y sueldo del operador por kilómetro recorrido.

-Costo por Kilómetro recorrido($CkmR)

Para obtener este valor es necesario tener el rendimiento del vehículo(RV) y número de kilómetros recorridos por día(#Km x día), también se necesita el costo de litro de gasolina. A partir de esos datos, se obtiene los litros que recorre la ruta así como el costo por recorrer la ruta (CRR).

- Litros que recorre la ruta=

$$\frac{\#\text{Km x día}}{RV\frac{km}{lt}} = litros\ ruta \tag{5.3}$$

- $$\text{CRR} = \text{litros ruta} * \$\text{litro de gasolina.} \tag{5.4}$$

- $$\$\text{CkmR} = \frac{\text{CRR}}{\#\text{Km x día}} \tag{5.5}$$

-Depreciación del vehículo por kilómetro recorrido.

Para este cálculo se necesita el valor de la factura del vehículo así cómo los kilómetros que se recorren por día, así como el número de años de uso del vehículo.

$$\text{Depreciación por año del vehículo} = \frac{\text{Valor de factura del vehículo}}{\text{Número de años a usar del vehículo}} \tag{5.6}$$

$$\text{Depreciación por día del vehículo} = \frac{\text{Depreciación por año del vehículo}}{\text{número de días de uso por mes}} \tag{5.7}$$

$$\text{Depreciación por kilómetro del vehículo} \frac{\text{Depreciación por día del vehículo}}{\text{Km recorrido por día}} \tag{5.8}$$

-Cantidad de kilómetros de recorrido por el vendedor (#KmVendedor)

Se necesita tener el sueldo por día sin tomar en cuenta la comisión ya que ésta suele variar de acuerdo al porcentaje de venta por producto vendido.

$$\#\text{KmVendedor} = \frac{\text{Sueldo por día}}{\text{Km Recorridopor día}} \tag{5.9}$$

5.2.5 OBTENCIÓN DE LAS SUBRUTAS Y DISTANCIAS.

- Cada cliente tendrá una demanda.
- Si la suma de la demanda de los clientes que se visitan en la ruta a priori es mayor que la capacidad de carga del vehículo éste regresará al depósito central para volver a recargar y seguirá con el recorrido donde se quedó con el cliente no atendido.
- Ese regreso a recargar genera una subruta que se denominaraS_k;donde$k = \{1,2,..,n\}$ además de ser el número de subruta *y* $S = 1$.
- n es el número de clientes en la subruta.
- Cada subruta debe empezar y terminar en el depósito central.
- Xtomará el valor de la distancia que hay entre el cliente y el cliente de la matriz de distancias.

5.2.6 MODELO MATEMÁTICO PARA DIVIDIR LA RUTA A PRIORI EN SUBRUTAS Y OBTENER SUS DISTANCIAS.

$$\min S_k \sum_i^m X_{(y_i,(y_i+1))} * FKmR \tag{5.10}$$

Sujeto a:

$$\sum_{i=1}^n dY_i \geq Q \tag{5.11}$$

.: $[y_i, \dots, 0]\ recarga\ [y_0, \dots, y_{i+1}]$

$$S_k = [0, \ldots\ldots 0] \tag{5.12}$$

$$i \in S_k \tag{5.13}$$

La ecuación 5.10 es la función objetivo donde es la suma de la cada una de las distancias de las subrutas creadas. La ecuación 5.11 indica que si la suma de las demandas de los clientes es mayor a la capacidad de carga del vehículo, en el cliente donde hace que la demanda sea mayor en ese momento el vehículo regresará al depósito central a recargar el vehículo y continuará al siguiente cliente. La ecuación 5.12 menciona que cada subruta deberá comenzar y terminar en el depósito central. La ecuación 5.13 menciona que todos los clientes deberán estar incluidos en las subrutas.

6. DESARROLLO EXPERIMENTAL Y RESULTADOS

En este capítulo se presenta el desarrollo de la fase experimental, que incluye la recolección de los datos entregados por parte del caso de estudio además de los datos obtenidos en la visita de campo realizada además se presentan los resultados de los algoritmos metaheurísticos aplicados.

6.1. RECOLECCIÓN Y ANÁLISIS DE DATOS

En esta fase se obtuvo información de las direcciones de los diferentes clientes para poder ubicarlos geográficamente en un mapa digital por medio de un Sistema de Información Geográfica. En la tabla 6.1 se muestran la dirección de los clientes.

Tabla 6.1.-Dirección de clientes.

id Cliente	Dirección	id Cliente	Dirección	id Cliente	Cliente	Dirección
1	FRAGUA Y COSS	9	CAMPO REDONDO	17	cliente 17	ENTRADA LOMAS DE LOURDES
2	P. CÁRDENAS ANTES DE FRAGUA	10	OTILIO GONZÁLEZ Y PERIFÉRICO	18	cliente 18	ENTRADA LOMAS DE LOURDES
3	REFORMA	11	PROL. OTILIO GONZÁLEZ	19	cliente 19	CARR. A ZACATECAS FRENTE VARA GAS
4	REFORMA	12	PROL. OTILIO GONZÁLEZ	20	cliente 20	LOURDES
5	REFORMA	13	ABASOLO Y JUÁREZ	21	cliente 21	LOURDES
6	REFORMA	14	CASTELAR Y FRAGUA	22	cliente 22	LOURDES
7	REFORMA	15	PERIFÉRICO LLEGANDO A J. MERY	23	cliente 23	LOURDES
8	CAMPO REDONDO	16	CALLE 7 COL. GUERRERO	24	Depósito Central	VITO ALESSIO ROBLES

Se realizó el recorrido utilizando el GPS. La información obtenida se transfirió a un software de Sistema de Información Geográfica (SIG) para realizar el matcheo y obtener la distancia entre clientes.

En la tabla6.2 se muestra la ubicación de los clientes por medio de coordenadas de Latitud/Longitud.

Tabla 6.2.Ubicación Geográfica de los Clientes.

Cliente	Longitud x	Latitud y	Cliente	Longitud x	Latitud y	Cliente	Longitud x	Latitud y
0	-100.99806	25.45964	8	-100.985	25.43434	16	-100.985	25.42511
1	-100.99865	25.46605	9	-100.989	25.42853	17	-100.977	25.4259
2	-101.01585	25.46037	10	-100.99	25.42606	18	-100.972	25.42122
3	-101.01724	25.46448	11	-100.9885	25.426792	19	-100.978	25.42155
4	-101.01716	25.46439	12	-100.9881	25.427292	20	-100.977	25.42138
5	-101.02214	25.4526	13	-100.989	25.42853	21	-100.974	25.42138
6	-101.01136	25.43843	14	-100.988	25.42729	22	-100.979	25.40788
7	-101.00069	25.4328	15	-100.988	25.42769	23	-100.981	25.40567

Una vez que se ubicaron los clientes, se procedió a crear la matriz de distancias simétrica donde $C_{ij} = C_{ji}$.

La tabla6.3 muestra la matriz de distancia simétrica que se utilizará para el caso de estudio.

Tabla 6.3.- Matriz de distancias

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
0	10000	0.65	3.2	3.7	3.6	3.9	3.5	4.4	6.4	7.2	7.5	7.3	7.4	7.2	7.2	8.1	7.7	8.4	8.3	8	9.3	9.7	10	7.8
1	0.65	10000	3.4	3.9	4.1	3.5	3.5	4.6	6.6	8	7.8	7.5	7.6	7.5	7.4	8.3	7.9	8.5	8.5	8.2	9.5	9.8	10	7.9
2	3.2	3.4	10000	0.45	0.4	1.6	3.9	5	6.3	7.1	7.4	7.2	7.3	7.1	7	3	7.6	8.3	8.2	7.9	9.1	9.4	9.7	7.6
3	3.7	3.9	0.45	10000	0.02	2.1	4.4	5.6	6.8	7.6	8	7.7	7.8	7.7	7.6	8.5	8.3	8.8	8.8	8.4	9.7	10	10.3	8.1
4	3.6	4.1	0.4	0.02	10000	2.1	4.4	5.5	6.8	7.6	7.9	7.7	7.8	7.6	7.6	8.4	8.2	8.8	8.7	8.4	9.6	10	10.3	8.1
5	3.9	3.5	1.6	2.1	2.1	10000	2.2	3.4	6.6	4.8	5.1	5.4	5.1	5	5.7	8.2	7.9	8.5	8.6	8.2	9.2	9.7	10	7.9
6	3.5	3.5	3.9	4.4	4.4	2.2	10000	1.2	3.2	2.7	3	2.9	3	2.8	3.4	3.6	7.5	4.3	4.4	4.6	8.9	9.1	9.4	4.4
7	4.4	4.6	5	5.6	5.5	3.4	1.2	10000	2.1	1.6	1.4	1.6	1.4	1.4	1.8	2.7	4.6	2.3	2.3	3.5	4.5	4.6	4.9	2.9
8	6.4	6.6	6.3	6.8	6.8	6.6	3.2	2.1	10000	0.9	1.2	1.4	1.2	1	2	2.5	3.1	2.7	2.3	3.4	4.2	5.1	5.4	2.8
9	7.2	8	7.1	7.6	7.6	4.8	2.7	1.6	0.9	10000	0.3	0.5	0.3	0.12	0.7	1.4	2.3	1.6	1.7	1.9	3.3	4.3	4.6	1.7
10	7.5	7.8	7.4	8	7.9	5.1	3	1.4	1.2	0.3	10000	0.25	0.3	0.4	0.7	1.5	3	1.7	1.7	2	3	3.2	3.5	1.3
11	7.3	7.5	7.2	7.7	7.7	5.4	2.9	1.6	1.4	0.5	0.25	10000	0.06	0.14	0.4	1.3	2.8	1.5	1.5	1.7	3.1	3.3	3.6	1.5
12	7.4	7.6	7.3	7.9	7.8	5.1	2.9	1.4	1.2	0.3	0.3	0.06	10000	0.08	0.55	1.7	2.6	1.9	2	2.2	3.6	3.4	3.7	1.6
13	7.2	7.6	7.1	7.7	7.6	5	2.8	1.4	1	0.12	0.4	0.14	0.08	10000	0.55	1.3	2.8	1.5	1.6	1.8	3.2	3.3	3.6	1.5
14	7.2	7.4	7	7.6	7.6	5.7	3.4	1.8	2	0.7	0.7	0.4	0.55	0.55	10000	0.9	1.9	1	1	1.3	2.6	2.7	3	1.1
15	8.1	8.3	8	8.5	8.4	8.2	3.6	2.7	2.5	1.4	1.5	1.3	1.7	1.3	0.9	10000	0.35	0.6	0.55	0.85	2.4	2.6	2.9	0.25
16	7.7	7.9	7.6	8.3	8.2	7.9	7.5	4.6	3.1	2.9	3	2.8	2.6	2.8	1.9	0.35	10000	0.8	0.7	0.35	1.7	2.3	2.6	0.85
17	8.4	8.6	8.3	8.8	8.8	8.5	4.3	2.8	2.7	1.6	1.7	1.5	1.9	1.5	1	0.6	0.8	10000	0.06	0.45	1.8	2.3	2.6	0.8
18	8.3	8.5	8.2	8.8	8.7	8.6	4.4	2.9	2.8	1.7	1.7	1.5	2	1.6	1.1	0.55	0.7	0.06	10000	0.3	1.9	2.1	2.4	0.65
19	8	8.2	7.9	8.4	8.4	8.2	4.6	3.5	3.4	1.9	2	1.7	2.2	1.8	1.3	0.85	0.35	0.45	0.3	10000	1.8	2	2.3	0.75
20	9.3	9.5	9.1	9.7	9.6	9.2	8.9	4.5	4.2	3.3	3	3.1	3.6	3.2	2.6	2.4	1.7	1.8	1.9	1.8	10000	0.5	0.8	2.4
21	9.7	9.8	9.4	10	10	9.7	9.1	4.6	5.1	4.3	3.2	3.3	3.4	3.3	2.7	2.6	2.3	2.3	2.1	2	0.5	10000	0.3	3.6
22	10	10	9.7	10.3	10.3	10	9.4	4.9	5.4	4.6	3.5	3.6	3.7	3.6	3	2.9	2.5	2.5	2.4	2.3	0.8	0.3	10000	4.7
23	7.8	7.9	7.6	8.1	8.1	7.9	4.4	2.9	2.8	1.7	1.8	1.5	1.6	1.6	1.1	0.25	0.85	0.8	0.65	0.75	2.4	3.6	4.7	10000

Tomando los datos mencionados en el numeral 5.2.4, se puede observar que en la tabla 6.4 se tienen los siguientes datos utilizados para calcular el costo total por kilómetro recorrido.

Tabla 6.4.- Tabla de costos

Kilómetros máximos de recorrido por día	100 km
Rendimiento vehículo	11 km/lt
Costo por litro gasolina	$12.86 pesos
Costo por kilómetro recorrido	$1.16909 pesos
Sueldo por día vendedor por km	1
Depreciación vehículo por km	.8219
Costo total por kilómetro recorrido	**$3**

El valor obtenido de $3.00 m.n., se multiplicará por cada uno de los valores de la matriz de recorrido que va del cliente *i* al cliente *j*. En la tabla 6.5 se muestra la matriz de costos.

Tabla 6.5.- Matriz de costos

Cliente i	Cliente j	Kilómetro por cliente	costo en pesos por kilómetro		Cliente i	Cliente j	Kilómetro por cliente	costo en pesos por kilómetro
0	0	0	0	.	23	0	7.8	$23.40
0	1	0.65	$1.95	·	23	1	7.9	$23.70
0	2	3.2	$9.60	·	23	2	7.6	$22.80
0	3	3.7	$11.10	·	23	3	8.1	$24.30
0	4	3.6	$10.80	·	23	4	8.1	$24.30
0	5	3.9	$11.70	·	23	5	7.9	$23.70
0	6	3.5	$10.50	·	23	6	4.4	$13.20
0	7	4.4	$13.20	·	23	7	2.9	$8.70
0	8	6.4	$19.20	·	23	8	2.8	$8.40
0	9	7.2	$21.60	·	23	9	1.7	$5.10
0	10	7.5	$22.50	·	23	10	1.8	$5.40
...	...	...	...		...	...	...	...

Se recolectó la demanda mensual de consumo en pesos mexicanos durante un año de los 23 clientes. La tabla 6.6muestra la demanda mensual por cliente.

Tabla 6.6.-Demanda mensual por cliente.

Mes	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre
Cliente												
1	0	0	0	0	1574.5	0	0	0	0	786	0	656.25
2	2690.35	558.6	1676.59	1958.52	2134	0	0	799.77	0	2099.6	0	3021.01
3	1169.59	1402.52	1955.75	323.82	2013.93	1640.4	640.24	0	1308.02	1686.15	0	0
4	307.75	0	0	161.91	486.96	0	522.48	0	559.8	0	0	0
5	0	3254.52	3759	0	0	0	2367.4	1934.4	967.2	0	0	1742.4
6	0	0	0	0	1568.4	0	0	0	0	1703.56	1608.1	1568.4
7	329.28	0	2993.84	1920.22	0	0	0	2907.17	1309.48	3527.64	1309.48	0
8	631.46	708.92	0	631.46	0	0	0	0	0	0	0	0
9	6127.54	0	12761.21	4891.44	599.1	0	4996.38	4620.48	1198.2	2713.6	8364.86	4052.46
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	516.6
11	2113.56	11566.56	0	658.56	1886.18	0	0	0	0	0	0	0
12	1127.52	0	512.04	0	522.48	0	535.32	597.74	0	854.8	0	0
13	25.6667	25.6667	25.6667	25.6667	25.6667	25.6667	25.6667	25.6667	25.6667	25.6667	25.6667	25.6667
14	2166.51	708.92	3621.72	5718.07	0	0	7540.05	0	3129	4192.22	0	0
15	0	2791.18	3437.82	3039.24	1568.4	2839	4008	1568.4	1568.4	4705.2	5694.4	1568.4
16	1013.76	4047.15	1571.83	1530.89	0	940.8	2655.08	967.2	0	4098.44	0	0
17	0	0	1439.8	0	728.31	0	0	741.64	0	0	728.31	0
18	687.21	1603.8	990	0	1587.49	0	0	0	0	0	0	0
19	1982.52	1486.92	1486.92	15304.13	0	728.31	0	0	728.31	12865.33	0	728.31
20	0	0	1267.64	646.5	0	0	0	0	0	4061.08	0	4520.6
21	0	0	0	0	0	0	0	0	640.24	0	0	0
22	708.92	1444.34	0	2321.93	0	1444.34	3515.24	2862.18	722.17	1444.34	0	722.17
23	0	0	0	0	0	0	0	599.1	1300	0	0	0

Estas demandas se tomaron como una serie de tiempo por cada cliente, ya que representan una serie de valores de demanda en un determinado tiempo asimismo los clientes no tienen relación entre ellos, se realizó la suavización exponencial por cada cliente para poder determinar el pronóstico.

Se realizó la comparación entre promedios móviles, suavización exponencial Simple, Doble y Triple.

Se aplicó el método de suavización exponencial se realizó para cada cliente y se obtuvieron las métricas MAPE, MAD y MSDde cada uno de los métodos. Se obtuvieron los diferentes valores de las métricas y se seleccionó el que tiene menor valor.

La tabla 6.7 muestra el resultado de los diferentes métodos de suavización exponencial.

Tabla 6.7-Resultados de diferentes métodos de suavización exponencial

Cliente	Método	Valor pronosticado	Cliente	Método	Valor	Cliente	Método	Valor
0			8	S. Simple	4.4	16	S. Simple	1217.8
1	S. Doble	440.6	9	S. Doble	4151.4	17	S. Simple	328.4
2	S. Triple	929.8	10	Tiene un solo dato	25.7	18	P. Móviles	0
3	S. Triple	141.15	11	S. Triple	0	19	S. Simple	364.2
4	S. Doble	43.8	12	P. Móviles	0	20	S. Simple	2260.3
5	S. Simple	1016.8	13	Tiene una demanda constante	25.7	21	Tiene un solo dato	640.2
6	S. Simple	1395.5	14	S. Doble	1715.9	22	S. Simple	1160
7	P. Móviles	654.7	15	S. Simple	2992.7	23	S. Simple	637.8

Como se mencionó con anterioridad, estos valores pronosticados presentan un caso atípico para usarse en el modelo propuesto para resolver el caso de estudio debido a que los clientes 11, 12 y 18, con sus métodos se pronosticaron un valor igual a 0 para el valor 13 del periodo. Para tal fin, se compararon otros valores pronosticados junto con sus métricas otras y se tomó el valor de menor error de la métrica para cada cliente. Los valores de las demandas obtenidas de los clientes 11, 12 y 18 se muestran en la siguiente tabla 6.8.

Tabla 6.8.- Valores pronosticados para clientes 11,12 y 18.

Cliente	Métrica	S Simple	Pronóstico	S. Doble	Pronóstico	S. Triple	Pronóstico
11	MAPE	94	986.102	1261	20523.3	47	0
	MAD	2163		19063		342	
	MSD	10683906		398579958		138690	
12	MAPE	51	298.131	70	163.926	140	-51.9059
	MAD	336		424		520	
	MSD	162773		203887		477564	
18	MAPE	35	53.4291	55	-314.809	75	-525.668
	MAD	479		413		487	
	MSD	360710		264924		403696	

En la tabla 6.9 se pueden observar los valores de las demandas de cada uno de los clientes que se usaron para el trazo de las rutas. Los valores obtenidos son cercanos a las demandas solicitadas mensualmente por los clientes.

Tabla 6.9.-Demandas pronosticadas

Cliente	Demanda	Cliente	Demanda	Cliente	Demanda
0	0	8	4.41422	16	1217.85
1	440.606	9	4151.45	17	328.467
2	929.893	10	25.6667	18	53.4291
3	141.15	11	986.102	19	364.155
4	43.8612	12	298.131	20	2260.3
5	1016.84	13	25.6667	21	640.24
6	1395.55	14	1715.96	22	1160
7	654.74	15	2992.75	23	637.824

Como parte de la recolección de datos, se obtuvo la distancia total del recorrido original del caso de estudio, esto se realizó para tener un comparativo de los resultados de cada algoritmo. Además se crearon las subrutas del caso de estudio tomando en cuenta las demandas pronosticadas para cada uno de los 23 clientes.

La tabla 6.10 muestra la distancia recorrida por el caso de estudio. La forma en que se obtiene el recorrido, es en la forma en que originalmente van visitando a los clientes, se calculó la distancia utilizando el GPS.

Tabla 6.10. Distancia total del recorrido

	Ruta a priori	Distancia Recorrida en kilómetros	Costo
Situación Actual	0-1-2-3-4-5-6-7-8-9-10-11-12-13-14-15-16-17-18-19-20-21-22-23-0	32.37	97.11

La tabla 6.11 muestra la distancia total de las subrutas obtenidas para el caso de estudio. Se tomó en cuenta las demandas pronosticadas para realizar dicho cálculo.

Tabla 6.11 Distancia total en kilómetros de las subrutas la Situación Actual

Subruta	Recorrido	Distancia Km	Costo (peso)	Subruta	Recorrido	Distancia Km	Costo (pesos)
S1	0-1-2-3-4-5-6-0	12.32	37.08	S4	0-11-12-13-14-0	15.19	45.57
S2	0-7-8-0	12.9	38.7	S5	0-15-16-0	16.75	50.25
S3	0-9-10-0	7.5	22.5	S6	0-17-18-19-20-21-0	20.76	62.28
				S7	0-22-23-0	22.5	67.5
Total Recorrido: 107.92 kilómetros				**Costo total en pesos: $323.76 pesos**			

6.2. EXPERIMENTACIÓN CON DIFERENTES ALGORITMOS

Se hizo una optimización para encontrar el recorrido que minimice la distancia total tomando en cuenta la capacidad de carga del vehículo así como la demanda pronosticada que se puede ver en la tabla 6.9.

Se aplicó el algoritmo de Ramificación y Poda para obtener la distancia óptima así como la cantidad y valor del total de las subrutas.

Para representar la población de la secuencia de las rutas, se propuso representar cada una de ellas por medio de la "Representación Basada en la Trayectoria" o *"Path Representation"*, aquí los clientes que serán visitados se colocan en una lista de cómo se realizará el recorrido de visita a los clientes, donde se visita el cliente i al cliente j y en ese momento este cliente se convierte en i para desplazarse al siguiente cliente j. Para el caso de estudio,es mejor esta forma de visualizar el recorrido debido a que la representación binaria puede haber una cadena de bits que no forme un cliente, por ejemplo si se tiene el recorrido $1-2-3-4-5-6$ al momento de transformarlo a binaria se obtiene (000001010011100101) pero el conjunto de bits $110\ y\ 111$ no representan ningún cliente, (P. Larrañaga et al., 1999).

6.2.1. EXPERIMENTACIÓN CON RAMIFICACIÓN Y PODA

Este algoritmo realiza la exploración de toda la permutación del espacio de soluciones para obtener el óptimo global que minimice la distancia del recorrido de cada una de las subrutas. En la tabla 16 se muestra la ruta a priori obtenida por el algoritmo de Ramificación y Poda.

Tabla 6.12-Ruta a priori obtenida por Ramificación y Poda.

Algoritmo	Ruta a priori	Distancia Recorrida en kilómetros	Costo
Ramificación y Poda	0 -1- 7- 10- 12- 11- 14- 17- 18- 19- 22- 21- 20- 16- 23- 15- 13- 9- 8- 6- 5- 2- 4- 3- 0	28.11	84.33

En la tabla 6.13 se muestra el resultado de las subrutas obtenidas por el algoritmo de Ramificación y Poda.

Tabla 6.13.-Distancia total de las subrutas por Ramificación y Poda.

Subruta	Recorrido	Distancia Km	Costo (peso)	Subruta	Recorrido	Distancia Km	Costo (peso)
S1	0-1-7-10-12-11-14-17-0	16.81	50.43	S4	0-15-13-0	16.6	49.8
S2	0-18-19-22-21-20-0	21	63	S5	0-9-8-0	14.5	43.5
S3	0-16-23-0	16.35	49.05	S6	0-6-5-2-4-3-0	11.42	34.26
Total Recorrido: 96.68 kilómetros				**Costo total en pesos: $290.04 pesos**			

6.2.2 EXPERIMENTACIÓN CON ALGORITMO GENÉTICO

Para la utilización de este algoritmo, se creó una población inicial de 200 individuos en forma aleatoria, tal y como lo menciono Baker et al., 2003. La forma de representación de cada individuo en forma de trayectoria o *Path Representation,*donde cada uno de ellos comienza y termina en el depósito central, cuyo valor es 0.

Cada individuo contiene una cadena combinada de 23 números donde cada uno de ellos representa un conjunto de $(m\,X\,n)$ soluciones posibles. La matriz de población inicial es de $(200\,X\,25)$, donde el valor 25 incluye que el recorrido comienza y termina en el depósito central, cuyo valor es 0.

Se utilizó una selección elitista para eliminar la mitad de la población que no resulta eficiente además de que se usó una probabilidad de reproducción de 0.8. En la fase de mutación se utilizó una probabilidad mutación de 0.1 con el operador mutación de cambio o *Exchange Mutation,* esta mutación toma en forma aleatoria dos posiciones de la cadena de individuos y genera una nueva cadena cambiándolas de posición (Deep et al., 2011)

Esta operación se realizó 350 veces para encontrar la solución que minimice el costo de recorrido.

En esta fase del experimento se usó los datos de que se muestran en la Tabla 6.3, que es la matriz de distancias entre nodos además de las demandas pronosticadas. Para realizar el cálculo de las subrutas tomando en cuenta la demanda, primero se realizó un recorrido sin tomarla en cuenta, posteriormente la ruta se fue dividendo de acuerdo a la capacidad de carga de cada cliente, es decir si los nodos que van recorriendo, la demanda total de cada nodo recorrido es menor que la capacidad de carga del vehículo, se sigue realizando el

recorrido hasta encontrar un nodo cuya demanda sumada a la demanda total de los nodos anteriores sea mayor a la capacidad de carga del vehículo, en el recorrido se termina sin tomar en cuenta la demanda del nodo.

Al aplicar el Algoritmo Genético se obtuvo una distancia de 28.1 kilómetros de recorrido total, obteniendo cómo mejor ruta a priori. La tabla 6.14 muestra la ruta a priori obtenida por AG.

Tabla 6.14.-Ruta a priori obtenida por Algoritmo Genético.

Algoritmo utilizado	Ruta a priori obtenida	Distancia Recorrida	Costo (pesos)
Algoritmo Genético	0-3-4-2-5-6-7-8-10-14-11-12-13-19-20-21-22-16-23-15-17-18-9-1-0	28.17	84.51

Tomando en cuenta la capacidad de carga del vehículo y la demanda de los clientes se obtuvieron las siguientes subrutas que se pueden observar en la tabla 6.15.

Tabla 6.15.-Recorrido obtenido con subrutas AG.

Subruta	Recorrido	Distancia Km	Costo peso	Subruta	Recorrido	Distancia Km	Costo (peso)
S1	0-2-3-4-5-6-7	13.57	40.71	S4	0-15-0	16.2	48.6
S2	0-11-14-12-23-17-18-0	19.01	57.03	S5	0-20-21-22-10-13-8-0	21.4	64.2
S3	0-16-19-0	16.05	48.15	S6	0-9-0	14.4	43.2
				S7	0-1-0	1.3	3.9
Total Recorrido: 101.93 kilómetros				**Costo total en pesos: $305.79 pesos**			

6.2.3 EXPERIMENTACIÓN CON RECOCIDO SIMULADO

Se utilizó el algoritmo propuesto por Liñan et al., 2013 dónde utilizaron el Recocido Simulado para crear rutas con demanda estocástica.

Los parámetros de este algoritmo fueron la $ti = 10000$, una $tf = 0.00001$y un factor de enfriamiento $\alpha = .99989$, además de que se estableció un criterio de parada de 500 iteraciones. Este algoritmo generó en forma inicial una ruta en forma aleatoria y se va mejorando de acuerdo al algoritmo de Metrópolis.

La solución inicial es permutada con la mutación Exchange, ya que la solución inicial de este algoritmo, se creó un recorrido inicial en forma aleatoria con su recorrido total, tomando en cuenta la demanda por cada cliente. Para realizar el cálculo de las subrutas con dicha demanda, primero se creó un recorrido sin ella, posteriormente la ruta se fue dividiendo de acuerdo a la capacidad de carga de cada cliente, es decir, si los nodos que van recorriendo la demanda total de cada nodo recorrido es menor que la capacidad de carga del vehículo, se sigue realizando el recorrido hasta encontrar un nodo cuya demanda sumada a la demanda total de los nodos anteriores sea mayor a la capacidad de carga del vehículo, de este modo se termina el recorrido y se regresa al depósito central para volver a cargar el vehículo y seguir con el cliente donde se quedó.

En esta fase del experimento se usaron los datosque se muestran en la tabla 6.3, que es la matriz de distancias entre nodos, además de las demandas pronosticadas.

Al aplicar el Recocido Simulado se obtuvo una distancia 47.52 kilómetros de recorrido total que se muestra en la tabla 6.16.

Tabla 6.16.-Ruta a priori obtenida por Recocido Simulado.

Algoritmo utilizado	Ruta a priori obtenida	Distancia Recorrida	Costo (pesos)
Recocido Simulado	0-3-2-4-5-7-12-22-20-16-21-18-23-6-8-19-17-10-15-14-11-9-13-1-0	47.52	142.56

Se realizó el cálculo de las subrutas tomando en cuenta la capacidad de carga del vehículo y la demanda de los clientes. Las subrutas obtenidas se pueden observar en la tabla 6.17.

Tabla 6.17-Recorrido obtenido con subrutas por Recocido Simulado.

Subruta	Recorrido	Distancia Km	Costo (peso)	Subruta	Recorrido	Distancia Km	Costo (peso)
S1	0-3-2-4-5-7-12-22-0	25.15	75.45	S4	0-15-0	16.2	48.6
S2	0-20-16-21-18-0	23.7	71.1	S5	0-14-11-9-13-0	15.42	46.26
S3	0-23-6-8-19-17-10-0	28.45	85.35	S6	0-1-0	1.3	3.9
Total Recorrido: 110. 02 kilómetros				**Costo total en pesos: $330.66**			

6.2.4 EXPERIMENTACIÓN CON COLONIA DE HORMIGAS

Se utilizó el algoritmo propuesto por Dorigo et al., 1997 y Wang et al., 2005 para resolver el problema de trazo de rutas con demanda estocástica.

Los parámetros de este algoritmo fueron un valor inicial de evaporación de la feromona de $po = 0.5, \alpha = 1, \beta = 2, \gamma = 0.99986$, con un número de cantidad de 1000 recorridos generados con total de 25 hormigas que representan la cantidad de ciudades que se tiene por cada recorrido y número de iteraciones igual a 70, una constante usada para incrementar la feromona$Q = 1$ además de un valor inicial de la feromona $\tau_0 = 1$.

Al usar este algoritmo no se usó ninguna mutación.

Al aplicar el Algoritmo de Colonia de Hormigas se obtuvo una distancia 56.96kilómetros de recorrido total. La tabla 6.18 muestra la forma en que se debe visitar los clientes de la ruta a priori.

Tabla 6.18.-Ruta a priori obtenida por Colonia de Hormiga.

Algoritmo utilizado	Ruta a priori obtenida	Distancia Recorrida	Costo (pesos)
Colonia de Hormigas	0-1-5-9-7-10-17-11-12-6-2-3-4-23-22-20-19-15-14-16-21-18-8-13- 0	56.96	170.88

Se procedió a realizar el cálculo de las subrutas tomando en cuenta la capacidad de carga del vehículo y la demanda de los clientes se obtuvieron las siguientes subrutas que se pueden observar en la tabla 6.19.

Tabla 6.19.-Recorrido obtenido con subrutas por Colonia de Hormigas.

Subruta	Recorrido	Distancia Km	Costo peso	Subruta	Recorrido	Distancia Km	Costo peso
S1	0-1-0	1.3	3.9	S4	0-12-6-2-3-4-23-0	30.57	91.71
S2	0-5-0	7.8	23.4	S5	0-22-20-0	20.1	60.3
S3	0-9-7-10-17-11-0	20.7	62.1	S6	0-19-0	16	48
				S7	0-15-14-16-21-18-8-13-0	26.3	78.9
Total Recorrido: 122.77 kilómetros				**Costo total en pesos: $368.71 pesos**			

6.3. VALIDACIÓN DE RESULTADOS

Se validaron los resultados de cada una de las subrutas obtenidas con los diferentes algoritmos utilizados en la fase experimental. En esta fase se recorrió cada una de las subrutas obtenidas del caso de estudio así como los algoritmos utilizados para encontrar la ruta a priori. Además se utilizó la función de rastreo o "tracking" del GPS para trazar la ruta y distancia que recorrió el vehículo. Una vez obtenida la distancia recorrida se procedió a obtener el valor de cada una de las subrutas utilizando el Costo total por kilómetro recorrido que es de $3 pesos.

Tabla 6.20.-Subrutas caso de estudio

Subruta	Recorrido	Distancia Km	Costo peso	Subruta	Recorrido	Distancia Km	Costo pesos
S1	0-1-2-3-4-5-6-0	12.32	37.08	S4	0-11-12-13-14-0	15.19	45.57
S2	0-7-8-0	12.9	38.7	S5	0-15-16-0	16.75	50.25
S3	0-9-10-0	7.5	22.5	S6	0-17-18-19-20-21-0	20.76	62.28
				S7	0-22-23-0	22.5	67.5
Total Recorrido: 107.92 kilómetros				**Costo total en pesos: $323.76 pesos**			

Tabla 6.21.-Subrutas con Ramificación y Poda

Subruta	Recorrido	Distancia Km	Costo peso	Subruta	Recorrido	Distancia Km	Costo peso
S1	0-1-7-10-12-11-14-17-0	16.81	50.43	S4	0-15-13-0	16.6	49.8
S2	0-18-19-22-21-20-0	21	63	S5	0-9-8-0	14.5	43.5
S3	0-16-23-0	16.35	49.05	S6	0-6-5-2-4-3-0	11.42	34.26
Total Recorrido: 96.68 kilómetros				**Costo total en pesos: $290.04 pesos**			

Tabla 6.22.-Subrutas con Algoritmo Genético

Subruta	Recorrido	Distanci a Km	Costo peso	Subruta	Recorrido	Distanci a Km	Costo peso
S1	0-2-3-4-5-6-7	13.57	40.71	S4	0-15-0	16.2	48.6
S2	0-11-14-12-23-17-18-0	19.01	57.03	S5	0-20-21-22-10-13-8-0	21.4	64.2
S3	0-16-19-0	16.05	48.15	S6	0-9-0	14.4	43.2
				S7	0-1-0	1.3	3.9
Total Recorrido: 101.93 kilómetros				**Costo total en pesos: $305.79 pesos**			

Tabla 6.23-Subrutas con Recocido Simulado

Subruta	Recorrido	Distanci a Km	Costo peso	Subruta	Recorrido	Distanci a Km	Costo peso
S1	0-3-2-4-5-7-12-22-0	25.15	75.45	S4	0-15-0	16.2	48.6
S2	0-20-16-21-18-0	23.7	71.1	S5	0-14-11-9-13-0	15.42	46.26
S3	0-23-6-8-19-17-10-0	28.45	85.35	S6	0-1-0	1.3	3.9
Total Recorrido: 110. 02 kilómetros				**Costo total en pesos: $330.66**			

Tabla 6.24.-Subrutas con Colonia de Hormigas

Subruta	Recorrido	Distancia Km	Costo peso	Subruta	Recorrido	Distancia Km	Costo peso
S1	0-1-0	1.3	3.9	S4	0-12-6-2-3-4-23-0	30.57	91.71
S2	0-5-0	7.8	23.4	S5	0-22-20-0	20.1	60.3
S3	0-9-7-10-17-11-0	20.7	62.1	S6	0-19-0	16	48
				S7	0-15-14-16-21-18-8-13-0	26.3	78.9
Total Recorrido: 122.77 kilómetros				**Costo total en pesos: $368.71 pesos**			

7. CONCLUSIONES

El problema de trazo de rutas vehiculares con demanda estocástica es considerado como uno de los problemas de optimización más difícil de resolver debido al ambiente incierto que rodea a este problema.

Se han propuesto diferentes métodos de solución para resolver esta variante del VRP, entre los cuales se encuentra el propuesto por Christiansen et al.,2007 que utilizó L-Shaped o la heurística que propuso Dimitris J. Bertsimas en 1992, donde concluye que es necesario tomar en cuenta las rutas a priori sin tener que generar subrutas así como el uso de la metaheurística de Partículas de Enjambres propuesto por Moghaddam et al.,2012 y Marinakis et al.,2014 además de Algoritmos Híbridos propuestos por Ismail et al., en 2008, Liñán et al., 2013 y Galván et al., 2013.

En esta tesis se presenta la solución de un caso de estudio de optimización de una ruta de distribución de aceite automotriz de 23 clientes cuya característica principal es que se tiene una demanda estocástica además se aplicó el modelo matemático del VRP para solucionar el caso de estudio VRP y se tomó en cuenta la ubicación geográfica de cada uno de los clientes para obtener la matriz de distancias. Además de utilizar datos reales para el cálculo del pronóstico de la demanda de cada uno de los clientes ya que en muchos de los documentos científicos no usan datos reales, (Moghaddam et al., en 2012 y Marinakis et al., en 2014)

Se tomó en cuenta la propuesta A de Dimitris J. Bertsimas, en 1992, donde menciona que para calcular las subrutas obtenidas de la ruta a priori, al ir visitando cada uno de los clientes al momento en que la demanda de los clientes sea mayor que la capacidad de carga del vehículo, se tendrá que

regresar al depósito central para volver a recargar el vehículo, este regreso se tomó en cuenta ya que genera un costo extra.

Igualmente se propuso el uso de un método exacto así como tres algoritmos bioinspirados diferentes a lo propuesto por Marinakis et al., en 2014, ya que como comento en su trabajo de investigación por lo siguiente: *"Nuestro trabajo futuro se enfocará en dos direcciones. Una dirección será solucionar el VRP con demanda estocástica utilizando otra técnica inspirada en la naturaleza como Algoritmo de Selección Clonal, Optimización con apareamiento de colonia de abejas, etc., la otra dirección será el del aplicar el algoritmo propuesto en problemas más complicados como Problema Rutas Vehiculares con Demanda Estocástica y Ventana de Tiempo o Problema de Rutas Vehiculares Dinámico"*, por tal motivo se utilizaron y compararon las metaheurísticas de Algoritmo Genético, Recocido Simulado y Colonia de Hormigas.

Con el desarrollo de este trabajo se pudo contestar las preguntas de investigación acertadamente ya que se pudo desarrollar un modelo que permitió la creación de subrutas a partir de una ruta principal, tomando en cuenta la cantidad de clientes a visitar incluyendo el depósito central y tomando en cuenta las restricciones que contempla el VRP. Una vez obtenida la ruta a priori, se aplicó el modelo para la obtención de subrutas donde cada subruta debe comenzar y terminar en el depósito central además de tomar en consideración la estrategia A que propone Dimitris J. Bertsimas además de que todos los clientes tienen que estar incluidos en alguna de las subrutas. Por último, se creó un modelo para obtener el factor de costo por kilómetro recorrido tomando en cuenta el costo por kilómetro recorrido, depreciación por kilómetro recorrido y sueldo del operador por kilómetro recorrido, tal y como se menciona en el apartado 5.1. Además se pronosticaron las demandas de cada uno de los clientes por medio de la utilización de Series de Tiempo aplicando cada uno de los métodos de pronósticos que se mencionaron en el apartado 4.5 y se

seleccionó el mejor método por medio de los valores obtenidos de las diferentes métricas que se mencionan en el mismo apartado.Por último, se validaron los resultados obtenidos en esta tesis de investigación, en campo comparando cada uno de los resultados logrados por los diferentes algoritmos así como los valores del caso de estudio. En esta fase, el algoritmo de Ramificación y Poda, que es un método exacto así como AG, algoritmo poblacional, ambos obtuvieron una distancia a priori muy cercana entre ambos solamente con una diferencia de 6 metros además de mejorar la distancia que presentó el caso de estudio. También se aplicó el algoritmo de Recocido Simulado para encontrar la distancia total del recorrido. Este algoritmo tiene la característica de mejorar una solución previamente dada. Se generó una ruta aleatoria de recorrido como solución inicial. Dentro del Ciclo de Metrópolis, se aplicó un pequeño cambio en la solución inicial que fue el intercambio de dos posiciones para permutar la solución inicial y evitar que el Recocido Simulado caiga en óptimos locales. Se observó que al tener un factor de enfriamiento cercano a uno, se generó una mejoría en la solución inicial ya que como el proceso de enfriamiento es lento se van teniendo mejores soluciones. Este algoritmo no pudo superar al Algoritmo Genético. También se usó el Algoritmo de Colonia de Hormigas, debido a que este algoritmo genera nuevas rutas de una serie de rutas previamente dadas. Se aplicó un decaimiento de la feromona cercano a uno para generar buenas soluciones, este algoritmo no superó al Recocido Simulado ni al Algoritmo Genético. Al tomar la propuesta A de Dimitris J. Bertsimas, se observó que tanto Ramificación y Poda así como el AG obtuvieron mejores subrutas que los otros algoritmos debido a que ambos al momento de crear la ruta a priori,la combinación de los clientes para formar el recorrido así como las distancias entre ellos, dan como resultado que la distancia total del recorrido sea menor que los algoritmos de Recocido Simulado y Colonia de Hormigas además de tener un menor costo. Al validar las subrutas obtenidas se obtiene que la menor distancia fue por medio del algoritmo de Ramificación y Poda pero AG obtuvo una distancia muy cercana a la que

obtuvo el método exacto.El AG fue la mejor metaheurística en la validación del caso de estudio comparado con RS y CO. RS obtuvo unas subrutas cuya distancia total se acercó a las subrutas que presenta el caso de estudio. Así mismo se concluye que el modelo creado para obtener subrutas, optimizó adecuadamente en la aplicación del caso de estudio.Por último, para este caso se puede utilizar tanto el Algoritmo de Ramificación y Poda así como el Algoritmo Genético ya que la diferencia de los valores obtenidos es mínima.

Así también se concluyó con este trabajo que por medio de la obtención de una ruta a priori se puede obtener un conjunto de subrutas que minimice el costo de distribución utilizando la demanda estocástica que presenta cada cliente y tomando la capacidad de carga del vehículo.

Por otro lado se cumplieron los objetivos establecidos, ya que se desarrolló un modelo matemático que incluyó la obtención de la ruta a priori, el modelo para obtener el factor de costo por kilómetro recorrido además de incluir la obtención de las demandas de los clientes. Además se compararon los métodos de Ramificación y Poda, Algoritmos Genéticos, Recocido Simulado y Colonia de Hormigas. Conjuntamente se aplicaron las métricas que se mencionaron en el apartado 4.5 para saber cuál de los diferentes métodos mencionados en el mismo apartado dan un pronóstico cercano a la realidad.

Como trabajo futuro se propone el aplicar otros métodospara optimizar el problema de trazo de rutas con demanda estocástica. Además se propone utilizar otras metaheurísticas para resolver el caso de estudio. Derivado de lo anterior se propone trabajar con un número mayor de clientes. También, se propone tomar en cuenta otras variables estocásticas, tales como tiempo estocástico de recorrido, clientes estocásticos, inventario, territorialidad, entre otras restricciones o particularidades.

8. BIBLIOGRAFÍA

Baker, B. M., & Ayechew, M. A. (2003). Agenetic algorithm for the vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*, 787 – 800.

Baños, R., Ortega, J., Gil, C., Fernández, A., & De Toro, F. (2012). A Simulated Annealing-based parallel multi-objective approach to vehicle routing problems with time windows. *Expert Systems with Aplications*.

Bertsimas , D. J. (1992). A Vehicle Routing Problem with Stochastic Demand. *Operations Research*, 574-585.

Bowerman, B. L., O'Connell, R. T., & Koehler, A. B. (2006). *Pronósticos, Series de Tiempo y Regresión: Un enfoque aplicado.*Cengage Learning Brooks Cole.

Cerny, V. (1985). Thermodinamical Approach to the Traveling Salesman Problem:An Efficient Simulation Algorithm. *Journal of Optimization Theory and Applications*.

Christiansen, C. H., & Lysgaard, J. (2007). A branch-and-price algorithm for the capacitated vehicle routing problem with stochastic demands. *Operations Research Letters*, 773-781.

Christofides, N., Mingozzi, A., & Toth, P. (1979). The Vehicle Routing Problem. *Combinatorial Optimization (John Wiley and Sons)*.

Dantzing, G. B., & Ramser, J. H. (1959). The Truck Dispatching Problem. *Management Scienc*, 80-91.

Deep, K., & Mebrahtu, H. (2011). Combined Mutation Operators of Genetic Algorithm for the Travelling Salesman problem. *International Journal of Combinatorial Optimization Problems and Informatics*, 1-23.

Dorigo, M., & Gambardella, L. M. (1997). Ant Colony System: A Cooperative Learning Approach to the Traveling Salesman Problem. *IEEE TRANSACTIONS ON EVOLUTIONARY COMPUTATION*, 53-66.

El-Sherbeny, N. A. (2010). Vehicle routing with time Windows: An overview of exact, heuristics and metaheuristics methods. *Journal of King Saud University (Sciencie)*, 123-131.

Flood, M. M. (1956). The Traveling-Salesman Problem. *Operations Research*, 61-75.

Galván, S., Arias, J., & Lamos, H. (2013). A Simulation-Optimization Approach Based on EPSO for The Vehicle Routing Problem With Stochastic Demand. *DYNA*, 60-69.

García Calvillo, I. D. (2010). Un enfoque Metaheurístico para un Problema de Ruteo con Flexibildiad en las Fechas de Entrega. Tesis Doctoral. Universidad Autónoma de Nuevo León.

Gendreau, M., & Potvin, J.-Y. (2005). Metaheurístics in Combinatorial Optimization. *Annal of Operations Research* , 189-213.

Gendreau, M., & Potvin, J.-Y. (2008). Metaheuristics: A Canadian Perspective. *INFOR*, 71-80.

Griffis, S. E., Bell, J. E., & Closs, D. J. (2012). Metaheuristics in Logistics and Supply Chain Managment. *Journal of Bussiness Logistics*, 90-106.

Ismail, Z., & Irhamah . (2008). Solving the Vehicle Routing Problem with Stochastic Demands via Hybrid Genetic Algorithm-Tabu Search. *Journal of Mathematics and Statistics*, 161-167.

Keenan, P. (2008). Modelling Vehicle routing is GIS. *Operation Research International Journal*, 201-218.

Kirkpatrick, S., GelattC., C. D., & Vecchi, M. P. (1983). Optimization by Simulated Annealing. Science. *Science, New Series*, 671-680.

Lapans, A., Ose, D., & Sandgaard, J. (2008). GIS SOFTWARE AND TECHNOLOGY TOOLS USED IN LOGISTICS STUDIES. *Annual Proceedings of Vidzeme of Applied Sciences "ICTE in Regional Development"*.

Laporte , G., Louveaux, F. V., & van Hamme, H. (2002). An Integer L-Shaped Algorithm for the Capacitated Vehicle Routing Problem with Stochastic Demands. *Operations Research 50*, 415-423.

Laporte, G. (2007). What You Should Know about the Vehicle Routing Problem. *Canada Research Chair in Distribution Management*.

Larrañaga, P., Kuijpers, C., Murga, R. H., Inza, I., & Dizdarevic, S. (1999). Genetic Algorithms for the Travelling Salesman Problem: A Review of Representations and Operators. *Artificial Intelligence Review*, 129-170.

Lei, H., Laporte, G., & Guo, B. (2011). The capacited vehicle routing problem with stochastic demands and time windows. *Computers & Operations Research*, 1775-1783.

Li, X., Tian, P., & Leung, S. C. (2010). Vehicle routing problems with time windows and stochastic travel and service times: Models and algorithm. *International Journal of Production Economics*, 137-145.

Liñan , E., Cruz, L., Praga, R., & González, D. (2013). Simulated Annealing Hybridized with Clark and Wright. *I. Congreso Internacional de Logística*.

Marinakis, Y., Iordanidou, G.-R., & Marinaki, M. (2014). Particle Swarm Optimization for the Vehicle Routing Problem with Stochastic Demands. *Applied Soft Computing*, 1693-1704.

Moghaddam, B. F., Ruiz, R., & Sadjadi, S. J. (2012). Vehicle Routing Problem with uncertain demands: An advanced particle swarm algorithm. *Computers & Industrial Engineering*, 306-317.

Olivera, A. (2004). Heurísticas para Problemas de Ruteo de Vehículos. *Universidad de la República, Montevideo, Uruguay*.

Pastor Moreno, R. (1999). Metalgoritmo de Optimización Combinatoria mediante la Exploración de Gráfos. Tesis de Doctorado.Universitat Politécnica de Catalunya.

Toth, P., & Vigo, D. (2002). *The Vehicle Routing Problem*. Philadelphia: SIAM monographs on discrete mathematics and applications.

Venkatesan, S. R., Logendran, D., & Chandramohan, D. (2011). Optimization of Capacited Vehicle Routing Problem using PSO. *International Journal of Engineering Science and Technology*.

Wang, J. F., Liu, J. H., & Zhong, Y. F. (2005). A novel ant colony algorithm for assembly sequence planning. *Int. J. Adv. Manuf. Technol.* 1137-1143.