

# **CORPORACIÓN MEXICANA DE INVESTIGACIÓN EN MATERIALES**

**DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADOS**



**Problema de Ruteo con Inventario y demanda variable**

**TESIS**

**Que para obtener el grado académico de**

**Maestra en Ciencia y Tecnología en Ingeniería Industrial y de  
Manufactura**

**POR**

**Ana Lucia Saracho Almada**

**Saltillo, Coahuila. 10 de Noviembre del 2017**

Problema de Ruteo con Inventario y demanda variable

Por

Ana Lucia Saracho Almada

TESIS

Presentada al programa Interinstitucional en Ciencia y  
Tecnología

Sede

**Corporación Mexicana de Investigación en Materiales S.A. de C.V.**

Como requisito parcial para obtener el grado académico de

**Maestra en Ciencia y Tecnología en Ingeniería  
Industrial y de Manufactura**

**Programa Interinstitucional en Ciencia y Tecnología  
COMIMSA**

Saltillo Coahuila, 10 de noviembre de 2017

Problema de Ruteo con Inventario y demanda variable

Por

Ana Lucia Saracho Almada

Comité Revisor

**Director de Tesis / Tutor Académico:**

Dr. Rolando Javier Praga Alejo

Corporación Mexicana de Investigación en Materiales S.A.  
de C.V.

**Revisor No. 1:**

Dr. Luis Martín Torres Treviño

FIME, CIIDIT, Universidad Autónoma de Nuevo León

**Revisor No.2:**

Dra. Rina Betzabeth Ojeda Castañeda

CIMA, Universidad Autónoma de Coahuila

**Tutor de Planta:**

Ing. Raúl Uriel Fuentes Pérez

Maquinados Universales

**Corporación Mexicana de Investigación en Materiales, S.A de C.V**  
**Gerencia de Desarrollo Humano**  
**División de Estudios de Posgrado**

Los abajo firmantes, miembros del Comité Tutorial recomendamos que la Tesis “**Problema de Ruteo con Inventario y demanda variable**”, realizada por el alumno **Ana Lucia Saracho Almada** matrícula **1506IM1121** sea aceptada para su defensa como Maestra en Ciencia y Tecnología en **Ingeniería Industrial y de Manufactura**.

El Comité Tutorial

Tutor Académico

Director de Tesis

**Rolando Javier Praga Alejo**

Tutor en Planta

**Raúl Uriel**

**Fuentes Pérez**

Asesor

**David Salvador**

**Gonzalez Gonzalez**

Asesor

**Elias Gabriel**

**Carrum Siller**

Vo. Bo

**Dr. Pedro Pérez Villanueva**

Coordinación General de Estudios de Posgrado

COMIMSA

**Corporación Mexicana de Investigación en Materiales**  
**Gerencia de Desarrollo Humano**  
**División de Estudios de Posgrado**

Los abajo firmantes, miembros del Jurado del Examen de Grado del alumno, **Ana Lucia Saracho Almada** una vez leída y revisada la tesis titulada “**Problema de Ru-teo con Inventario y demanda variable**”, aceptamos que la referida tesis revisada y corregida sea presentada por el alumno para aspirar al grado de **Maestra en Ciencia y Tecnología en Ingeniería Industrial y de Manufactura** durante el Examen de Grado correspondiente.

Y para que así conste firmamos la presente a los 10 días del mes de Noviembre del año 2017.

Dr. Luis Martín Torres Treviño  
Presidente

Dra. Rina Betzabeth Ojeda Castañeda  
Secretario

Dr. Rolando Javier Praga Alejo  
Vocal

# Agradecimientos

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por la beca y apoyo otorgado para realizar mis estudios de posgrado.

A la Corporación Mexicana de Investigación en Materiales S.A. de C.V. (COMIM-SA) por el apoyo brindado a lo largo de todo este tiempo, el cual fue parte fundamental para el desarrollo del presente trabajo de investigación.

A mi papi por enseñarme que la educación es lo único que nadie me puede quitar.

A mi mami por apoyarme y nunca dejarme caer.

A Dios por todo.

# Resumen

Conforme pasa el tiempo, las empresas se vuelven cada vez más conscientes de su cadena de suministro, ya que las distintas partes y funciones pueden ser críticas para hacer su empresa más competitiva.

Las actividades de transporte e inventario se encuentran relacionadas, entonces cuando se integran y requieren de una toma de decisiones simultánea nace el Problema de Ruteo con inventario (IRP, por sus siglas en inglés), el cual consiste en su forma “básica” en un depósito y  $n$  cantidad de clientes dispersos geográficamente, cada uno con cierta demanda, los productos se envían en una flota de vehículos idénticos, dentro de un horizonte de tiempo dado; bajo el modo del Inventario Administrado por el Proveedor (VMI, por sus siglas en inglés), el proveedor debe determinar la política de reposición de cada cliente, además de asignar las rutas para los vehículos y garantizar que no se acabe el inventario. El objetivo del IRP es minimizar el costo total de las rutas y el manejo del inventario mientras que se satisface la demanda de cada cliente.

El objetivo de esta tesis es desarrollar un modelo matemático que integre las variables de ruteo, inventario y una demanda variable, también se debe encontrar una solución óptima con este modelo.

La forma de dar solución al IRP, se basó en la investigación que se realizó en el estado del arte. Se emplearon métodos exactos y algoritmos de aproximación para la construcción de rutas, y para comparar la efectividad de estos métodos de solución se utilizaron datos reales de un caso de estudio.

# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>2</b>
<b>2. Planteamiento del Problema</b>	<b>5</b>
2.1. Descripción del Problema . . . . .	5
2.2. Preguntas de Investigación . . . . .	11
2.3. Hipótesis de trabajo . . . . .	11
2.4. Objetivos . . . . .	12
2.4.1. Objetivo General . . . . .	12
2.4.2. Objetivos Específicos . . . . .	12
2.5. Justificación . . . . .	12
2.6. Alcances y delimitaciones . . . . .	13
2.6.1. Alcances . . . . .	13
2.6.2. Delimitaciones . . . . .	13
2.6.3. Limitaciones . . . . .	14
<b>3. Estado del Arte</b>	<b>15</b>
<b>4. Marco Teórico</b>	<b>22</b>
4.1. Cadena de Suministro . . . . .	22
4.1.1. Fases de decisión en una cadena de suministro . . . . .	23
4.2. Logística . . . . .	24
4.3. Problema de Ruteo de Vehículos(VRP) . . . . .	25
4.3.1. Tipos de VRP . . . . .	26
4.4. Métodos de solución para el problema de ruteo de vehículos . . . . .	27
4.5. Inventarios . . . . .	28

4.5.1. Inventario manejado por el proveedor (VMI) . . . . .	29
4.6. Pronóstico de la demanda . . . . .	31
4.6.1. Clasificación de métodos de pronóstico . . . . .	31
4.6.2. Series de tiempo . . . . .	32
4.6.3. Método del promedio móvil . . . . .	32
4.6.4. Método de suavización exponencial simple . . . . .	33
4.6.5. Suavización exponencial doble (modelo de Holt) . . . . .	34
4.6.6. Suavización exponencial triple (modelo de Winter) . . . . .	34
4.6.7. Métricas de evaluación . . . . .	35
<b>5. Metodología general de la aplicación</b>	<b>37</b>
<b>6. Experimentación</b>	<b>47</b>
6.1. Caso de estudio . . . . .	47
6.2. Determinar las rutas . . . . .	49
6.3. Análisis de la matriz de distancias . . . . .	49
6.4. Pronósticos de la demanda . . . . .	50
6.5. Determinación de inventario . . . . .	54
6.6. Determinar el modelo . . . . .	56
6.7. Optimización . . . . .	57
6.7.1. Etapa 1 – Plan de entrega . . . . .	58
6.7.2. Etapa 2 – Construcción de rutas . . . . .	61
<b>7. Conclusiones</b>	<b>67</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>65</b>

# Índice de figuras

1.1. Actividades relacionadas con la cadena de suministro. . . . .	3
2.1. Plan de ruteo del IRP. . . . .	7
2.2. Matriz de distancias. . . . .	10
2.3. Matriz de inventario. . . . .	11
4.1. Métodos de solución (Olivera, 2005). . . . .	28
5.1. Metodología general de la aplicación. . . . .	37
5.2. Matriz de distancias. . . . .	38
5.3. Representación del método Branch and Bound. . . . .	40
6.1. Distancia de depósito a clientes. . . . .	48

# Índice de tablas

3.1. Modelado de la función objetivo. . . . .	21
6.1. Recorrido Actual. . . . .	48
6.2. Ubicación de los nodos. . . . .	49
6.3. Matriz de distancias. . . . .	50
6.4. Demanda de los clientes. . . . .	50
6.4. Continuación de la tabla . . . . .	51
6.5. Métodos y medidas de error del cliente 1. . . . .	52
6.6. Pronóstico de los siguientes 4 períodos del cliente 1. . . . .	53
6.7. Pronósticos para los próximos 4 períodos. . . . .	53
6.7. Continuación de la tabla . . . . .	54
6.8. Capacidad de inventario. . . . .	55
6.9. Cantidad de producto a enviar ( $q_i^t$ ). . . . .	59
6.10. Inventario al final de la semana ( $I_i^t$ ). . . . .	60
6.10. Continuación de la tabla . . . . .	61
6.11. Rutas con Branch & Bound. . . . .	63
6.12. Rutas con Distancia Mínima. . . . .	63
6.13. Ruta con Algoritmo Genético. . . . .	64
6.14. Ruta con Búsqueda Tabú. . . . .	65
6.15. Ruta con Colonia de Hormigas. . . . .	65
6.16. Comparación de la Ruta 1. . . . .	66
6.17. Comparación de la Ruta 2. . . . .	66

# Glosario

IRP - Problema de Ruteo con Inventario (Inventory Routing Problem)

VMI - Inventario Administrado por el Proveedor (Vendor-Managed Inventory)

VRP - Problema de Ruteo de Vehículos (Vehicle Routing Problem)

B&B - Branch and Bound

# Capítulo 1

## Introducción

Una cadena de suministro está compuesta de todas las partes que contribuyen a satisfacer las necesidades del cliente. Estas incluyen no solo al fabricante y proveedor, sino también, transportistas, almacenistas, vendedores y clientes. La cadena de suministro también incluye funciones como el desarrollo de nuevos productos, finanzas, operaciones, marketing, distribución y servicio al cliente.

Conforme pasa el tiempo, las empresas se vuelven cada vez más conscientes de su cadena de suministro, ya que las distintas partes y funciones pueden ser críticas para hacer de una empresa más competitiva. Cada actividad de la cadena de suministro tiene objetivos propios, y por lo tanto tienden a tratarse por separado, sin embargo, estas actividades están relacionadas entre sí, como puede verse en la Figura 1.1.

La logística ocurre dentro de la cadena de suministro, y se puede decir que es el trabajo necesario para mover y colocar el inventario en cada etapa de la cadena de suministro. Ésta es responsable de realizar el diseño y la administración de sistemas con el fin de controlar el movimiento y posicionamiento de la materia prima, el trabajo en proceso y el inventario terminado al más bajo costo (Bowersox et al., 2007).

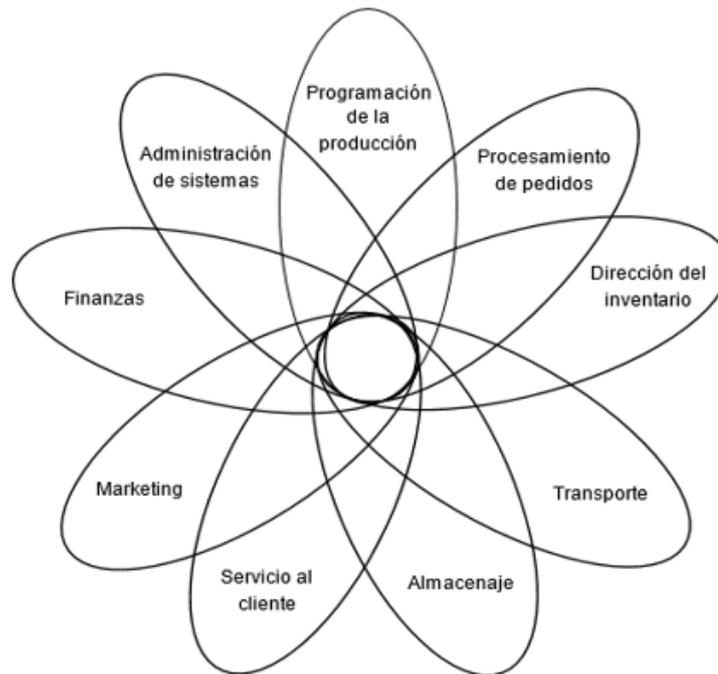


Figura 1.1: Actividades relacionadas con la cadena de suministro.

Elaboración propia.

Tomando en cuenta la logística de distribución dentro de la cadena de suministro, se realizan dos actividades clave, que son, el control de inventario y la transportación; cuando estas dos actividades se integran y requieren de una toma de decisiones simultánea nace el Problema de Ruteo con Inventario (Inventory Routing Problem, IRP).

El problema del IRP es desarrollar un modelo que incluya las variables de transporte, inventario y una demanda variable, y además que de un resultado óptimo. Una vez desarrollado el modelo se debe de resolver el problema de cómo integrar la variable de inventario a la manera de trabajar de los métodos de solución.

Para dar solución al IRP se sigue el ejemplo de Qin et al. y Vidovic et al. (ambos en el 2014), donde se divide en sus problemas base, VMI y VRP. En la primera etapa se resuelve la parte del inventario y se obtiene el plan de entrega del producto, y en la segunda etapa se construyen las rutas con base a este plan.

En la primera etapa se establece en qué período deben ser visitados los clientes y la cantidad a enviar a cada uno; para determinar el plan de entrega se utilizó un procedimiento parecido al propuesto por Saltos y Aceves (2012). Para la segunda etapa los métodos de solución que se utilizan para construir las rutas son dos métodos exactos: el Branch & Bound y el de Distancia Mínima; así como tres algoritmos de aproximación: un Algoritmo Genético, uno de Búsqueda Tabú y uno de Colonia de Hormigas.

La tesis esta organizada de la siguiente manera: en el Capítulo 2 se realiza el planteamiento del problema, así como también se definen los objetivos, las preguntas de investigación, la hipótesis y la justificación. En el Capítulo 3 se mencionan algunas contribuciones importantes que han sido publicadas para resolver el IRP. El Capítulo 4 presenta los conceptos técnicos que son utilizados para resolver la problemática. El Capítulo 5 se muestra la metodología general de la aplicación. El caso de estudio y la experimentación se presenta en el Capítulo 6, en este capítulo se sigue la metodología paso a paso. Finalmente se muestran las conclusiones en el Capítulo 7.

# Capítulo 2

## Planteamiento del Problema

En este capítulo se plantea el problema a tratar realizando un análisis en el que se muestran sus complicaciones, así como los métodos de solución. Se describen las preguntas de investigación, se plantea la hipótesis, objetivos, y la justificación para resolver la problemática.

### 2.1. Descripción del Problema

El transporte es la actividad de la logística que se encarga de desplazar y posicionar geográficamente el inventario; éste ha recibido gran atención debido a su importancia fundamental y su costo.

Por otro lado las decisiones que se toman sobre el control de inventario son de alto riesgo en la cadena de suministro, ya que sin un envío adecuado del inventario se pierden ventas y por lo tanto generan la insatisfacción del cliente.

Las actividades de control de inventario y transporte se encuentran relacionadas de la siguiente manera: para determinar el conjunto de clientes que deben ser visitados es necesaria información sobre los costos de la ruta y las distancias entre los clientes, por otra parte, para hacer una selección de la ruta se necesita información por parte del cliente, sobre el producto que requiere y la cantidad de inventario que debe tener.

El problema de transporte toma el nombre de Problema de Ruteo de Vehículos (Vehicle Routing Problem, VRP), y consiste en determinar la mejor ruta que visite un conjunto de nodos. Esta ruta debe comenzar y terminar en un punto de partida, pasando por todos los nodos una sola vez. Por su parte el control de inventario toma el nombre de Inventario Administrado por el Proveedor (VMI, por sus siglas en inglés), en este concepto se permite que el proveedor utilice los vehículos y asume la responsabilidad de administrar el inventario de los clientes, determinando la cantidad y tiempo de entrega de la orden.

En 1983 Bell et al., publicaron un artículo sobre el Problema de Ruteo con Inventario donde el modelo incluía los costos de transportación, una demanda estocástica y además los niveles de inventario en los clientes debían ser conocidos. Esto fue seguido por un número de variantes del problema, dando inicio al IRP.

Cuando las actividades de transporte e inventario se integran y requieren de una toma de decisiones simultánea es que nace el IRP, el cual consiste, en su forma “básica”, en un depósito y  $n$  cantidad de clientes dispersos geográficamente, cada uno con cierta demanda; los productos se envían en una flota de vehículos idénticos, dentro de un horizonte de tiempo dado. Bajo el modo del VMI, el proveedor debe determinar la política de reposición de cada cliente, además de asignar las rutas para los vehículos y garantizar que no se acabe el inventario. El objetivo del IRP es minimizar el costo total de las rutas y el manejo del inventario mientras que se satisfaga la demanda de cada cliente.

El plan de reposición que determina el proveedor está sujeto a las siguientes restricciones (Campbell et al., 1998; Coelho et al., 2013):

- el nivel de inventario de cada cliente no puede exceder su capacidad máxima;
- los niveles de inventario no deben de ser negativos;
- cada uno de los vehículos del proveedor pueden realizar máximo una ruta por

período, cada una comienza y termina en el depósito;

- la capacidad del vehículo no puede exceder su capacidad.

Cuando se busca la solución del problema es necesario plantearse las siguientes preguntas:

- ¿Qué clientes se deben servir en cada período?
- ¿Cuánta cantidad se debe entregar a cada cliente visitado?
- ¿Qué ruta se debe seguir para entregar los productos?

En un problema clásico de ruteo de vehículos lo que se busca es la ruta más corta visitando a todos los clientes. Sin embargo en el IRP la cantidad a enviar es una variable de decisión, por lo cual no es necesario visitar a todos los clientes todos los días, considerando que los niveles de inventario en las bodegas de los mismos son suficientes para cubrir la demanda para los días que no sean atendidos.

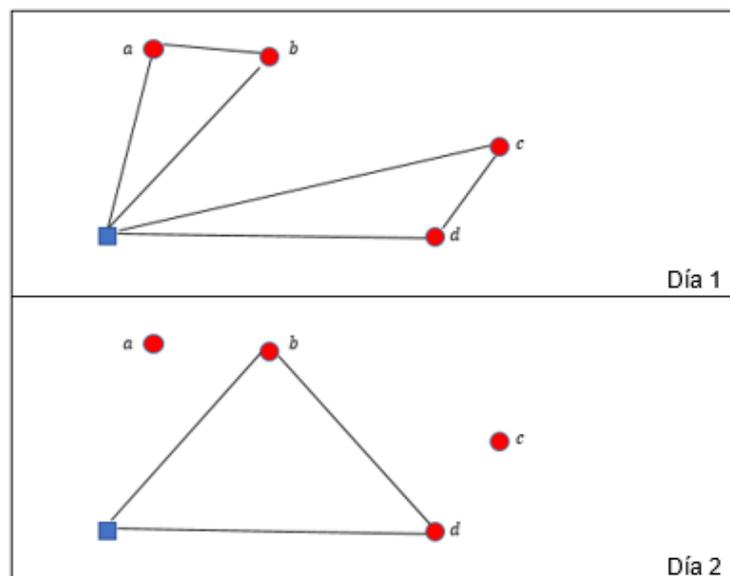


Figura 2.1: Plan de ruteo del IRP.

Elaboración propia.

En la Figura 2.1 se muestra como pueden ser diseñadas las rutas en un modelo de IRP. Si la capacidad del vehículo es suficiente para entregar la demanda e inventario que requieren los clientes, entonces se visitan todos el mismo día (como muestra el diagrama del día 1); sin embargo en el día 2 se visitan solo algunos clientes, tomando en cuenta que los clientes que no son visitados tienen el suficiente inventario para cubrir la demanda de ese día.

Para tomar decisiones sobre el inventario se debe contestar a dos preguntas: ¿Cuándo hacer un pedido? y ¿Cuánto incluir en un pedido?. Por otro lado las decisiones de transporte se enfocan en fijar horarios y programar el equipo de transporte. Para contestar estas preguntas y tomar estas decisiones se necesitan distintos datos, uno en común es la demanda de los clientes, ya que para hacer un pedido se determina mediante el promedio de la variación de la demanda y para el análisis del transporte se requiere la demanda de recolección o entrega.

El IRP al ser una variante del VRP, se considera un problema de optimización combinatoria, donde el objetivo es encontrar la mejor solución posible existente. A medida que el problema aumenta la cantidad de variables y/o restricciones, así como la complejidad del espacio de búsqueda también aumentan.

Para resolver este tipo de problemas es necesaria una gran cantidad de datos, ya que se puede tener una mejor comprensión del problema y así realizar una adecuada elaboración de un modelo matemático; por lo tanto, la dificultad del IRP surge al momento de querer diseñar un modelo matemático que considere las variables de transporte e inventario, las cuales se basan en una demanda estocástica. Al resolver este modelo se debe encontrar la mejor ruta, cantidad y tiempo de entregas, de manera que la función objetivo minimice el costo total, y se respeten una serie de restricciones.

A pesar del gran número de contribuciones en problemas de distribución y de inventario, la integración de estas dos actividades ha sido difícil de manejar, no solo por la potencia de cálculo limitada, sino también porque los algoritmos disponibles no

pueden manejar fácilmente problemas grandes y de complejidad combinatoria, como aquellos que combinan decisiones de manejo de ruteo e inventario.

Ireta (2014) presenta un problema de ruteo de vehículos con demanda estocástica, éste es resuelto mediante el modelo simple del VRP a partir de una ruta a priori se crean subrutas tomando en cuenta la capacidad del vehículo. La matriz de distancias consta de 24 nodos y el modelo es el siguiente:

$$\text{Minimizar} \quad \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} c_{ij} x_{ij} \quad (2.1)$$

Sujeto a:

$$\sum_{i \in V} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in V \setminus \{0\} \quad (2.2)$$

$$\sum_{j \in V} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in V \setminus \{0\} \quad (2.3)$$

$$\sum_{i \in V} x_{i0} = k \quad (2.4)$$

$$\sum_{j \in V} x_{0j} = k \quad (2.5)$$

$$\sum_{i \notin S} \sum_{i \in S} s_{ij} \geq r(S) \quad \forall S \subset V \setminus \{0\}, \quad S \neq \emptyset \quad (2.6)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall i, j \in V \quad (2.7)$$

Donde:

$G = (V, A)$ , es un grafo formado por  $V$  y  $A$ .

$V = V_0, V_1, V_2, \dots, V_n$ , es el conjunto de nodos,  $V_0$  es el depósito.

$A = (i, j) : i, j \in V, i \neq j$ , es el conjunto de arcos.

$C_{ij}$ , es el costo de ir del cliente  $i$  al cliente  $j$ .

$x_{ij}(i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n)$ , es la ruta del cliente  $i$  al cliente  $j$ .

$K$  es el número de vehículos disponibles.

El modelo presentado debe encontrar la ruta de menor costo (ec. 2.1) y cumplir con una serie de restricciones (ec. 2.2 – ec. 2.7). **Para un modelo de IRP se debe**

de considerar el inventario, y para este caso se incluirá una demanda variable, no obstante, agregar variables a un modelo es muy complicado. Además, el problema de incluir el inventario dentro de la función objetivo o modelarlo en las restricciones es que no se sabe cuál de las dos opciones da el mejor resultado.

Después de haber desarrollado el modelo se pueden aplicar diferentes algoritmos y aquí aparece la complicación de dar solución al IRP. Entre los métodos utilizados para resolver el modelo de VRP se encuentra el llamado Branch and Bound (B&B), el cual inicia calculando un límite inferior (ec. 2.8) y se van creando  $n - 1$  ramas donde se calcula de nuevo la distancia.

$$LB = \sum \min(i) \tag{2.8}$$

El B&B para el VRP trabaja con la matriz de distancias, ver la Figura 2.2, el problema es cómo integrar los valores del inventario (Figura 2.3) en el método de solución, de tal manera que cumpla con el objetivo de minimizar el costo total.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
1	1000	0.65	3.2	3.7	3.6	3.9	3.5	4.4	6.4	7.2	7.5	7.3	7.4	7.2	7.2	8.1	7.7	8.4	8.3	8	9.3	9.7	10	7.8
2	0.65	1000	3.4	3.9	4.1	3.5	3.5	4.6	6.6	3.4	7.8	7.5	7.6	7.6	7.4	8.3	7.9	8.6	8.5	8.2	9.5	9.8	10	7.9
3	3.2	3.4	1000	0.45	0.4	1.6	3.9	5	6.3	7.1	7.4	7.2	7.3	7.1	7	8	7.6	8.3	8.2	7.9	9.1	9.4	9.7	7.6
4	3.7	3.9	0.45	1000	0.02	2.1	4.4	5.6	6.8	7.6	8	7.7	3.9	7.7	7.6	8.5	8.3	8.8	8.8	8.4	9.7	10	10.3	8.1
5	3.6	4.1	0.4	0.02	1000	2.1	4.4	5.5	6.8	7.6	7.9	7.7	7.8	7.6	7.6	8.4	8.2	8.8	8.7	8.4	9.6	10	10.3	8.1
6	3.9	3.5	1.6	2.1	2.1	1000	2.2	3.4	6.6	4.8	5.1	5.4	5.1	5	5.7	8.2	7.9	8.5	8.6	8.2	9.2	9.7	10	7.9
7	3.5	3.5	3.9	4.4	4.4	2.2	1000	1.2	3.2	2.7	3	2.9	2.9	2.8	3.4	3.6	7.5	4.3	4.4	4.6	8.9	9.1	9.4	4.4
8	4.4	4.6	5	5.6	5.5	3.4	1.2	1000	2.1	1.6	1.4	1.6	1.4	1.4	1.8	2.7	4.6	2.8	2.9	3.5	4.5	4.6	4.9	2.9
9	6.4	6.6	6.3	6.8	6.8	6.6	3.2	2.1	1000	0.9	1.2	1.4	1.2	1	2	2.5	3.1	2.7	2.8	3.4	4.2	5.1	5.4	2.8
10	7.2	3.4	7.1	7.6	7.6	4.8	2.7	1.6	0.9	1000	0.3	0.5	0.3	0.12	0.7	1.4	2.9	1.6	1.7	1.9	3.3	4.3	4.6	1.7
11	7.5	7.8	7.4	8	7.9	5.1	3	1.4	1.2	0.3	1000	0.25	0.3	0.4	0.7	1.5	3	1.7	1.7	2	3	3.2	3.5	1.8
12	7.3	7.5	7.2	7.7	7.7	5.4	2.9	1.6	1.4	0.5	0.25	1000	0.06	0.14	0.4	1.3	2.8	1.5	1.5	1.7	3.1	3.3	3.6	1.5
13	7.4	7.6	7.3	3.9	7.8	5.1	2.9	1.4	1.2	0.3	0.3	0.06	1000	0.08	0.55	1.7	2.6	1.9	2	2.2	3.6	3.4	3.7	1.6
14	7.2	7.6	7.1	7.7	7.6	5	2.8	1.4	1	0.12	0.4	0.14	0.08	1000	0.55	1.3	2.8	1.5	1.6	1.8	3.2	3.3	3.6	1.6
15	7.2	7.4	7	7.6	7.6	5.7	3.4	1.8	2	0.7	0.7	0.4	0.55	0.55	1000	0.9	1.9	1	1.1	1.3	2.6	2.7	3	1.1
16	8.1	8.3	8	8.5	8.4	8.2	3.6	2.7	2.5	1.4	1.5	1.3	1.7	1.3	0.9	1000	0.95	0.6	0.65	0.85	2.4	2.6	2.9	0.25
17	7.7	7.9	7.6	8.3	8.2	7.9	7.5	4.6	3.1	2.9	3	2.8	2.6	2.8	1.9	0.95	1000	0.8	0.7	0.35	1.7	2.3	2.6	0.85
18	8.4	8.6	8.3	8.8	8.8	8.5	4.3	2.8	2.7	1.6	1.7	1.5	1.9	1.5	1	0.6	0.8	1000	0.06	0.45	1.8	2.3	2.6	0.8
19	8.3	8.5	8.2	8.8	8.7	8.6	4.4	2.9	2.8	1.7	1.7	1.5	2	1.6	1.1	0.65	0.7	0.06	1000	0.3	1.9	2.1	2.4	0.65
20	8	8.2	7.9	8.4	8.4	8.2	4.6	3.5	3.4	1.9	2	1.7	2.2	1.8	1.3	0.85	0.35	0.45	0.3	1000	1.8	2	2.3	0.75
21	9.3	9.5	9.1	9.7	9.6	9.2	8.9	4.5	4.2	3.3	3	3.1	3.6	3.2	2.6	2.4	1.7	1.8	1.9	1.8	1000	0.5	0.8	2.4
22	9.7	9.8	9.4	10	10	9.7	9.1	4.6	5.1	4.3	3.2	3.3	3.4	3.3	2.7	2.6	2.3	2.3	2.1	2	0.5	1000	0.3	3.6
23	10	10	9.7	10.3	10.3	10	9.4	4.9	5.4	4.6	3.5	3.6	3.7	3.6	3	2.9	2.6	2.6	2.4	2.3	0.8	0.3	1000	4.7
24	7.8	7.9	7.6	8.1	8.1	7.9	4.4	2.9	2.8	1.7	1.8	1.5	1.6	1.6	1.1	0.25	0.85	0.8	0.65	0.75	2.4	3.6	4.7	1000

Figura 2.2: Matriz de distancias.

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12	C13	C14	C15	C16	C17	C18	C19	C20	C21	C22	C23	C24
P1	0	260	115	307	0	0	329	630	120	0	211	1120	25	0	2160	100	0	687	190	0	0	708	0	1400
P2	0	599	1640	0	1500	630	303	1480	0	25	1560	0	0	0	0	490	25	1560	0	728	646	0	0	0
P3	1570	21	201	486	0	150	0	0	599	0	1880	522	2470	5718	279	728	2321	990	1440	2713	2655	1568	7540	599
P4	780	320	0	0	1742	1560	0	0	405	516	0	0	25	0	1560	0	0	0	728	450	0	722	0	0

Figura 2.3: Matriz de inventario.

Resumiendo lo anterior el primer problema es desarrollar un modelo que incluya las variables de transporte, inventario y una demanda variable, y arroje un resultado óptimo. Una vez desarrollado el modelo se debe de resolver el segundo problema de cómo integrar la variable de inventario a la manera de trabajar de los métodos de solución.

## 2.2. Preguntas de Investigación

1. ¿Qué método es mejor para pronosticar la demanda?
2. ¿Qué tipo de políticas se tendrán para la reposición de inventario?
3. ¿Cómo debe ser modelado el inventario?
4. ¿Se obtendrá en el modelo una función objetivo o varias?
5. ¿Cómo se manejará la demanda dentro del modelo?
6. ¿Cómo se integrarán los valores del inventario al método de solución?

## 2.3. Hipótesis de trabajo

H1: Al considerar las variables de inventario y ruteo en la función objetivo se tendrán mejores resultados generales que solo tomando la variable de ruteo.

H2: Con el uso de un algoritmo de aproximación, se obtendrán mejores resultados que si se utilizara un método de solución exacto.

## **2.4. Objetivos**

### **2.4.1. Objetivo General**

Desarrollar un modelo que permita encontrar una solución adecuada para el problema de ruteo con inventario y demanda variable.

### **2.4.2. Objetivos Específicos**

- Desarrollar un modelo que determine la demanda de cada cliente.
- Determinar la política adecuada para la reposición de inventario de cada cliente.
- Comparar métodos exactos con algoritmos de aproximación y probar con cual se obtienen mejores resultados.
- Realizar validaciones del modelo propuesto y probar su efectividad utilizando instancias de la literatura.

## **2.5. Justificación**

Al establecer una relación colaborativa dinámica entre el proveedor y el cliente se generan ventajas como: establecer planes de acción que resultan de beneficio mutuo para las partes involucradas, ya que permite diseñar políticas de abastecimiento, producción y distribución, las cuales son consideradas actividades clave dentro de un proceso de suministro.

El VMI se describe como una situación ganar-ganar donde, los proveedores pueden ahorrar en costos de distribución y producción ya que ellos combinan y coordinan las demandas y entregas para los diferentes clientes; y los clientes tienen un ahorro tanto de tiempo como de esfuerzo en la administración del inventario.

Además la distribución es un controlador clave de la rentabilidad total de una empresa, dado que afecta tanto el costo de la cadena de suministro como el valor para el cliente, por lo tanto si se disminuye el costo de la distribución, la cadena de suministro incluyendo al cliente se verá favorecida.

## **2.6. Alcances y delimitaciones**

### **2.6.1. Alcances**

Se desarrollará un modelo que dé solución al problema de IRP tomando en cuenta las variables de ruteo, inventario y demanda variable. Para el caso de la demanda, se utilizará un método que pronostique la demanda para cada cliente en un determinado tiempo. Para el inventario se determinará cual es la mejor política, y como debe ser manejado dentro del modelo. Para el ruteo serán consideradas las variables demanda e inventario.

### **2.6.2. Delimitaciones**

No se emplearán variables como:

- Ventanas de tiempo
- Múltiples productos
- Recolección de productos
- Flota de vehículos mixtos
- Tiempo límite de trabajo en los empleados
- Límite de empleados

Con respecto a los métodos de solución no serán puestos a prueba todos los que se mencionan en la revisión de la literatura, como:

- Heurística de búsqueda de vecindario variable (VNS)
- Método de búsqueda local
- Horizonte laminado
- Heurística de ramificación local
- Heurística de bomba de viabilidad
- Búsqueda de un vecindario variable en descenso
- “Adaptive Large Neighborhood Search”

### **2.6.3. Limitaciones**

No se obtuvieron datos sobre los costos de inventario, por esta razón se tuvo una limitación al realizar el proyecto.

# Capítulo 3

## Estado del Arte

En este capítulo se mencionan algunas aportaciones importantes que se han publicado para resolver el Problema de Ruteo con Inventario.

Popovic et al., (2012) desarrollan una heurística de búsqueda de vecindario variable (VNS) para resolver el problema de ruteo e inventario en entrega de combustible. En este caso el IRP es manejado con múltiples períodos y productos, vehículos homogéneos con múltiples compartimientos, y consumo determinístico que varía en cada estación de servicio y en cada tipo de combustible. La búsqueda local y el procedimiento de batido son tomados como dos procedimientos centrales del VNS. La heurística VNS es comparada con el modelo de programación lineal entera mixta (MILP por sus siglas en inglés), y una heurística determinística de transferencia de compartimento (CT por sus siglas en inglés) tomada de Vidovic et al., (2011). Las heurísticas son comparadas en diferentes instancias, entre las que varían el número de estaciones (10, 15 y 20) y el horizonte de planeación (3, 4 y 5 días), además manejan diferentes tipos de vehículos (3, 4 y 5 compartimientos). Como resultado, exponen que el modelo MILP encuentra soluciones en instancias pequeñas, de otra manera el tiempo computacional aumentaría significativamente; la heurística VNS muestra mejores resultados que la heurística CT en 87 de 90 instancias, esto en los diferentes conjuntos de problemas. En las diferentes instancias se muestra que si el número de compartimientos aumenta, el inventario total y el costo de rutas disminuyen, pero el tiempo computacional aumenta.

Coelho et al., (2012) proponen una heurística llamada “Adaptive Large Neighborhood Search” para resolver el IRP con trasbordo. Bajo las políticas de trasbordo, inventario y ruteo, los productos deben ser enviados a un cliente, ya sea directo del proveedor, o de otro cliente. El algoritmo utilizado puede manejar a la vez varias restricciones y conduce a una búsqueda altamente diversificada entre los operadores, además usa el mecanismo aleatorio para su selección. El marco con el que trabaja el algoritmo de la heurística es, buscar un vecindario, realizar una búsqueda adaptativa, dividir la búsqueda en segmentos y asignar los operadores, realizar una post-optimización periódica y finalmente un criterio de aceptación. Como resultado se muestra que la heurística es apta para producir soluciones de alta calidad en un tiempo computacional razonable. Además el trasbordo probó reducir los costos significativamente.

Saltos y Aceves (2012) proponen la metaheurística de Búsqueda de la Armonía para resolver el IRP, considerando que este puede ser visto como un VRP multiperíodo. Ellos resuelven el IRP en dos etapas; la primera etapa la dividen en dos fases: en la primera fase resuelven la política de inventario y en la segunda utilizan un algoritmo de inserción adaptado y el algoritmo 2-opt para determinar las rutas en cada instante de tiempo; en la segunda etapa generan nuevas y mejores soluciones utilizando como guía la metaheurística Búsqueda de la Armonía. Compararon los resultados de la metaheurística y del solver CPLEX, los resultados mostraron que el algoritmo obtiene mejores resultados y en un tiempo mucho menor al solver.

Coelho y Laporte (2013) proponen un método de corte y ramificación para la solución de distintas clases de IRP. Específicamente IRP con uno o varios vehículos, bajo diferentes políticas de inventario y con flota homogénea o heterogénea de vehículos. El método no calcula un límite superior inicial, sino que se le aplica un algoritmo de mejora de solución para favorecer la búsqueda, lo que ayuda a la identificación de mejores soluciones. Para evaluar el algoritmo lo prueban con uno y con varios vehículos, para esto crearon instancias con diferentes períodos de tiempo (3 y 6) y número de clientes (30 y 50). El algoritmo mostró ser capaz de encontrar mejores soluciones con 50 clientes, 6 días y un vehículo. Además realizaron una comparación con flota

homogénea y heterogénea, el algoritmo con flota heterogénea resultó ser más fácil de resolver, esto sin las restricciones de simetría. La heurística la probaron incluyendo trasbordo al problema, y probó mejorar a la única heurística disponible para este tipo de problema.

Qin et al., (2014) proponen trabajar con el método de búsqueda local y el de búsqueda tabú, esto para la solución de un IRP periódico. Para este caso, el IRP es separado en sus problemas base (VMI y VRP). El método de búsqueda local es propuesto para trabajar con el VMI y trata de conseguir una nueva política de reposición, para lo cual utiliza 4 operadores: el de inserción, el cual reduce el costo de inventario; el de eliminación que reduce el costo de enrutamiento; el de adición diseñado para aumentar la eficiencia del algoritmo y el de cruce, que involucra dos o más minoristas, (a comparación de los primeros que utilizan solo uno). El VRP es solucionado por el método de búsqueda tabú, éste es propuesto para mejorar la calidad del enrutamiento, en este método se examinan los vecinos sucesivos de una solución y el mejor es seleccionado. En los resultados se muestra que el algoritmo es eficiente y estable en 10 casos de referencia expuestos en Zachariadis et al., (2009), y se diseñaron tres casos especiales para mostrar la importancia del operador de cruce.

Agra et al., (2014) proponen un híbrido de tres heurísticas para la solución del IRP marítimo de corta distancia (SSIRP por sus siglas en inglés). El IRP maneja múltiples productos, ventanas de tiempo, una flota heterogénea de buques con múltiples compartimentos, capacidad, velocidad fija y costo específico para cada uno, además se considera una cantidad mínima de envío y una máxima impuesta por cada buque. Las heurísticas del híbrido manejan el modelo matemático como una caja negra. Estas heurísticas son: i) Horizonte laminado, donde la idea principal es dividir el horizonte de planeación en sub-horizontes; ii) la heurística de ramificación local busca un óptimo local, restringiendo el número de variables que pueden cambiar su valor en la solución factible actual; iii) la heurística de bomba de viabilidad, es un esquema de redondeo que genera una secuencia de soluciones fraccionadas a partir de la relajación lineal que se han redondeado. La combinación de las tres heurísticas probó ser la mejor, y permi-

tió obtener soluciones cuya brecha es en promedio, la mitad de la obtenida utilizando solo la heurística de horizonte laminado. Se proporcionan resultados computacionales para horizontes de tiempo de hasta 6 meses.

Vidovic et al., (2014) proponen un modelo de programación entera mixta, y una heurística para resolver el IRP en entrega de combustible. El IRP estudiado es determinístico y maneja productos y períodos múltiples. Primero el modelo propuesto resuelve solo la parte del inventario, dando como resultado el plan de entrega del combustible (que minimiza el costo total del inventario). Segundo se utiliza la heurística para construir las rutas a partir del plan de entrega, el cual se cambia, moviendo las fechas unos días antes. Después, en cada período de tiempo se utiliza una heurística de asignación para la construcción de rutas que proporcionen una distancia total de viaje menor. Finalmente, la búsqueda de un vecindario variable en descenso es utilizada para mejorar la solución obtenida. La calidad de las soluciones son puestas a prueba bajo diferentes instancias donde varían el número de estaciones (10 y 50), el horizonte de tiempo (4 y 5 días), la capacidad de los vehículos (20 y 30 toneladas) y el número de estaciones que pueden ser atendidas (2, 3 o 4). En los resultados con las instancias se muestran que al asignar tres estaciones, se obtiene una diferencia insignificante, mientras que el tiempo computacional es significativamente menor que asignar cuatro; la doble asignación, obtiene costos significativamente mayores que la cuádruple o triple asignación. Por otro lado los resultados computacionales muestran que, el segmento de inventario en la función objetivo reduce el espacio de soluciones. Por lo tanto el enfoque de la solución propuesta puede ser considerado para optimizar el proceso de entrega de combustible.

Mirzapour Al-e-hashem y Rekik (2014) proponen el uso de un modelo de programación lineal entera mixta (MILP) para el IRP con múltiples productos y períodos. Se considera el concepto de una “logística verde”, donde una variable de decisión podrá seleccionar el vehículo apropiado, considerando los niveles de emisión de gas, capacidad del vehículo y costo de transportación; además toman en cuenta la posibilidad de trasbordo, en el cual se permite que los vehículos dejen la demanda en un almacén

situado a lo largo del itinerario. El modelo que proponen toma ventaja de la opción de trasbordo, lo que reduce los viajes, vehículos y como consecuencia la emisión de gases.

Raa (2015), presenta un modelo matemático no lineal para un IRP cíclico. En este tipo de IRP se contempla un horizonte de planeación infinito y se asume una demanda constante. Raa considera el tamaño de la flota y su costo como una variable de decisión, debido al tamaño del horizonte. Con el modelo optimiza el tamaño de la flota para repetir cíclicamente el conjunto dado de rutas. La heurística que presenta, construye soluciones a partir de cero, además, las heurísticas de mejora interactúan para mejorar las soluciones ya existentes. Se probaron instancias con varias características en un diseño factorial  $10 \times 2^4$ , esto es 4 factores son considerados a dos niveles cada uno, para cada posible combinación de factores (16), diez instancias fueron generadas. El primer factor es el número de rutas, los niveles son [15-20] y [20-30]; el segundo factor es la duración de las rutas aleatoria entre 1 y 8 horas, en el primer nivel, la probabilidad de rutas cortas se incrementa, el segundo nivel tiene más probabilidad de rutas largas. El tercer factor es el costo de vehículo a 20 y 100 euros por día; el cuarto factor se ocupa del costo por posesión, los niveles para este valor son  $0.10/(u \times \text{día})$  o  $0.01/(u \times \text{día})$ . El número de clientes en cada ruta es generado entre 1 y 10. El procedimiento de la heurística es extremadamente rápido, incluso con el horizonte de planeación de 120 días. Los resultados muestran que un gran número de rutas incrementa el costo total en más del 100%; las rutas largas son más difíciles de combinarlas a un horario, además la gran duración de la ruta lleva a un aumento en los costos de la flota y de la ruta; el costo del vehículo obtiene como resultado que aunque el costo es mayor, se utilizan menos vehículos; el costo por posesión aumenta diez veces, pero se absorbe mediante el número de vehículos y el costo de ruta, esto con el fin de reducir los niveles de inventario. Raa sugiere que el enfoque de solución tiene un buen rendimiento y es muy genérico.

En cuanto al modelado se puede ver que en Popovic et al. (2012) se toma la demanda como parte de la función objetivo, al igual que el ruteo e inventario. Por otro lado Qin et al. (2014); Mirzapour y Rezik (2014); Coelho y Laporte (2013) y Coelho

et al. (2012); utilizan la demanda solo para definir los niveles de inventario. Agra et al. (2014) considera solo el costo de las rutas en la función objetivo, dejando el inventario como una restricción. En la modelación Vidovic et al. (2014) toman el inventario y el ruteo para la función objetivo, sin embargo realizan pruebas con estas variables juntas y por separado, al ver los resultados se dan cuenta que el establecer el inventario en la función objetivo reduce significativamente el espacio de soluciones. Las funciones se pueden ver en la Tabla 3.1.

Resumiendo los resultados de la revisión del estado del arte se puede observar que se han propuesto diferentes métodos de solución para resolver el IRP, entre estos se encuentran el propuesto por Popovic et al., (2012) que utilizó una heurística de búsqueda de vecindario variable (VNS), o el híbrido de tres heurísticas que utilizaron Agra et al., (2014) el cual les proporciona buenos resultados computacionales para horizontes de tiempo de hasta 6 meses. El método de corte y ramificación en distintas clases de IRP propuesto por Coelho y Laporte (2013) comparado con soluciones de Coelho (2012) encuentra mejores soluciones en instancias con 50 clientes. Raa (2015) presenta un modelo matemático no lineal para un IRP cíclico y afirma que el enfoque de solución tiene un buen rendimiento y que además es muy genérico.

A partir de estas aportaciones se concluye que el IRP es un problema de interés tanto académico como industrial. Los problemas presentados en el estado del arte son modelados de acuerdo al problema y son resueltos bajo diferentes métodos, ya sean exactos y/o aproximados, en cada uno se encuentran ventajas de utilizar sus métodos de solución en su específico problema.

Para la realización de la tesis se toma como guía el modelo de los autores Saltos y Aceves (2012), y para dar solución al problema se sigue el ejemplo de los autores Qin et al. y Vidovic et al. (ambos en el 2014) donde dividen el IRP en sus problemas base (VMI y VRP).

Tabla 3.1: Modelado de la función objetivo.

<b>Popovic et al.(2012)</b>
$Min \longrightarrow IC + RC$
$IC = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{t=1}^T ((S_{ij}^0 - t \cdot q_{ij} + \frac{q_{ij}}{2}) + \sum_{z=1}^t \sum_{k=1}^k x_{ijzk} \cdot d_k) \cdot C_{inv}$ $RC = \sum_{t=1}^T \sum_{p=1}^I (y_{pt} \cdot r_p + \sum_{q=p+1}^I (y_{pqt} \cdot r_{pq} + \sum_{w=q+1}^I y_{pqwt} \cdot r_{pqw})) \cdot C_r$
<b>Qin et al. (2014)</b>
$Min Ct = \sum_{i \in N, i \neq} \sum_{t \in T} C_{inv,t} + \sum_{t \in T} \sum_{k \in K} \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} C_{ij} x_{ijkt}$
<b>Agra et al. (2014)</b>
$Min \sum_{v \in V} \sum_{(i,m,j,n) \in S_v^X} C_{ijv}^T X_{imjnv} + \sum_{v \in V} \sum_{(i,m) \in S_v^A} C_{oiv}^T x_{oimv} +$ $\sum_{v \in V} \sum_{(i,m) \in S_v^A} \sum_{k \in K_v} C_{ik}^o o_{imvk}$
<b>Vidovic et al. (2014)</b>
$Min \longrightarrow IC + RC$
$IC = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{t=1}^T ((S_{ij}^0 - t \cdot q_{ij} + \frac{q_{ij}}{2}) + \sum_{z=1}^t \sum_{k=1}^k x_{ijzk} \cdot d_k) \cdot C_{inv}$ $RC = \sum_{t=1}^T \sum_{p=1}^I (y_{pt} \cdot r_p + \sum_{q=p+1}^I (y_{pqt} \cdot r_{pq} + \sum_{w=q+1}^I \times (y_{pqwt} \cdot r_{pqw} +$ $\sum_{e=w+1} y_{pqwet} \cdot r_{pqwe}))) \cdot C_r$
<b>Mirzapour Al-e-hashem y Rekik (2014)</b>
$Min Z = \sum_{(ij) \in \Omega} \sum_{k,t} V_k C_{ij} x_{ijkt} + \sum_{i \in \omega \cup F, p, t} h_{ip} I_{ipt} + \sum_{i \in \omega, k, t} u_k x_{oikt}$
<b>Coelho y Laporte (2013)</b>
$Min \sum_{i \in V} \sum_{t \in T} h_i I_i^t + \sum_{i \in V} \sum_{j \in V, i < j} \sum_{k \in K} \sum_{t \in T} C_{ij} x_{ij}^{kt}$
<b>Coelho et al. (2012)</b>
$Min \sum_{t \in T} h_0 I_0^t + \sum_{i \in V'} \sum_{t \in T} h_i I_i^t + \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \sum_{t \in T} C_{ij} x_{ij}^t +$ $\sum_{i \in R \cup \{0\}} \sum_{j \in V'} \sum_{t \in T} b_{ij} w_{ij}^t$
<b>Raa (2015)</b>
$Min \sum_{v \in V} FZ_v + \sum_{r \in R} (C_r - 1/Tr + \sum_{j \in S_r} (H_j d_j / 2) Tr)$

Elaboración propia.

# Capítulo 4

## Marco Teórico

En este capítulo se presentan los conceptos teóricos fundamentales para entender el problema, y que son utilizados para resolver la problemática presentada en la investigación.

### 4.1. Cadena de Suministro

Una cadena de suministro es una cadena hecha de todas las partes involucradas, directa o indirectamente, en la satisfacción de una petición de un cliente. Esta incluye la programación de la producción, administración de sistemas, procesamiento de pedidos, transporte, almacenaje, dirección del inventario y servicio al cliente.

Según Chopra y Meindl (2008) “una cadena de suministro es dinámica e implica el flujo constante de información, productos y fondos entre distintas etapas. El propósito principal es satisfacer las necesidades del cliente y, en el proceso, generar una ganancia para sí misma”. Una cadena de suministro puede incluir varias etapas, como las siguientes:

- Detallistas
- Fabricantes
- Clientes

- Mayoristas y distribuidores
- Proveedores de componentes y materias primas

Cada etapa está conectada debido al flujo de información, productos y fondos. Estos flujos ocurren de manera frecuente en ambas direcciones, además pueden administrarse por un intermediario o por una de las etapas.

#### 4.1.1. Fases de decisión en una cadena de suministro

Una cadena de suministro exitosa necesita de la toma de decisiones vinculadas con el flujo de productos, información y también fondos. Cada decisión debe ser tomada para aumentar la rentabilidad de la cadena de suministro, y se clasifican en tres categorías:

1. **Estrategia o diseño de la cadena de suministro:** En esta fase se decide como organizar la cadena de suministro en los años siguientes. Las decisiones incluyen la ubicación, uso de almacenes, capacidades de producción, productos a fabricar o almacenar, los transportes disponibles para las rutas, y el subcontratar o ejecutar las funciones de la cadena internamente.
2. **Planeación de la cadena de suministro:** El período considerado para las decisiones es de un trimestre a un año; se debe decidir que mercados serán abastecidos y desde que almacenes, se establecen las políticas de inventario y la posibilidad y magnitud de las promociones de precio y marketing.
3. **Operación de la cadena de suministro:** Aquí, el horizonte de tiempo es semanal o diario. En esta fase se distribuye el inventario o la producción entre cada pedido, se establecen fechas para completar pedidos, se surte el almacén y se establecen transportes e itinerarios en las rutas.

## 4.2. Logística

Ronald H. Ballou (2004) indica que "la logística es la parte del proceso de la cadena de suministro que planea, lleva a cabo y controla el flujo y almacenamiento eficientes y efectivos de bienes y servicios, así como de la información relacionada, desde el punto de origen hasta el punto de consumo, con el fin de satisfacer los requerimientos de los clientes".

El concepto logística se caracteriza por integrar las actividades que aseguran un flujo dirigido a proveer al cliente los servicios y productos que demanda, esto debe ser en el momento que lo solicita el cliente, con la calidad que requiere y al costo que este dispuesto a pagar. Para ello centra su trabajo en coordinar las siguientes actividades:

- Producción
- Almacenamiento
- Compras
- Transporte
- Administración de inventarios
- Atención de los pedidos
- Control de calidad
- Marketing
- Ventas
- Servicio al cliente

La logística debe coordinar las variables de cada una de las actividades para asegurar un flujo racional que garantice un alto nivel de servicio al cliente con costos bajos.

### 4.3. Problema de Ruteo de Vehículos(VRP)

El problema de ruteo de vehículos es el nombre genérico dado a la clase de problemas en los que se debe establecer una serie de rutas para una flotilla de vehículos que salen de uno o más depósitos, hacia un cierto número de ciudades o clientes geográficamente dispersos, de manera que satisfagan los requerimientos de los clientes, las restricciones de operación y se minimice el costo total (Villagra et al., 2011).

El modelo matemático más utilizado para representar el problema de ruteo de vehículos fue propuesto por Miller-Tuckin-Zemlin el cual está dado por la siguiente ecuación (Benavente & Bustos, 2011):

CVRP

$$\text{Minimizar} \quad \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} c_{ij} x_{ij} \quad (4.1)$$

Sujeto a:

$$\sum_{i \in V} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in V \setminus \{0\} \quad (4.2)$$

$$\sum_{j \in V} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in V \setminus \{0\} \quad (4.3)$$

$$\sum_{i \in V} x_{i0} = k \quad (4.4)$$

$$\sum_{j \in V} x_{0j} = k \quad (4.5)$$

$$\sum_{i \notin S} \sum_{i \in S} s_{ij} \geq r(S) \quad \forall S \subset V \setminus \{0\}, \quad S \neq \emptyset \quad (4.6)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall i, j \in V \quad (4.7)$$

Donde:

$G = (V, A)$ , es un grafo formado por  $V$  y  $A$ .

$V = V_0, V_1, V_2, \dots, V_n$ , es el conjunto de nodos,  $V_0$  es el depósito.

$A = (i, j) : i, j \in V, i \neq j$ , es el conjunto de arcos.

$c_{ij}$ , es el costo de ir del cliente  $i$  al cliente  $j$ .

$x_{ij}$  ( $i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$ ), es la ruta del cliente  $i$  al cliente  $j$ .

$k$  es el número de vehículos disponibles.

La ecuación 4.1 es la función objetivo, que es minimizar la suma de los costos de cada ruta. Las ecuaciones 4.2 y 4.3 plantean que exactamente un arco entra y uno deja cada vértice asociado con un cliente. Las ecuaciones 4.4 y 4.5 aseguran que el vehículo comience y termine en el depósito. La ecuación 4.6 impide la existencia de subrutas, y  $r(S)$  es el número mínimo de vehículos necesarios para satisfacer la demanda en  $S$ .

### 4.3.1. Tipos de VRP

En el mundo real, el VRP puede incluir muchas restricciones especiales, esto crea el surgimiento de variantes del problema original. Algunas de estas variantes son:

- **VRP Capacitado:** Es el más genérico y consiste en uno o varios vehículos de capacidad constante y limitada, éstos se encargan de la distribución de los productos según lo requieren los clientes. El objetivo es minimizar el costo total mientras se entrega la demanda a todos los clientes.
- **VRP de entrega dividida:** En este se realiza una relajación al VRP, y se permite que un cliente sea atendido por varios vehículos, ya que el tamaño del pedido excede la capacidad de éste.
- **VRP estocástico:** Se trata de un VRP en que una o varias variables son aleatorias tales como: demandas, tiempos y clientes estocásticos son las principales en este tipo de problema.
- **VRP recogida y entrega:** Es aquel en el que cabe la posibilidad de que los clientes puedan devolver determinados bienes, por tanto se debe tener presente que estos quepan en el vehículo (Benavente & Bustos, 2011).
- **VRP flota mixta:** Los vehículos tienen diferentes capacidades, por lo tanto se deben considerar al momento de asignar el vehículo a una ruta. Un camión más

grande puede considerar los clientes con mayor demanda o realizar una ruta más larga.

- **VRP con ventanas de tiempo:** Es aquel en el que se incluye una restricción adicional donde cada cliente está dispuesto a recibir el bien o servicio durante un determinado intervalo de tiempo.
- **VRP de flota heterogénea:** Cuenta con una flota de vehículos con capacidades diferentes, costos fijos y costos variables. El objetivo es asignar un cliente a una de las rutas, de modo que el costo total de transporte se reduce al mínimo y todas las demás rutas cumplen con las restricciones.
- **VRP con múltiples viajes:** Se permite que un vehículo realice varias rutas en un mismo período, ya que la flota es limitada.

#### **4.4. Métodos de solución para el problema de ruteo de vehículos**

Los métodos de solución emplean dos enfoques (Figura 4.1), uno es el uso de métodos exactos como los conocidos “Branch and Bound” y “Variable Neighborhood Search”, estos siempre encuentran una solución óptima, pero su principal desventaja es que, dado a que se trata de problemas NP-Duro suelen requerir tiempos de ejecución muy elevados.

El otro enfoque son los algoritmos de aproximación, estos se dividen en heurísticas y metaheurísticas, donde las heurísticas son más rápidas que los exactos para encontrar una solución, su desventaja es que dan un óptimo local; y las metaheurísticas intentan encontrar una solución fuera de los óptimos locales y suelen ser eficientes en la forma de encontrar soluciones cercanas a la óptima.

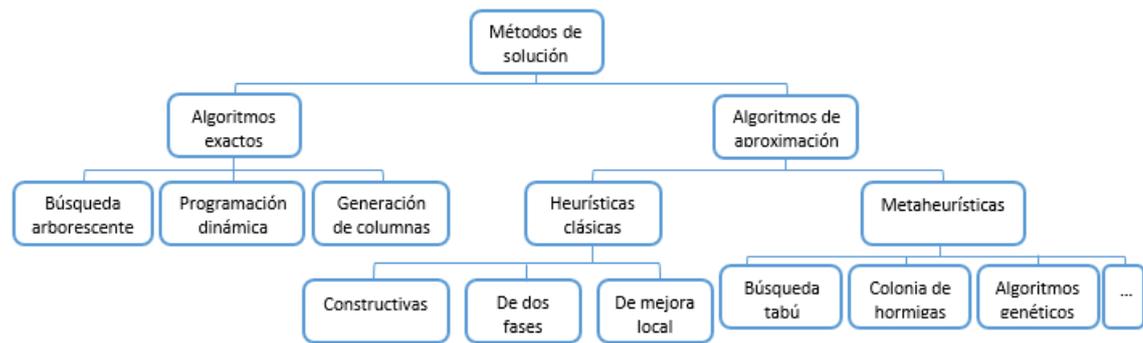


Figura 4.1: Métodos de solución (Olivera, 2005).

## 4.5. Inventarios

El inventario son recursos que dispone la empresa, ya sea para producir diferentes bienes o para vender tal cual fueron recibidos del proveedor. Los inventarios pueden almacenar materias primas, productos que estén en proceso o productos terminados, repuestos y materiales para ser utilizados en la producción de bienes fabricados.

Para poder calcular el inventario se toma en cuenta la demanda del producto, esto es, la cantidad de recursos que se deberán extraer del inventario para usar durante algún tiempo específico. El nivel de la demanda debe tener un balance entre la atención al cliente y los activos de la empresa (Hillier & Lieberman, 2010).

Según Taha (2004) la administración científica de inventarios comprende los siguientes pasos:

1. Formular un modelo matemático que explique el comportamiento del sistema de inventarios.
2. Derivar una política óptima de inventarios respecto a este modelo.
3. Utilizar un sistema de procesamiento de información computarizado para mantener un registro de los niveles de inventario.

4. A partir de los registros de los niveles de inventario, utilizar la política óptima de inventarios para saber cuándo y cuánto conviene reabastecer.

El problema de los inventarios consiste en colocar y recibir de forma repetida pedidos de ciertos tamaños en un tiempo establecido. Las preguntas de ¿cuándo y cuánto pedir? se basa en minimizar el siguiente modelo de costo:

$$CTI = CC + CP + CA + CF \quad (4.8)$$

Donde:

$CTI$  = Costo total del inventario

$CC$  = Costo de compra

$CP$  = Costo de preparación

$CA$  = Costo de almacenamiento

$CF$  = Costo de faltante

Cada costo en ocasiones tiene una forma propia de calcularse dependiendo del caso de estudio.

#### 4.5.1. Inventario manejado por el proveedor (VMI)

Con el modo del VMI el fabricante o proveedor es responsable de las decisiones con respecto al inventario del cliente. El VMI necesita que el cliente comparta la información sobre la demanda con el fabricante, para que éste tome las decisiones de reabastecimiento de inventarios. (Chopra & Meindl, 2008).

El VMI está fundamentado en que los proveedores tienen una mejor comprensión de la administración del inventario ya que conocen las capacidades de producción, además, si los proveedores manejan el inventario se reduce al número de terceros en la cadena de suministro, y se reducen los niveles de inventario a lo largo de la misma.

## **Ventajas del VMI**

### **Ventajas compartidas**

- El inventario se verá reducido en toda la cadena, reduciendo costos por la inmovilización de material o riesgo por obsolescencia.
- La información va del final de la cadena al principio sin que cada eslabón la procese para enviarla al anterior, de esta manera la velocidad del proceso mejora.
- La relación de proveedor y cliente cambia a socios con objetivo común.
- Existe una integración entre proveedor y cliente que posibilita uniones que en otro caso pasarían por desapercibidas. Se pueden descubrir posibilidades de ahorro conjunto si cada uno conoce mejor el sistema de funcionamiento del otro.

### **Ventajas para el cliente**

- El costo de planificar y generar pedidos desaparece.
- Los costos de almacenamiento desaparecen debido a que el inventario es del proveedor, los costos de éste también le pertenecen.
- La tesorería se ve favorecida, ya que la mercancía se paga una vez consumida , eliminando el costo de inventario.

### **Ventajas para el proveedor**

- Al disponer de los datos del extremo de la cadena gana capacidad de reacción y trabaja con datos más confiables. Se reduce en gran manera el problema de recibir pedidos inesperados y grandes, por lo que el efecto látigo se reduce o desaparece.
- Disponer de los datos que maneja el cliente reduce significativamente la posibilidad de que el cliente presente datos “inflados” en la negociación.

- Puede conservar sin costo los productos almacenados.
- Retener al cliente se considera la ventaja más importante, ya que una vez instalado el sistema VMI, es muy difícil y de gran costo para el cliente cambiar de proveedor.

## 4.6. Pronóstico de la demanda

Un pronóstico es una predicción de eventos futuros que utiliza datos del pasado con propósitos de planificación. Los pronósticos son necesarios para establecer que recursos son necesarios, programar los que están en existencia y obtener recursos adicionales, cuando los pronósticos son precisos, permiten que los programadores utilicen de forma eficiente la capacidad de las máquinas, se pueden reducir los tiempos de producción y recortar los inventarios. Los métodos de pronóstico suelen estar basados en modelos matemáticos que utilizan datos históricos, métodos cualitativos, que se basan en la experiencia, o en una combinación de ambos. (Chopra y Meindl, 2008)

### 4.6.1. Clasificación de métodos de pronóstico

1. **Cualitativos:** Se apoyan en la experiencia de las personas involucradas. Son apropiadas cuando no está disponible la información histórica o existen muy pocos datos; o bien, los expertos cuentan con resultados de investigación del mercado.
2. **Series de tiempo:** Utilizan la demanda histórica para hacer pronósticos. Suponen que la demanda pasada puede ser una buena guía para la demanda futura. Este método es apropiado cuando la guía de la demanda básica no varía demasiado de un año al otro.
3. **Causal:** Supone que el pronóstico de la demanda está relacionado con factores en el ambiente (el estado de la economía, las tasas de interés, clima, etc.).

4. **Simulación:** Éste método puede combinar el método de series de tiempo y el causal, de esta manera se pueden responder preguntas como: ¿Cuál sería el impacto de un descuento en el producto? o ¿Cuál es el efecto de la apertura de una tienda competidora?

#### 4.6.2. Series de tiempo

La mayoría de los métodos estadísticos de pronósticos se basan en el uso de datos históricos de una serie de tiempo. Una serie de tiempo son observaciones en el tiempo de alguna cantidad de interés (variable aleatoria). Así, si  $X_i$  es la variable aleatoria de interés en el tiempo  $i$ , además si las observaciones se toman en los tiempos  $i = 1, 2, \dots, t$ , entonces los valores observados  $X_1 = x_1, X_2 = x_2, \dots, X_t = x_t$  son la serie de tiempo.

Como una serie de tiempo es una descripción del pasado, un procedimiento lógico para pronosticar el futuro es usar estos datos históricos. Si los datos pasados indican lo que se puede esperar en el futuro, es posible proponer un modelo matemático que sea representativo del proceso. Después, el modelo puede usarse para generar los pronósticos.

En las situaciones reales, no se tiene conocimiento completo de la forma exacta del modelo que genera la serie de tiempo, por lo que se debe elegir un modelo aproximado. Con frecuencia, la elección se basa en la observación de los resultados de la serie de tiempo. Una vez que se elige la forma del modelo, se puede dar una representación matemática del proceso generador de la serie de tiempo.

#### 4.6.3. Método del promedio móvil

El método de promedios móviles se utiliza cuando en la demanda no se observa tendencia o estacionalidad. En este método el promedio de  $N$  períodos más recientes

se estima como la demanda en el período  $t$ .

$$L_t = \frac{D_t + D_{t-1} + \dots + D_{t-N+1}}{N} \quad (4.9)$$

El pronóstico para el período futuro es el mismo que el actual. El pronóstico es

$$F_{t+1} = L_t \quad (4.10)$$

Cuando se tenga la demanda del período  $t + 1$ , se revisan los estimados:

$$L_{t+1} = \frac{D_{t+1} + D_t + \dots + D_{t-N+2}}{N} \quad F_{t+2} = L_{t+1} \quad (4.11)$$

Para calcular un nuevo promedio móvil, solo se agrega la última observación y se quita la última. Esta estimación es excelente si el proceso es muy estable, esto es, si las suposiciones sobre el modelo que se usa son correctas.

#### 4.6.4. Método de suavización exponencial simple

Este es el más indicado cuando la demanda no tiene tendencia o patrón estacional, pero el nivel de la serie cambia lentamente con el tiempo. La estimación inicial del nivel  $L_0$ , es igual al promedio de los datos históricos:

$$L_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n D_i \quad (4.12)$$

El pronóstico para los períodos futuros es el mismo que el actual, dado por:

$$F_{t+1} = L_t \quad (4.13)$$

Después de obtener la demanda  $D_{t+1}$  se calcula el estimado del nivel de la siguiente manera:

$$L_{t+1} = \alpha D_{t+1} + (1 - \alpha)L_t \quad (4.14)$$

Donde  $\alpha$  se llama constante de suavizado  $0 < \alpha < 1$ . Un valor alto de  $\alpha$  corresponde a un pronóstico más sensible a las demandas recientes, mientras que un valor menor es menos sensible a estas observaciones recientes.

#### 4.6.5. Suavización exponencial doble (modelo de Holt)

Este modelo es apropiado cuando se considera que la demanda tiene un nivel y una tendencia pero no estacionalidad.

Primero se obtiene el estimado del nivel y la tendencia calculando una regresión lineal entre la demanda  $D_t$  y el período  $t$  de la siguiente forma

$$D_t = at + b \quad (4.15)$$

La constante  $b$  mide el estimado de la demanda en el período  $t = 0$  y es el estimado del nivel inicial  $L_0$ . La pendiente  $a$  mide la tasa de cambio en la demanda por período y es la estimación inicial de la tendencia  $T_0$ .

El pronóstico para los siguientes períodos se calcula

$$F_{t+1} = L_t + T_t \quad F_{t+n} = L_t + nT_t \quad (4.16)$$

Después de obtener la demanda para el período  $t$ , los estimados para el nivel y la tendencia se calculan de la siguiente manera:

$$L_{t+1} = \alpha D_{t+1} + (1 - \alpha)(L_t + T_t) \quad (4.17)$$

$$T_{t+1} = \beta(L_{t+1} - L_t) + (1 - \beta)T_t \quad (4.18)$$

$\alpha$  es una constante de suavizamiento para el nivel  $0 < \alpha < 1$ , y  $\beta$  es una constante de suavizamiento para la tendencia  $0 < \beta < 1$ .

#### 4.6.6. Suavización exponencial triple (modelo de Winter)

El modelo es apropiado cuando la demanda tiene tendencia, un factor estacional y un nivel. Se supone que la periodicidad de la demanda es  $p$ . Se necesitan los estimadores iniciales del nivel  $L_0$ , tendencia  $T_0$  y los factores estacionales  $S_1, \dots, S_p$ . Dados estos estimados el pronóstico para períodos posteriores está dado por

$$F_{t+1} = (L_t + T_t)S_{t+1} \quad F_{t+l} = (L_t + lT_t)S_{t+l} \quad (4.19)$$

Al obtener la demanda para el período  $t+1$  se calculan los estimados de la siguiente manera:

$$L_{t+1} = \alpha(D_{t+1}/S_{t+1}) + (1 - \alpha)(L_t + T_t) \quad (4.20)$$

$$T_{t+1} = \beta(L_{t+1} - L_t) + (1 - \beta)T_t \quad (4.21)$$

$$S_{t+p+1} = \gamma(D_{t+1}/L_{t+1}) + (1 - \gamma)S_{t+1} \quad (4.22)$$

$\alpha$  es la constante de suavizamiento de nivel  $0 < \alpha < 1$ ,  $\beta$  es una constante de suavizamiento para la tendencia  $0 < \beta < 1$  y  $\gamma$  es una constante de suavizamiento para el factor estacional  $0 < \gamma < 1$ .

#### 4.6.7. Métricas de evaluación

La meta es generar pronósticos que sean tan exactos como se pueda, por lo que es natural una métrica de evaluación en los errores de pronóstico. Mientras que los errores observados estén dentro de los estimados históricos, se puede continuar usando el método de pronóstico actual.

El residual o también llamado error de pronóstico de un período  $t$  está dado por  $E_t$ , donde:

$$E_t = D_t - F_t \quad (4.23)$$

Una de las métricas de evaluación es el error cuadrático medio (MSE por sus siglas en inglés), se utiliza para examinar la precisión entre distintos métodos de pronóstico.

$$MSE_n = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n E_t^2 \quad (4.24)$$

La raíz del error cuadrático medio (RMSE, por sus siglas en inglés), se utiliza para examinar la precisión de distintos métodos de pronóstico, pero a diferencia de la MSE, el resultado está en unidades originales.

$$RMSE_n = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n E_t^2}{n}} \quad (4.25)$$

La descripción de desviación absoluta en el período  $t$ , es el valor absoluto del error en el período  $t$ ,

$$A_t = |E_t| \quad (4.26)$$

La desviación absoluta media (MAD, por sus siglas en inglés), mide la exactitud de los valores estimados de la serie de tiempo, es decir, la distancia que existe entre los datos de la serie de tiempo y la media de estos.

$$MAD = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n A_t \quad (4.27)$$

La señal de rastreo (TS, por sus siglas en inglés) es resultado de la división entre el sesgo y la MAD. Si en algún período la TS está fuera del rango de  $\pm 6$ , esto quiere decir que el pronóstico está subpronosticando ( $TS < -6$ ) o sobrepronosticando ( $TS > +6$ ). En este caso, se debe elegir otro método de pronóstico.

$$TS_t = \frac{\sum_{t=1}^n E_t}{MAD_t} \quad (4.28)$$

# Capítulo 5

## Metodología general de la aplicación

En este capítulo se muestra la metodología a seguir en la solución del problema (Figura 5.1), además de una explicación de cada etapa para resolver el problema.

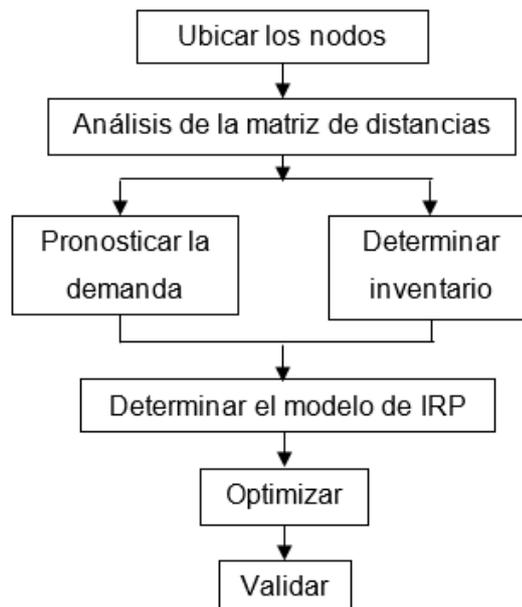


Figura 5.1: Metodología general de la aplicación.

### ■ Ubicar los nodos:

Es necesaria la información sobre cada una de las rutas disponibles, el costo de cada una de ellas y la distancia entre cada cliente. En este paso se localizan cada uno de los

nodos (depósito y clientes), se calculan las distancias entre clientes, y entre clientes y depósito.

- **Análisis de la matriz de distancias:**

Una vez ubicados los clientes, se deberá crear la matriz de distancias. Un ejemplo se puede ver en la Figura 5.2, donde se muestra una matriz de distancias simétrica (Ireta Sanchez, 2014).

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
1	1000	0.65	3.2	3.7	3.6	3.9	3.5	4.4	6.4	7.2	7.5	7.3	7.4	7.2	7.2	8.1	7.7	8.4	8.3	8	9.3	9.7	10	7.8
2	0.65	1000	3.4	3.9	4.1	3.5	3.5	4.6	6.6	3.4	7.8	7.5	7.6	7.6	7.4	8.3	7.9	8.6	8.5	8.2	9.5	9.8	10	7.9
3	3.2	3.4	1000	0.45	0.4	1.6	3.9	5	6.3	7.1	7.4	7.2	7.3	7.1	7	8	7.6	8.3	8.2	7.9	9.1	9.4	9.7	7.6
4	3.7	3.9	0.45	1000	0.02	2.1	4.4	5.6	6.8	7.6	8	7.7	3.9	7.7	7.6	8.5	8.3	8.8	8.8	8.4	9.7	10	10.3	8.1
5	3.6	4.1	0.4	0.02	1000	2.1	4.4	5.5	6.8	7.6	7.9	7.7	7.8	7.6	7.6	8.4	8.2	8.8	8.7	8.4	9.6	10	10.3	8.1
6	3.9	3.5	1.6	2.1	2.1	1000	2.2	3.4	6.6	4.8	5.1	5.4	5.1	5	5.7	8.2	7.9	8.5	8.6	8.2	9.2	9.7	10	7.9
7	3.5	3.5	3.9	4.4	4.4	2.2	1000	1.2	3.2	2.7	3	2.9	2.9	2.8	3.4	3.6	7.5	4.3	4.4	4.6	8.9	9.1	9.4	4.4
8	4.4	4.6	5	5.6	5.5	3.4	1.2	1000	2.1	1.6	1.4	1.6	1.4	1.4	1.8	2.7	4.6	2.8	2.9	3.5	4.5	4.6	4.9	2.9
9	6.4	6.6	6.3	6.8	6.8	6.6	3.2	2.1	1000	0.9	1.2	1.4	1.2	1	2	2.5	3.1	2.7	2.8	3.4	4.2	5.1	5.4	2.8
10	7.2	3.4	7.1	7.6	7.6	4.8	2.7	1.6	0.9	1000	0.3	0.5	0.3	0.12	0.7	1.4	2.9	1.6	1.7	1.9	3.3	4.3	4.6	1.7
11	7.5	7.8	7.4	8	7.9	5.1	3	1.4	1.2	0.3	1000	0.25	0.3	0.4	0.7	1.5	3	1.7	1.7	2	3	3.2	3.5	1.8
12	7.3	7.5	7.2	7.7	7.7	5.4	2.9	1.6	1.4	0.5	0.25	1000	0.06	0.14	0.4	1.3	2.8	1.5	1.5	1.7	3.1	3.3	3.6	1.5
13	7.4	7.6	7.3	3.9	7.8	5.1	2.9	1.4	1.2	0.3	0.3	0.06	1000	0.08	0.55	1.7	2.6	1.9	2	2.2	3.6	3.4	3.7	1.6
14	7.2	7.6	7.1	7.7	7.6	5	2.8	1.4	1	0.12	0.4	0.14	0.08	1000	0.55	1.3	2.8	1.5	1.6	1.8	3.2	3.3	3.6	1.6
15	7.2	7.4	7	7.6	7.6	5.7	3.4	1.8	2	0.7	0.7	0.4	0.55	0.55	1000	0.9	1.9	1	1.1	1.3	2.6	2.7	3	1.1
16	8.1	8.3	8	8.5	8.4	8.2	3.6	2.7	2.5	1.4	1.5	1.3	1.7	1.3	0.9	1000	0.95	0.6	0.65	0.85	2.4	2.6	2.9	0.25
17	7.7	7.9	7.6	8.3	8.2	7.9	7.5	4.6	3.1	2.9	3	2.8	2.6	2.8	1.9	0.95	1000	0.8	0.7	0.35	1.7	2.3	2.6	0.85
18	8.4	8.6	8.3	8.8	8.8	8.5	4.3	2.8	2.7	1.6	1.7	1.5	1.9	1.5	1	0.6	0.8	1000	0.06	0.45	1.8	2.3	2.6	0.8
19	8.3	8.5	8.2	8.8	8.7	8.6	4.4	2.9	2.8	1.7	1.7	1.5	2	1.6	1.1	0.65	0.7	0.06	1000	0.3	1.9	2.1	2.4	0.65
20	8	8.2	7.9	8.4	8.4	8.2	4.6	3.5	3.4	1.9	2	1.7	2.2	1.8	1.3	0.85	0.35	0.45	0.3	1000	1.8	2	2.3	0.75
21	9.3	9.5	9.1	9.7	9.6	9.2	8.9	4.5	4.2	3.3	3	3.1	3.6	3.2	2.6	2.4	1.7	1.8	1.9	1.8	1000	0.5	0.8	2.4
22	9.7	9.8	9.4	10	10	9.7	9.1	4.6	5.1	4.3	3.2	3.3	3.4	3.3	2.7	2.6	2.3	2.3	2.1	2	0.5	1000	0.3	3.6
23	10	10	9.7	10.3	10.3	10	9.4	4.9	5.4	4.6	3.5	3.6	3.7	3.6	3	2.9	2.6	2.6	2.4	2.3	0.8	0.3	1000	4.7
24	7.8	7.9	7.6	8.1	8.1	7.9	4.4	2.9	2.8	1.7	1.8	1.5	1.6	1.6	1.1	0.25	0.85	0.8	0.65	0.75	2.4	3.6	4.7	1000

Figura 5.2: Matriz de distancias.

- **Pronosticar la demanda:**

Se requiere información sobre la demanda pasada de cada cliente para poder realizar un pronóstico de cómo se comportará en un determinado período, con esta información se pueden definir los recursos que se necesitan, programar recursos ya existentes o bien adquirir recursos adicionales.

- **Determinar inventario**

Se requiere información del cliente sobre que producto necesita y la capacidad máxima de inventario, con esta información se determina la mejor política de reabastecimiento.

- **Determinar el modelo**

En esta etapa se realiza la aportación científica ya que se construye el modelo matemático, el cual debe describir el comportamiento real del problema, este modelo se diseña de manera que cumpla con la función objetivo respetando una serie de restricciones dadas. Como resultado debe determinar cuándo y cuánta cantidad de producto se debe enviar a cada cliente, además de encontrar la mejor ruta.

- **Optimizar**

En esta etapa se optimizará el modelo anteriormente hecho, con base a los métodos de solución presentados, se aplicarán los métodos exactos y algoritmos de aproximación con el objetivo de ver cual obtiene mejor solución con el modelo propuesto.

### **Branch and Bound**

El método “Branch and Bound” es una búsqueda inteligentemente estructurada del espacio de todas las soluciones factibles. Comúnmente el espacio de todas las posibles soluciones es repetidamente dividido en subconjuntos cada vez más pequeños. Se calcula un límite inferior (en caso de estar minimizando) para el costo de las soluciones dentro de cada subconjunto. Después de cada partición los subconjuntos con un límite que excede el costo de una solución factible conocida se excluyen de todas las divisiones futuras. Las divisiones continúan hasta que se encuentra una solución factible y que el costo no sea más grande que los límites de algún subconjunto, (Lawler & Wood, 1966).

Este método se puede representar como un árbol (Figura 5.3), el procedimiento de solución es el siguiente:

- Mediante la suma de los mínimos de cada fila se determina un límite inferior.
- A partir del límite inferior se crean ramas o nodos, donde cada nodo es la visita a un cliente o ciudad.
- Cuando se alcanza un nodo, se calcula de nuevo la distancia con la característica de que ese nodo no puede ser visitado de nuevo.
- Si la cota del nodo alcanzado no es mejor que la solución previa entonces se dice que no es necesario explorar esa zona y se poda.
- El problema se termina cuando el total de las ramas son exploradas y la cota no puede ser mejorada.

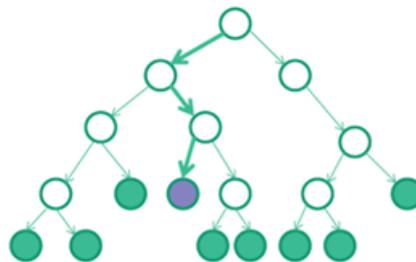


Figura 5.3: Representación del método Branch and Bound.

(Gurobi optimization, s.f.)

### Distancia Mínima

El método de la distancia mínima utiliza sanciones para obtener la mejor distancia al final de toda la ruta. El procedimiento que utiliza se explica a continuación:

- Se realiza una minimización de filas, seguido por la minimización de columnas.

- Al tener por lo menos un elemento cero en cada fila y columna, se le calculan sanciones a cada uno, esto es, sumar el mínimo de la fila con el mínimo de la columna correspondiente donde se encuentra el 0.
- Se elige el elemento cero con la sanción más alta, debido a que, si no es elegido, entonces el valor de la cota aumentará su valor.
- Una vez elegido el elemento cero, se elimina la fila y columna, se toma la matriz reducida y el elemento espejo del cero elegido se elimina.
- Se repiten todos los pasos hasta que se obtenga la ruta completa.

### **Algoritmos Genéticos**

Los Algoritmos Genéticos (AG) fueron introducidos por Holland en 1975, están basados en ideas de la evolución natural de los seres vivos. La población evoluciona de acuerdo a los principios de selección natural y de supervivencia postulados por Darwin (1859), imitando a este proceso, los AG son capaces de crear soluciones para problemas del mundo real.

En la naturaleza los individuos de una población compiten entre sí en la búsqueda de recursos. Los individuos que tienen mayor éxito para sobrevivir y atraer pareja, tienen más posibilidad de generar gran número de descendientes. Por otro lado si los individuos son menos dotados producen menor número de descendientes.

Los AG producen una población de individuos, donde cada uno representa una solución factible del problema dado, a éstos se les aplica una función de aptitud para saber cuan buena es la solución. Mientras mejor sea la evaluación del individuo, mayor será la probabilidad de que sea seleccionado para reproducirse y cruzar su información genética con otro individuo. Este cruce genera nuevos individuos, produciendo así una nueva población. A lo largo de las generaciones puede que los individuos sufran alguna mutación al azar, esto permite alcanzar zonas del espacio de búsqueda que no han

sido exploradas por los individuos de la población actual.

El algoritmo básico se basa en generar (aleatoriamente) una población inicial, calcular la aptitud de cada individuo, seleccionar, aplicar operadores de cruce y mutación, y ciclar hasta cumplir una condición.

- Población

En este proceso se genera una población inicial la cual está formada por un conjunto de individuos que representan posibles soluciones. La forma de representar a los individuos puede ser mediante una forma binaria, o bien una representación de la trayectoria, (P. Larrañaga et al., 1999).

- Calcular aptitud de cada individuo

La función de evaluación debe ser diseñada específicamente para el problema a resolver.

- Selección

Ya que se evalúa la aptitud de cada individuo se debe crear la nueva población, es decir, la próxima generación. En este paso se seleccionan los padres que deben participar en la reproducción de los hijos. Para la selección se tienen diferentes métodos entre los cuales se encuentran: selección proporcional, elitista, por torneo, por ruleta, entre otros.

- Cruce

En este proceso se combinan los cromosomas de los individuos seleccionados, y partes de las soluciones de los padres se combinan para formar un nuevo individuo

(posiblemente mejor). La idea es que los hijos deben combinar los rasgos de los padres para formar una mejor generación.

Para los AG binarios los cruces más utilizados son los de un punto donde se realiza un corte a la codificación de los padres y se intercambian las secciones que se encuentran a la derecha de dicho corte. En el cruce de dos puntos se crean dos cortes a cada uno de los padres, donde la parte intermedia de estos cortes será intercambiada entre ellos, creando de esa manera los hijos de la próxima generación.

Para los AG basados en trayectoria se utilizan diferentes cruces a los anteriores, algunos son: el cruce basado en ciclos (CX) crea un sucesor a partir de los padres, de tal manera que cada posición se ocupa por el correspondiente elemento de uno de los padres, el cruce basado en el orden (ORX) constituye sucesores eligiendo una subgira de un padre y preservando el orden relativo de las ciudades del otro padre, el cruce basado en la combinación de arcos (ERX) utiliza una conexión de arcos, la cual proporciona para cada nodo los arcos de los padres que comienzan o finalizan en ella.

#### ■ Mutación

La mutación es un operador que proporciona aleatoriedad a los individuos de la población. Con este operador se permite alcanzar zonas del espacio de búsqueda que no habían sido exploradas por los individuos de la generación actual.

Para los AG con representación por trayectoria algunas de las mutaciones son: mutación por inversión donde se invierte el orden de los nodos, mutación por intercambio donde se intercambia la posición de dos ciudades, mutación por inversión e intercambio donde se realiza dos cortes y los nodos dentro de estos cortes se invierten.

Cuando los AG tienen representación binaria cada bit tiene la probabilidad de ser alterado, es decir, si el bit elegido tiene valor de cero cambiará a uno, e igual si se tiene uno cambiará a cero.

### Búsqueda Tabú

El algoritmo de Búsqueda Tabú fue introducido por Fred Glover en 1989. El término tabú (taboo) se define como "lo prohibido". Este algoritmo es una metaheurística que guía un procedimiento heurístico de búsqueda local en la búsqueda de optimalidad global.

En la búsqueda tabú dada una solución  $x$  se delimita un vecindario  $N(x)$ , se evalúa y se muda a una mejor solución pero, en lugar de que se considere todo el vecindario el algoritmo delimita un entorno reducido  $N^*(x)$  con las soluciones marcadas como no tabú en el entorno de  $x$ . La característica distintiva es el uso de una memoria, la cual está basada en una lista tabú y unas técnicas de selección del siguiente movimiento.

La lista tabú es una memoria a corto plazo, ésta guarda soluciones visitadas previamente (menos de  $n$  iteraciones atrás,  $n$  es un número de soluciones previas que van a ser guardadas), el objetivo es penalizar la búsqueda para evitar el ciclado. Si un movimiento se encuentra en la lista tabú no podrá ser aceptado, aunque de manera aparente sea mejor solución actual.

El procedimiento de la metaheurística es el siguiente:

- Se comienza con una solución inicial factible.
- Se crea una lista de posibles soluciones, intercambiando el orden en que dos ciudades son visitadas (no se considera ningún movimiento incluido en la lista tabú actual).
- Se calcula la distancia y se determina cuál de los movimientos proporciona la mejor solución, ésta se adopta como la nueva solución (no importa si es mejor o peor que la solución actual).
- Se actualiza la lista tabú para evitar el regreso a la última solución actual (si la lista tabú ya está llena se elimina el elemento más antiguo de la lista para proporcionar más flexibilidad a los movimientos futuros).

- Se continúan creando nuevas soluciones hasta que se cumpla algún criterio de parada, como un número máximo de iteraciones, una cantidad de tiempo o un número de iteraciones consecutivas que no produzcan ninguna mejoría al valor de la función objetivo.

Una vez que se detiene la búsqueda tabú, la mejor solución es aquella cuya distancia total a recorrer es menor.

### **Colonia de Hormigas**

El algoritmo de colonia de hormigas es una metaheurística propuesta por Dorigo en 1991, en su tesis “Optimization, learning and Natural Algorithms” modela la forma en que las hormigas solucionaban problemas con el uso de feromonas. Las hormigas tienen la capacidad de encontrar el camino más corto desde una fuente de comida hasta su nido. Al caminar, las hormigas depositan una feromona en el suelo y siguen la feromona anteriormente depositada por otras hormigas (Yaseen & Al-Slamy, 2008).

En el algoritmo, una serie de hormigas artificiales construyen soluciones a un problema de optimización e intercambian información sobre su calidad a través de un esquema de comunicación que recuerda al adoptado por hormigas naturales. El procedimiento básico del algoritmo es el siguiente:

1. Capturar parámetros:

Matriz de distancias, número de iteraciones, número de hormigas (tamaño de la población).

2. Iniciar los rastros de feromonas:

Feromona inicial  $\tau_0$ , valor de la heurística o regla de visibilidad  $\eta$ , tasa de evaporación  $\rho$ , peso exponencial de la feromona  $\alpha$ , peso exponencial de la heurística  $\beta$ , constante para ajustar el incremento de la feromona  $Q$ .

3. Mientras se cumpla la condición de término ( número de iteraciones):

3.1 Para  $k$  desde 1 hasta el número de hormigas

3.2 Construir la solución para la hormiga  $k$  con probabilidad

$$\rho_{ij} \begin{cases} \frac{\tau_{ij}^{\alpha} \eta_{ij}^{\beta}}{\sum_{l \in N_i} \tau_{il}^{\alpha} \eta_{il}^{\beta}} & \forall j \in N_i \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (5.1)$$

3.3 Actualizar costo de la hormiga  $k$

3.4 Si el costo de la hormiga  $k <$  solución actual, entonces actualice la solución actual

4. Actualizar feromonas

$$\tau_{ij} = \tau_{ij} + \sum_k \Delta \tau_{ij}^k \quad (5.2)$$

Donde

$$\Delta \tau_{ij}^k = \begin{cases} Q/L_k & \text{Si la hormiga } k \text{ utiliza el arco } ij \\ 0 & \text{de otro modo} \end{cases} \quad (5.3)$$

$L_k$  es el costo de la ruta de la hormiga  $k$ -

5. Evaporar rastro de feromona

$$\tau_{ij} = (1 - \rho) \tau_{ij} \quad (5.4)$$

6. Guardar la mejor solución construida

7. Fin

#### ■ Validar

En este paso se elige el mejor método de optimización de acuerdo al problema y se valida, llevándolo a un caso de estudio.

# Capítulo 6

## Experimentación

En este capítulo se plantea el caso de estudio, es decir la situación actual de la empresa. Después se sigue paso a paso la metodología. Primero se recolectan los datos, después se pronostica la demanda y se define el inventario, realizados estos tres pasos se define el modelo de IRP para después optimizar.

### 6.1. Caso de estudio

Maquinados Universales es una empresa de Saltillo que se dedica al maquinado de piezas específicas para cada uno de sus clientes. Actualmente la empresa entrega a seis clientes dispersos en los municipios de Saltillo, Arteaga y Ramos Arizpe. Las piezas que requiere cada cliente son diferentes y se entregan en distintos días.

La forma en la que opera la empresa es que se maquinan las piezas del día. Debido a que los clientes requieren distintas piezas y cantidades, los lotes se terminan en diferentes tiempos; cuando se termina el primer lote, se carga el vehículo y se entrega al cliente, después se regresa al depósito y espera a que salga el siguiente lote, de esta manera se repite hasta que se entregan todas las demandas.

En la figura 6.1 se pueden ver las distancias de depósito a clientes. De acuerdo a la forma en la que trabaja la empresa, se recorren 247 kilómetros (ver Tabla 6.1). El vehículo con el que se cuenta tiene el espacio suficiente para llevar todos los productos,

sin embargo prefieren llevarlos conforme salgan los lotes.

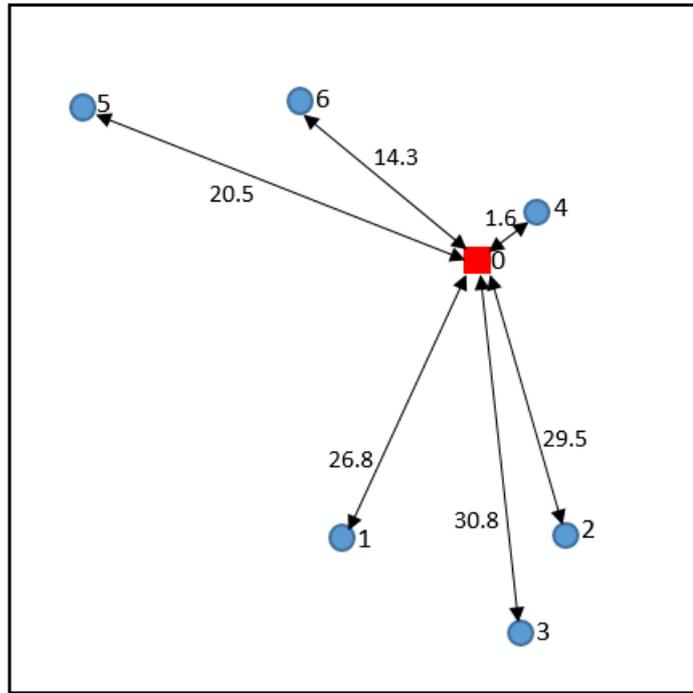


Figura 6.1: Distancia de depósito a clientes.

Elaboración propia.

Tabla 6.1: Recorrido Actual.

Recorrido Actual	Distancia
0-1-0-2-0-3-0-4-0-5-0-6-0	247

Elaboración propia.

Para este caso de estudio se necesita lo siguiente:

- Tener la demanda histórica para realizar pronósticos.
- Considerar el inventario de los clientes.
- Tomar en cuenta que el vehículo tiene la capacidad de cargar la demanda total de los clientes.

- Minimizar la distancia total de la ruta.

## 6.2. Determinar las rutas

En esta etapa se localizan cada uno de los nodos (depósito y clientes) y se recolecta la información sobre las rutas disponibles. En este caso se tiene la información de 7 nodos (un depósito y seis clientes), las ubicaciones se encuentran en la tabla, 6.2.

Tabla 6.2: Ubicación de los nodos.

<b>Nodo</b>	<b>Ubicación</b>
Depósito	Julián Gutiérrez, Col. Landín, Saltillo
Cliente 1	Blvd. del parque industrial, Zona industrial, Ramos Arizpe
Cliente 2	Blvd. Santa María, Ramos Arizpe
Cliente 3	Calle Santa María, Parque industrial Santa María, Ramos Arizpe
Cliente 4	Prf. Luis Echeverría, Col. Landín, Saltillo
Cliente 5	Jesús Valdés Sánchez, Parque industrial Arteaga, Arteaga
Cliente 6	Blvd. Luis Donaldo Colosio, Residencial San Patricio, Saltillo

Elaboración propia.

## 6.3. Análisis de la matriz de distancias

Una vez ubicados los clientes se calculan las distancias entre cada uno de los nodos (Tabla 6.2), de esta manera se obtiene una matriz de distancias simétrica.

Tabla 6.3: Matriz de distancias.

	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
<b>0</b>	1000	26.8	29.5	30.8	1.6	20.5	14.3
<b>1</b>	26.8	1000	5.4	6.7	27.1	17.4	13.5
<b>2</b>	29.5	5.4	1000	2	30.7	20	17.1
<b>3</b>	30.8	6.7	2	1000	31.9	21.2	18.3
<b>4</b>	1.6	27.1	30.7	31.9	1000	21.9	15.6
<b>5</b>	20.5	17.4	20	21.2	21.9	1000	14.1
<b>6</b>	14.3	13.5	17.1	18.3	15.6	14.1	1000

Elaboración propia.

## 6.4. Pronósticos de la demanda

La Tabla 6.4 contiene información sobre seis semanas de demandas de cada uno de los clientes. Cada cliente requiere diferentes piezas, en diferentes cantidades y días de la semana.

Tabla 6.4: Demanda de los clientes.

Cliente	Día de la semana	Pieza	Semana					
			<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
1	Semanal	1	80	64	78	76	74	78
	Semanal	2	120	96	112	114	112	118
	Martes y Jueves	3	1000	800	970	950	930	980
	Lunes, Miércoles y Viernes	4	1200	960	1164	1140	1116	1176
	Lunes, Miércoles y Viernes	5	1500	1200	1455	1425	1395	1470
2	Semanal	1	1700	1360	1649	1615	1581	1666
	Semanal	2	250	200	240	238	233	245
	Martes y Jueves	3	1000	800	970	950	930	980

(sigue en la página siguiente)

Tabla 6.4: Continuación de la tabla

Cliente	Día de la semana	Pieza	Semana					
			1	2	3	4	5	6
	Martes y Jueves	4	1850	1480	1795	1758	1721	1813
	Lunes, Miércoles y Viernes	5	2300	1840	2231	2185	2139	2254
3	Semanal	1	1018	810	988	967	947	998
	Martes y Jueves	2	1700	1360	1649	1615	1581	1666
	Martes y Jueves	3	2000	1600	1940	1900	1860	1960
	Lunes, Miércoles y Viernes	4	800	640	776	760	744	784
	Lunes, Miércoles y Viernes	5	3500	2800	3395	3325	3255	3430
	Lunes, Miércoles y Viernes	6	800	640	776	760	744	784
4	Semanal	1	2800	2240	2716	2660	2604	2744
	Semanal	2	560	448	544	532	521	549
	Martes y Jueves	3	1000	800	970	950	930	980
	Lunes, Miércoles y Viernes	4	400	320	388	380	372	392
5	Semanal	1	250	200	245	238	233	245
	Martes y Jueves	2	1620	1296	1572	1539	1507	1588
	Martes y Jueves	3	780	624	753	741	725	764
6	Semanal	1	2400	1920	2328	2280	2232	2352
	Semanal	2	920	736	893	874	856	902
	Martes y Jueves	3	450	360	435	428	419	441
	Martes y Jueves	4	500	400	485	475	465	490

(Fin de la tabla)

Elaboración propia.

Las demandas se tomaron como una serie de tiempo ya que es un método apropiado para cuando la demanda no varía significativamente de un período a otro. Para cada cliente se realizó una comparación entre los métodos de promedio móvil, suavización exponencial simple, modelo de Holt y el modelo de Winter.

Para los últimos tres métodos se necesitó definir los valores de las constantes de suavizamiento,  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$ , para esto se utilizó un algoritmo genético en cada uno de los métodos, el algoritmo elige las constantes que minimicen el valor de la medida de error RMSE.

Una vez elegidas las constantes se comparan los diferentes métodos. Para elegir el apropiado, se utilizaron las métricas MAD, RMSE y rango de TS, el método que obtiene el menor error de las métricas se eligió para realizar los pronósticos de los períodos siguientes.

Tabla 6.5: Métodos y medidas de error del cliente 1.

<b>Estimados de error para el pronóstico</b>			
<b>Método de pronóstico</b>	<b>MAD</b>	<b>RMSE</b>	<b>Rango de TS</b>
Promedio móvil de 4 períodos	2.75	3.55	-1.00 a 1.64
Suavizamiento exponencial simple	4.00	5.26	-0.75 a 1.00
Modelo de Holt	4.00	5.74	-1.50 a 1.00
Modelo de Winter	4.06	4.50	-0.83 a 1.00

Elaboración propia.

La Tabla 6.5 muestra los cuatro métodos de pronóstico que fueron comparados con las métricas de error MAD, RMSE y Rango de TS, en este ejemplo los datos son del producto 1 del cliente 1. El método con menor error es el de Promedio móvil, por lo tanto este es elegido y se realiza el pronóstico para los cuatro siguientes períodos (Tabla 6.6).

Tabla 6.6: Pronóstico de los siguientes 4 períodos del cliente 1.

**Promedio móvil:**

Período 7 : 77

Período 8 : 76

Período 9 : 76

Período 10 : 77

Elaboración propia.

En la Tabla 6.7 se muestra el método que mejor resultados obtuvo y el pronóstico para los siguientes cuatro períodos.

Tabla 6.7: Pronósticos para los próximos 4 períodos.

Cliente	Pieza	Método elegido	Semana			
			7	8	9	10
1	1	Promedio móvil	77	76	76	77
	2	Promedio móvil	114	115	115	116
	3	Promedio móvil	958	955	956	962
	4	Promedio móvil	1149	1145	1147	1154
	5	Promedio móvil	1436	1432	1433	1443
2	1	Promedio móvil	1628	1623	1625	1636
	2	Promedio móvil	239	239	239	241
	3	Promedio móvil	958	955	956	962
	4	Promedio móvil	1772	1766	1768	1780
	5	Promedio móvil	2202	2195	2198	2212
3	1	Promedio móvil	975	972	973	980
	2	Promedio móvil	1628	1623	1625	1636
	3	Promedio móvil	1915	1909	1911	1924
	4	Promedio móvil	766	764	765	770

(sigue en la página siguiente)

Tabla 6.7: Continuación de la tabla

Cliente	Pieza	Método elegido	Semana			
			7	8	9	10
	5	Promedio móvil	3351	3340	3344	3366
	6	Promedio móvil	766	764	765	770
4	1	Promedio móvil	2681	2672	2675	2693
	2	Promedio móvil	537	535	536	539
	3	Promedio móvil	958	955	956	962
	4	Promedio móvil	383	382	382	385
5	1	Promedio móvil	240	239	239	241
	2	Promedio móvil	1552	1547	1549	1559
	3	Promedio móvil	746	744	745	750
6	1	Promedio móvil	2298	2291	2293	2309
	2	Promedio móvil	881	878	879	885
	3	Promedio móvil	431	430	430	433
	4	Promedio móvil	479	477	478	481

(Fin de la tabla)

Elaboración propia.

Los métodos de pronóstico fueron comparados y elegidos para cada una de las piezas de los seis clientes, es decir, se realizó el análisis en cada una de las piezas, y el método que obtuvo menor error fue el de promedio móvil.

## 6.5. Determinación de inventario

La capacidad de inventario del cliente se encuentra en la Tabla 6.8. Las piezas en las que se encuentran las siglas NA (No Aplica) quiere decir que se debe entregar solo la demanda deseada, que para este caso será la demanda pronosticada.

Tabla 6.8: Capacidad de inventario.

<b>Cliente</b>	<b>Pieza</b>	<b>Capacidad</b>
1	1	NA
	2	130
	3	1200
	4	1500
	5	NA
2	1	1825
	2	NA
	3	1150
	4	2000
	5	2450
3	1	1100
	2	NA
	3	2350
	4	850
	5	3800
	6	820
4	1	2750
	2	500
	3	NA
	4	420
5	1	NA
	2	1750
	3	800
6	1	2500
	2	950
	3	NA
	4	530

Elaboración propia.

La política que se eligió fue la de Ordenar hasta nivel (OU por sus siglas en inglés), esta política determina que cada vez que sea visitado un cliente la cantidad de producto a entregar es aquella que llene la capacidad del inventario (Coelho, Cordeau, & Laporte, 2012).

## 6.6. Determinar el modelo

Para formular el modelo matemático se tomó como base el propuesto por Saltos y Aceves (2012).

$$\text{Minimizar} \quad \sum_{i \in V} \sum_{j \in V, i < j} \sum_{t \in T} c_{ij} x_{ij}^t \quad (6.1)$$

Sujeto a:

$$\sum_j x_{ij}^t = y_i^t \quad \forall i \in V, \quad \forall t \in T \quad (6.2)$$

$$q_i^t = (C_i - I_i^{t-1}) \cdot y_i^t \quad \forall i \in V \setminus \{0\} \quad \forall t \in T \quad (6.3)$$

$$I_i^t = I_i^{t-1} + q_i^t - d_i^t \quad \forall i \in V \setminus \{0\} \quad \forall t \in T \quad (6.4)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ij}^t \leq (S) - 1 \quad \forall S \subset V |S| \geq 2, \quad \forall t \in T \quad (6.5)$$

$$q_i^t \geq 0 \quad \forall i \in V \setminus \{0\} \quad \forall t \in T \quad (6.6)$$

$$I_i^t \geq 0 \quad \forall i \in V \setminus \{0\} \quad \forall t \in T \quad (6.7)$$

$$x_{ij}^t \in \{0, 1\} \quad \forall i, j \in V, i \neq j, \quad \forall t \in T \quad (6.8)$$

$$y_i^t \in \{0, 1\} \quad \forall i \in V, \quad \forall t \in T \quad (6.9)$$

Datos:

$V = \{0, 1, 2, \dots, n\}$  es el conjunto de nodos. El nodo  $i = 0$  es el depósito.

$T = \{1, 2, \dots, H\}$  es el conjunto de semanas consideradas en el horizonte de tiempo.

$c_{ij}$  es el costo de ir del cliente  $i$  al cliente  $j$ .

$I_i^0$  es el inventario inicial del cliente  $i$ .

$I_i^t$  es el inventario del cliente  $i$  al final del tiempo  $t$ .

$C_i$  es la capacidad de almacenaje del cliente  $i$ .

$d_i^t$  es la demanda del cliente  $i$  en el tiempo  $t$ .

Las variables de decisión son:

$q_i^t$  es la cantidad a enviar al cliente  $i$  en el tiempo  $t$ .

$$x_{ij}^t \begin{cases} 1 & \text{si se utiliza el arco } ij \text{ en el tiempo } t \\ 0 & \text{de otro modo} \end{cases}$$

$$y_i^t \begin{cases} 1 & \text{si el cliente } i \text{ es visitado en el tiempo } t \\ 0 & \text{de otro modo} \end{cases}$$

La ecuación (6.1) busca minimizar los costos de ruteo, la (6.2) establece que se pasa por el arco  $ij$  solo si se visita al cliente  $i$ . En (6.3) se cumplen las restricciones de la política OU, aseguran que si el cliente  $i$  no es visitado entonces la cantidad entregada será cero, pero si el cliente es visitado, entonces la cantidad a enviar será igual a la capacidad, menos el inventario anterior. La (6.4) garantiza el flujo del inventario en el tiempo. La (6.5) previene las subrutras desconectadas del depósito. De la ecuación (6.6) a la (6.9) se imponen condiciones de signo y lógica que deben cumplir las variables de decisión.

## 6.7. Optimización

La optimización se llevó a cabo en dos etapas, siguiendo el ejemplo de Qin et al. y Vidovic et al. (ambos en el 2014) el IRP es separado en sus problemas base, VMI y VRP. En la primera etapa se resolvió la parte del inventario, dando como resultado el plan de entrega del producto y en la segunda etapa se construyen las rutas con base a este plan.

### 6.7.1. Etapa 1 – Plan de entrega

En esta etapa se establece en qué período deben ser visitados los clientes y cuál es la cantidad de producto a enviar a cada uno, para esto se debe cumplir con la demanda pronosticada y las restricciones de capacidad de inventario de cada cliente.

Para determinar el plan de entrega se utilizó un procedimiento parecido al propuesto por Saltos y Aceves (2012), pero a diferencia del algoritmo de los autores, la cantidad a enviar al cliente ( $q_i^t$ ) será la capacidad máxima menos el inventario guardado al final del período anterior. El procedimiento es el siguiente:

1. Hacer  $t = 1$
2. Hacer  $i = 1$
3. Si  $I_i^{t-1} \geq d_i^t$ , entonces las variables  $q_i^t$  y  $y_i^t$  se les asignará valor de cero. En otro caso  $q_i^t = C_i - I_i^{t-1}$  y  $y_i^t = 1$
4. Actualizar el inventario al final del día  $I_i^t = I_i^{t-1} + q_i^t - d_i^t$
5. Actualizar  $i = i + 1$
6. Si  $i > n$ , aumentar el valor de  $t$  con la expresión  $t = t + 1$  y volver al paso 2. Caso contrario volver al paso 3.

Una vez terminado el procedimiento se obtiene la información sobre el plan de entrega almacenada en las variables  $q_i^t$  y  $y_i^t$ , es decir, se tiene la cantidad de producto a enviar y los clientes que deben ser visitados en cada período. Con estas variables se construirán las rutas de la etapa siguiente.

Tabla 6.9: Cantidad de producto a enviar ( $q_i^t$ ).

Cliente	Pieza	Semana7	Semana8	Semana9	Semana10
1	1	77	77	76	76
	2	130	114	115	115
	3	1200	958	955	956
	4	1500	1149	1145	1147
	5	1436	1436	1432	1433
2	1	1825	1628	1623	1625
	2	239	239	239	239
	3	1150	958	955	956
	4	2000	1772	1766	1768
	5	2450	2202	2195	2198
3	1	1100	975	972	973
	2	1628	1628	1623	1625
	3	2350	1915	1909	1911
	4	850	766	764	765
	5	3800	3351	3340	3344
	6	820	766	764	765
4	1	2750	2681	2672	2675
	2	500	537	535	536
	3	958	958	955	956
	4	420	383	382	382
5	1	240	240	239	239
	2	1750	1552	1547	1549
	3	800	746	744	745
6	1	2500	2298	2291	2293
	2	950	881	878	879
	3	431	431	430	430
	4	530	479	477	478

Elaboración propia.

En la Tabla 6.9 se puede ver que en los cuatro períodos se tiene una cantidad a enviar mayor a cero, es decir que la variable  $y_i^t$  tiene un valor de 1 en los cuatro períodos y con los seis clientes, por lo tanto todos los clientes se visitan.

En la Tabla 6.10 se muestra como queda el inventario al final del día. En el período 6 todos los clientes tienen un valor de cero ya que se supone que los productos que ellos tenían fueron consumidos para el final del período, dejando así un inventario nulo.

Tabla 6.10: Inventario al final de la semana ( $I_i^t$ ).

Cliente	Pieza	Semana6	Semana7	Semana8	Semana9	Semana10
1	1	0	0	1	1	0
	2	0	16	15	15	14
	3	0	242	245	244	238
	4	0	351	355	353	346
	5	0	0	4	3	0
2	1	0	197	202	200	189
	2	0	0	0	0	0
	3	0	192	195	194	188
	4	0	228	234	232	220
	5	0	248	255	252	238
3	1	0	125	128	127	120
	2	0	0	5	3	0
	3	0	435	441	439	426
	4	0	84	86	85	80
	5	0	449	460	456	434
	6	0	54	56	55	50
4	1	0	69	78	75	57
	2	0	0	0	0	0
	3	0	0	3	2	0

(sigue en la página siguiente)

Tabla 6.10: Continuación de la tabla

Cliente	Pieza	Semana6	Semana7	Semana8	Semana9	Semana10
	4	0	37	38	38	35
5	1	0	0	1	1	0
	2	0	198	203	201	191
	3	0	54	56	55	50
6	1	0	202	209	207	191
	2	0	69	72	71	65
	3	0	0	1	1	0
	4	0	51	53	52	49

(Fin de la tabla)

Elaboración propia.

Se puede ver que en todos los períodos queda la misma cantidad de inventario al final del día, por esta razón se visitan los clientes en todos los períodos, enviando la misma cantidad de piezas.

### 6.7.2. Etapa 2 – Construcción de rutas

Ya que se tiene la cantidad de producto a enviar y los clientes que se deben de visitar, el problema se reduce a uno de ruteo de vehículos (VRP) en cada período. En esta fase se construirán las rutas solo con los clientes cuya variable de decisión  $y_i^t$  tiene el valor de 1, la demanda que se le dejará a los clientes está almacenada en la variable  $q_i^t$ .

En la Etapa 1 se estableció que serán visitados todos los clientes todos los días, sin embargo, las rutas se harán con respecto a la Tabla 6.4 donde se ve que los clientes son visitados de la siguiente manera:

- Semanal (una vez por semana, generalmente los Lunes).

- Martes y Jueves.
- Lunes, Miércoles y Viernes.

Tomando en cuenta la manera en que se visitan los clientes, solo se construirán dos rutas:

- **Ruta 1:** Se visitan todos los clientes (1, 2, 3, 4, 5 y 6), se realiza de manera semanal y los días Martes y Jueves
- **Ruta 2:** Se visitan los clientes 1, 2, 3 y 4, los días Lunes, Miércoles y Viernes.

En esta etapa se utiliza el modelo de ruteo (ver sección 4.3) para encontrar el recorrido que minimice la distancia total (ec. 4.1) de la matriz dada en la Tabla 6.3 cumpliendo con las restricciones (ec. 4.2 – ec. 4.7). La función objetivo es la misma para todos los métodos de solución aplicados en este caso de estudio. De acuerdo a la metodología, se realizará una comparación de dos métodos exactos que son Branch and Bound y Distancia Mínima; y tres algoritmos de aproximación que son Algoritmo Genético, Búsqueda Tabú y Colonia de Hormigas.

- **Branch & Bound**

La característica de éste método es que si se realiza la exploración de todo el espacio de posibles soluciones obtiene el resultado óptimo (Lawler & Wood, 1966). En la aplicación del método se pudo observar que si se utiliza la instrucción de tomar las ramas con una cota mejor (que no aumente mucho el valor anterior), se puede llegar a caer en subrutas dentro de varias ramas. Además se necesita determinar un intervalo (según el problema) para ver cuándo se puede retomar un nodo previamente ‘podado’.

Para este caso específico se siguieron las reglas de ramificación y poda y se obtuvo el resultado que se encuentra en la Tabla 6.11.

Tabla 6.11: Rutas con Branch &amp; Bound.

<b>Ruta 1</b>	
0-4-6-1-2-3-5-0	Distancia total 79.8
<b>Ruta 2</b>	
0-4-1-2-3-0	Distancia total 66.9

Elaboración propia.

- Distancia Mínima

Éste método trabaja sobre la misma matriz sin hacer procedimientos adicionales, esto hace que el método sea más sencillo. Para el caso de estudio se encontró el mismo recorrido que el método B&B. La desventaja es que no encuentra el óptimo en todos los casos, ya que simplemente escoge la mayor de las sanciones, sin ver otras posibles opciones.

Tabla 6.12: Rutas con Distancia Mínima.

<b>Ruta 1</b>	
0-4-6-1-2-3-5-0	Distancia total 79.8
<b>Ruta 2</b>	
0-4-1-2-3-0	Distancia total 66.9

Elaboración propia.

- Algoritmo Genético

En el algoritmo genético se creó una población de 100 individuos representados en forma de trayectoria. Se utilizó una selección de torneo determinística donde los individuos compiten por quedarse en la siguiente generación; también se eligió el cruce

basado en el orden OX con una probabilidad de 0.8, y una mutación por inversión e intercambio con probabilidad de 0.2. Debido al número de nodos se eligieron 50 generaciones para encontrar el recorrido que minimice la distancia.

Tabla 6.13: Ruta con Algoritmo Genético.

<b>Ruta 1</b>	
0-4-6-1-2-3-5-0	Distancia total 79.8
<b>Ruta 2</b>	
0-4-1-2-3-0	Distancia total 66.9

Elaboración propia.

Se pudo observar que el número de nodos, junto con el tipo de cruce, mutación y/o selección, hacen que varíe el resultado obtenido.

#### ■ Búsqueda Tabú

La búsqueda tabú comenzó con una solución inicial aleatoria factible, a partir de esta solución se realiza una lista de posibles movimientos y se calcula el costo de cada una, la mejor solución se elige y el movimiento se clasifica tabú durante 13 iteraciones. Los pasos se repiten hasta que se llega al número máximo de iteraciones definido en 50.

Tabla 6.14: Ruta con Búsqueda Tabú.

<b>Ruta 1</b>	
0-5-3-2-1-6-4-0	Distancia total 79.8
<b>Ruta 2</b>	
0-4-1-2-3-0	Distancia total 66.9

Elaboración propia.

En el algoritmo se pudo observar que si se tiene un cambio de posiciones de manera aleatoria se hace un mejor uso de la memoria a corto plazo (lista tabú).

- Colonia de Hormigas

Los parámetros que se utilizaron en el algoritmo son: número de iteraciones igual a 50 y número de hormigas igual a 40. Para los rastros de las feromonas se utilizó el valor inicial de la feromona  $\tau_0 = 0.01$ , la tasa de evaporación  $\rho = 0.05$ , y los valores de  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $Q = 1$ .

Tabla 6.15: Ruta con Colonia de Hormigas.

<b>Ruta 1</b>	
0-5-3-2-1-6-4-0	Distancia total 79.8
<b>Ruta 2</b>	
0-3-2-1-4-0	Distancia total 66.9

Elaboración propia.

- Comparación de los métodos de solución

Para este caso específico todos los métodos de solución obtuvieron el mismo resultado, ya que el número de nodos es pequeño.

Tabla 6.16: Comparación de la Ruta 1.

<b>Método</b>	<b>Ruta obtenida</b>	<b>Distancia total</b>
Branch & Bound	0-4-6-1-2-3-5-0	79.8
Distancia Mínima	0-4-6-1-2-3-5-0	79.8
Algoritmo Genético	0-4-6-1-2-3-5-0	79.8
Búsqueda Tabú	0-5-3-2-1-6-4-0	79.8
Colonia de Hormigas	0-5-3-2-1-6-4-0	79.8

Elaboración propia.

Tabla 6.17: Comparación de la Ruta 2.

<b>Método</b>	<b>Ruta obtenida</b>	<b>Distancia total</b>
Branch & Bound	0-4-1-2-3-0	66.9
Distancia Mínima	0-4-1-2-3-0	66.9
Algoritmo Genético	0-4-1-2-3-0	66.9
Búsqueda Tabú	0-4-1-2-3-0	66.9
Colonia de Hormigas	0-3-2-1-4-0	66.9

Elaboración propia.

Para las próximas semanas serán las mismas rutas, ya que para este caso específico, la capacidad de inventario no afecta a éstas. Las piezas extra que quedan en el inventario del cliente funcionan para el caso en que la empresa no pueda cubrir la demanda deseada, o si el cliente requiere piezas que no tenía contempladas para la demanda de esa semana.

# Capítulo 7

## Conclusiones

El IRP por ser una variante del VRP es considerado un problema de optimización combinatoria, por lo tanto a medida que el problema aumenta la cantidad de variables y/o restricciones, la complejidad del espacio de búsqueda también aumenta.

Una vez que se realizaron las primeras etapas de la metodología y gracias a la revisión de la literatura, se pudo determinar el modelo de IRP cumpliendo con el objetivo general “Desarrollar un modelo que permita encontrar una solución adecuada para el problema de ruteo con inventario y demanda variable”.

La Hipótesis 1 “Al colocar las variables de inventario y ruteo en la función objetivo se tendrán mejores resultados generales que solo tomando la variable de ruteo”, solo pudo comprobarse parcialmente. La variable de inventario no pudo ser incluida en la función objetivo debido a que no se tienen los costos de éste, por tal razón solo se tomó la variable de ruteo en la función objetivo y el inventario como una serie de restricciones.

Con la optimización que se llevó a cabo se niega la Hipótesis 2 “Con el uso de un algoritmo de aproximación, se obtendrán mejores resultados que si se utilizara un método de solución exacto”, ya que para este caso específico los algoritmos no obtuvieron mejores resultados, sino que se consiguió el mismo resultado en todos los métodos de solución utilizados.

Se realizó el pronóstico de las demandas de cada uno de los clientes con los diferentes métodos mencionados en el capítulo 4 sección 6. El método se seleccionó de acuerdo al menor valor de las medidas de error, para el caso de estudio el mejor método fue el de promedio móvil. Con este desarrollo se puede contestar la pregunta de investigación número 1, “¿Qué método es mejor para pronosticar la demanda?” y se cumple con el objetivo específico “Desarrollar un modelo que determine la demanda de cada cliente”.

Se contemplaron las políticas más utilizadas en la literatura que son las de Ordenar hasta el nivel (OU) y la de Nivel Maximo (ML). Se fijó la política de reposición OU ya que la capacidad de inventario no es mucho mayor a la demanda, por lo tanto las piezas extra sirven en caso de algún contratiempo ya sea del cliente o de la empresa, con esto se contesta la pregunta de investigación 2, “¿Qué tipo de políticas se tendrán para la reposición de inventario?”, y también se cumple el objetivo de “Determinar la política adecuada para la reposición de inventario de cada cliente”.

Una vez determinada la política de inventario se realizó el modelo matemático, debido a la falta de información sobre los costos de inventario se definió una función objetivo solo con los costos de ruteo; el inventario se tomó como una serie restricciones. Con esto se responde a la pregunta 3, “¿Cómo debe ser modelado el inventario?”, y la pregunta 4 “¿Se obtendrá en el modelo una función objetivo o varias?”. Además al estar definiendo las restricciones se pudo notar que la demanda sirve para determinar los clientes a visitar y la cantidad a entregar a cada uno, contestando la pregunta 5, “¿Cómo se manejará la demanda dentro del modelo?”.

Para dar solución al IRP se tomó en cuenta el ejemplo de Qin et al. y Vidovic et al. (2014) dividiendo el IRP en sus problemas base (VRP y VMI) de esta manera al obtener primero el plan de reposición de los clientes queda un problema de ruteo básico, de tal manera que los métodos de solución no deben ser modificados para definir el inventario, con esto se contesta la pregunta 6, “¿Cómo se integrarán los valores del

inventario al método de solución?”.

Para este caso específico, los métodos exactos y los algoritmos de aproximación obtuvieron el mismo resultado, con esto se cumple el objetivo específico de “Comparar métodos exactos con algoritmos de aproximación y probar con cual se obtienen mejores resultados”.

Con este trabajo se puede concluir que un mayor número de variables aumenta la complejidad del modelo matemático. Por otro lado, separar el IRP en sus problemas base (VMI y VRP) es una buena manera de optimizar, ya que al conseguir primero el plan de entrega, el problema se reduce a uno de ruteo y los métodos de solución no deben ser modificados, haciendo más simple su ejecución.

Como trabajo futuro se propone tomar en cuenta diferentes variables como, ventanas de tiempo, flota de vehículos heterogéneos, políticas o métodos de inventario distintas, producción del proveedor, entre otras. Además, se propone utilizar distintos métodos de solución y modificarlos para incluir el inventario, de esta manera se podría resolver el IRP en un solo paso.

# Bibliografía

- Agra, A., Christiansen, M., Delgado, A., & Simonetti, L. (2014). Hybrid heuristics for a short sea inventory routing problem. *European Journal of Operational Research*, 924-935.
- Ballou, R. H. (2004). Logística. Administración de la cadena de suministro (Quinta edición). México: PEARSON EDUCACIÓN.
- Benavente, M., & Bustos, J. (2011). Estado del arte en el problema de ruteo de vehículos. 1-13.
- Bowersox, D. J., Closs, D. J., & Cooper, M. B. (2007). *Administración y logística en la cadena de suministro*. México: Mc Graw Hill.
- Campbell, A. M., & Savelsbergh, M. W. (2004). A decomposition approach for the Inventory-Routing Problem. *Transportation Science*, 488-502.
- Campbell, A., Clarke, L., Kleywegt, A., & Savelsbergh, M. (1998). The Inventory Routing Problem. *Fleet management and logistics*, 95-113.
- Chopra, S., & Meindl, P. (2008). *Administración de la cadena de suministro. Estrategia, Planeación y Operación* (Tercera ed.). México: Pearson Educación.
- Coelho, L. C., & Laporte, G. (2013). A branch-and-cut algorithm for the multi-product multi-vehicle inventory-routing problem. *International Journal of Production Research*, 7156-7169.
- Coelho, L. C., & Laporte, G. (2013). The exact solution of several classes of inventory-routing problems. *Computers & Operations Research*, 558-565.

- Coelho, L., Cordeau, J.-F., & Laporte, G. (2012). The inventory routing problem with transshipment. *Computers & Operations Research*, 2537-2548.
- Coelho, L., Cordeau, J.-F., & Laporte, G. (2012). Thirty years of inventory routing.
- Darwin, C. (1859). On the origin of species by means of natural selection, or, the preservation of favoured races in the struggle for life. London: J. Murray.
- Dorigo, M., Maniezzo, V., Colomi, A., & Maniezzo, V. (1991). Positive feedback as a search strategy.
- Glover, F. (1989). Tabu search, Part I. *ORSA Journal on Computing*, 4-32.
- Gurobi optimization. (s.f.). Obtenido de <http://www.gurobi.com/resources/getting-started/mip-basics>
- Hillier, F. S., & Lieberman, G. J. (2010). *Introducción a la investigación de operaciones*. México: Mc Graw Hill.
- Holland, J. H. (1975). Adaptation in natural and artificial systems: An introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence. Ann Arbor: University of Michigan Press.
- Ireta Sanchez, P. H. (Diciembre de 2014). Diseño de subrutas con demandas estocásticas, caso de estudio: Lubricantes Speed Lube, S.A. de C.V. Saltillo, Coahuila, México.
- Larrañaga, P., Kuijpers, C., Murga, R., Inza, I., & Dizdarevic, S. (1999). Genetic algorithms for the travelling salesman problem: A review of representations and operators. *Artificial Intelligence Review*, 13(2), 129-170.
- Lawler, E. L., & Wood, D. (1966). Branch-and-bound methods: A survey. *Operations research*, 14(4), 699-719.
- Mirzapour Al-e-hashem, S., & Rekik, Y. (2014). Multi-product multi-period Inventory Routing Problem with a transshipment option: A green approach. *Int. J. Production Economics*, 80-88.

- Moin, N. H., & Salhi, S. (2007). Inventory routing problems: A logistical overview. *The Journal of the Operational Research Society*, 1185-1194.
- Olivera, A. (2005). Memorias adaptativas para el problema de ruteo de vehículos con múltiples viajes. *Universidad de la Republica*.
- Popovic, D., Vidovic, M., & Radivojevic, G. (2012). Variable neighborhood search heuristic for the inventory routing problem in fuel delivery. *Expert Systems with Applications*, 13390-13398.
- Qin, L., Miao, L., Ruan, Q., & Zhang, Y. (2014). A local search method for periodic inventory routing problem. *Expert Systems with Applications*, 765-778.
- Raa, B. (2015). Fleet optimization for cyclic inventory routing problems. *Int. J. Production Economics*, 172-181.
- Saltos Atencia, R., & Aceves Garcia, R. (2012). Aplicación de la Metaheurística Búsqueda de la Armonía para Resolver el Problema de Ruteo de Vehículos con Inventarios. *Revista Tecnológica ESPOL*, 25(2).
- Taha, H. A. (2004). *Investigación de operaciones* (Septima ed.). México: PEARSON EDUCACIÓN.
- Toth, P., & Vigo, D. (2014). *Vehicle routing problems, methods, and applications*. *Siam*, 18.
- Vidovic, M., Popovic, D., & Ratkovic, B. (2014). Mixed integer and heuristics model for the inventory routing problem in fuel delivery. *International Journal of Production Economics*, 593-604.
- Villagra, S., Villagra, A., Lasso, M., Pandolfi, D., de San Pedro, E., Rasjido, J., . . . Miño, R. (2011). Metaheurísticas aplicadas al Problema de Ruteo de Vehículos. 1-5.
- Yaseen, S. G., & Al-Slamy, N. (2008). Ant colony optimization. *IJCSNS*, 8(6), 351.

- Zachariadis, E. E., Tarantilis, C. D., et al. (2009). An integrated local search method for inventory and routing decisions. *Expert Systems with Applications*, 36(7), 10239–10248.