CORPORACIÓN MEXICANA DE INVESTIGACIÓN EN MATERIALES

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO

DISEÑO DE ALGORITMO DE SOLUCIÓN PARA EL ESTABLECIMIENTO DE TERRITORIOS Y RUTAS DE DISTRIBUCIÓN EN MENSAJERÍA Y PAQUETERÍA

POR

MC. JOSÉ MANUEL VELARDE CANTÚ

TESIS

DOCTORADO EN CIENCIA Y TECNOLOGÍA EN INGENIERÍA INDUSTRIAL Y DE MANUFACTURA

SALTILLO, COAHUILA

DISEÑO DE ALGORITMO DE SOLUCIÓN PARA EL ESTABLECIMIENTO DE TERRITORIOS Y RUTAS DE DISTRIBUCIÓN EN MENSAJERÍA Y PAQUETERÍA

Por

MC. JOSÉ MANUEL VELARDE CANTÚ

Tesis

Presentada al Posgrado Interinstitucional en Ciencia y Tecnología

Sede

Corporación Mexicana de Investigación en Materiales

Como requisito parcial para obtener el Grado Académico de

Doctor en Ciencia y Tecnología

En Ingeniería Industrial y de Manufactura

Posgrado Interinstitucional en Ciencia y Tecnología COMIMSA/CONACYT

Saltillo, Coahuila a Diciembre de 2014

Corporación Mexicana de Investigación en Materiales, S.A de C.V

Gerencia de Desarrollo Humano

División de Estudios de Posgrado

Los abajo firmantes, miembros del Comité Tutorial recomendamos que la Tesis **"DISEÑO DE ALGORITMO DE SOLUCIÓN PARA EL ESTABLECIMIENTO DE TERRITORIOS Y RUTAS DE DISTRIBUCIÓN EN MENSAJERÍA Y PAQUETERÍA"**, realizada por el alumno **JOSÉ MAUEL VELARDE CANTÚ** matrícula **1106IM2077** sea aceptada para su defensa como Doctor en Ciencia y Tecnología en Ingeniería Industrial y de Manufactura.

El Comité Tutorial

Dr. Miguel Gastón Cedillo Campos

Director de Tesis

Lic. Gonzalo Franco Hinojos

Tutor en Planta

Dr. Igor Semionovich Litvinchev

Co-Director

Dr. David Salvador González González

Asesor

Vo. Bo

Dr. Felipe Arturo Reyes Valdés

Coordinación General de Estudios
de Posgrado COMIMSA

Corporación Mexicana de Investigación en Materiales

Gerencia de Desarrollo Humano

División de Estudios de Posgrado

Los abajo firmantes, miembros del Jurado del Examen de Grado del alumno **JOSÉ MANUEL VELARDE CANTÚ**, una vez leída y revisada la tesis titulada "**DISEÑO DE ALGORITMO DE SOLUCIÓN PARA EL ESTABLECIMIENTO DE TERRITORIOS Y RUTAS DE DISTRIBUCIÓN EN MENSAJERÍA Y PAQUETERÍA**", aceptamos que la referida tesis revisada y corregida sea presentada por el alumno para aspirar al grado de Doctor en Ciencia y Tecnología con Especialidad en Ingeniería Industrial y de Manufactura durante el Examen de Grado correspondiente.

Y para que así conste firmamos la presente a los 05 del mes de Diciembre del año 2014.

Dr. Giovanni Lizárraga Lizárraga Presidente	**Dr. José Antonio Marmolejo Saucedo** Secretario
Dr. Alfredo Bueno Solano Vocal	**Dr. Pedro Pérez Villanueva** Vocal

Dr. Miguel Gastón Cedillo Campos

Vocal

AGRADECIMIENTOS

A:

DIOS por acompañarme en cada instante de mi vida, por brindarme la dicha de formar una familia y sobe todo ayudarme a conseguir una meta más en mi vida profesional.

Mi amada **ESPOSA**, por ser mi amiga, compañera, confidente, por todo el apoyo, paciencia, comprensión, pero sobre todo el amor que me brindas sin condiciones por eso y más gracias mi amor.

Mi **FAMILIA**, José Manuel Velarde Palomares y María Guadalupe Cantú Enríquez, por todo lo que me han enseñado, por todo ese amor que solo los padres pueden brindar. A mis hermanos Patricia Guadalupe, Julio Cesar y Eduardo, por apoyarme siempre en todo momento y estar siempre conmigo sin importar las situaciones.

Mis **ABUELOS**, Santos†, Juanita, Aurora y Rosario que tengo la dicha de contar con todo su amor incondicional, a Manuel de Jesús, Martha, Juan, Eduardo, Santos, Eva, Angélica, Carmen, a todos mis tíos (as) que me han apoyado por todo este camino recorrido, una mención especial a mi tío Beto†, con quien tuve la dicha de compartir grandes anécdotas un gran amigo en todo sentido, gracias. A mis primos Manuel, Daniel, Marcos, Gabriel, Rene, Cristóbal, Alejandra, Carolina, Fernanda, Diana,…, a todos mis primos. Mis suegros que han sido parte importante en mi vida, gracias por su apoyo.

Al **CONACYT** (Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología) por brindarme la oportunidad de estudiar un posgrado de calidad por medio de una beca.

Mi **DIRECTOR DE TESIS**, el Dr. Miguel Gastón Cedillo Campos, que gracias a su experiencia, apoyo, consejos pero sobre todo su confianza, me ayudó a dar lo mejor en este proyecto de investigación. De la misma manera agradezco por su valiosa amistad durante todo este tiempo. Gracias Dr. Gastón.

Mi **CO-DIRECTOR**, el Dr. Igor S. Litvinchev, por creer en el potencial de este trabajo, en llevar a buen término toda la investigación, pero sobre todo por su confianza, paciencia, consejos, apoyo y más aún por brindarme su amistad por todo el tiempo que llevamos trabajando en equipo. Gracias Dr. Igor

Mi comité tutorial y sinodales, por todas y cada una de sus valiosas observaciones y recomendaciones que ayudaron a mejorar este proyecto de investigación.

A **COMIMSA** (Corporación Mexicana de Investigación en Materiales SA de CV) por brindarme la oportunidad de estudiar un posgrado de calidad y los apoyos para la difusión de la investigación en congresos internacionales a través de becas.

Mis maestros, compañeros y amigos en COMIMSA con los que tuve la dicha de convivir y de quienes he aprendido muchas cosas valiosas, en especial quiero brindarles mi más sincero agradecimiento a: Mercedes, Esmeralda, Alfredo, José Luis, Pedro, Karla, Jesús, Galo, Dennis, a todos los que por alguna razón faltaron gracias por su amistad.

A Flora Hammer, por brindar su valioso tiempo en la traducción al inglés de la investigación para su publicación y difusión en otro idioma.

A Lucero Osuna, por brindar las facilidades en la utilización del equipo de cómputo para llevar a cabo los diferentes experimentos con las instancias de prueba.

A todo el personal administrativo del posgrado en COMIMSA, gracias por todo el apoyo brindado durante toda mi formación académica. En especial al Dr. Arturo Reyes, María Vega, María Herrera, Paloma Morales, Guillermo Aguilar, Blanca Valdés y Pilar Granillo.

DEDICATORIA

A mi hermosa familia, en especial a

mis hijos, ***Karen Gabriela*** *y* ***José Manuel***

por ser la razón de mí existir,

esto es por ustedes y para ustedes.

RESUMEN AUTOBIOGRÁFICO DEL AUTOR

José Manuel Velarde Cantú, nacido en Ciudad de Navojoa Sonora México, el día 15 de Septiembre de 1979. Hijo de José Manuel Velarde Palomares y María Guadalupe Cantú Enríquez, hermano de Patricia Guadalupe, Julio Cesar, Eduardo. Casado con Guadalupe González Ochoa desde Septiembre de 2003, orgulloso padre de Karen Gabriela y José Manuel Velarde González. Actualmente integrante del programa Doctoral en Ciencia y Tecnología en Ingeniería Industrial y de Manufactura con Especialidad en Cadena de Suministro (Logística) del Centro CONACYT Corporación Mexicana de Investigación en Materiales S.A. de C.V.

Graduado de la carrera de Ingeniería Industrial y de Sistemas por la Universidad de Sonora en 2003. Obtuvo el grado de Maestro en Ciencias en Ingeniería Industrial y de Sistemas por la Universidad Autónoma de Nuevo León en el programa de Posgrado en Ingeniería Industrial y de Sistemas en la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica.

El MC, Velarde, ha participado en diferentes congresos como ponente entre los que se destaca el Congreso Internacional sobre Innovación y Desarrollo Tecnológico, Cuernavaca, Morelos, México, el Taller Latino Iberoamericano de Investigación de Operaciones, Acapulco, Guerrero, México, en la Escuela Nacional de Optimización y Análisis Numérico Tlaxcala, México, Congreso Internacional de Logística y Cadena de Suministro, Sanfandila, Querétaro México, cuenta con certificado como Auditor Interno de Calidad ISO 9001-2000. En el ramo profesional, cuenta con 10 años de experiencia en el desarrollo y aplicación de tecnologías para la solución de problemas en la logística y de transporte. Ha trabajado en proyectos de análisis, diseño y costeo de rutas para operadores logísticos en Monterrey Nuevo León. En proyectos académicos vinculados con la industria con empresas como PETRÓLEOS MEXICANOS (PEMEX) con auditorías en los sistemas logísticos y desarrollado modelos de optimización en el sistema de distribución.

Es miembro fundador de la Asociación Mexicana de Logística y Cadena de Suministro, fungiendo como coordinador ejecutivo del capítulo Hermosillo.

RESUMEN

Al hablar de la cadena de suministro se debe considerar a los sistemas logísticos como una parte fundamental de la operación diaria de toda empresa , en especial si dicha empresa, se dedica al transporte de bienes y servicios en una red de distribución, esto es, debido a que toda actividad relacionada con el transporte generan costos dentro de la organización y por consecuencia aumenta la complejidad para el manejo eficiente los recursos de logística disponibles para llevar a cabo estas actividades.

Tanto el problema de diseño de territorios como el problema de ruteo de vehículos manejan diferentes parámetros en común, el número de clientes, demandas, ubicaciones, distancias, etc. Sin embargo, cada uno tiene un objetivo específico, con referencia al primero de ellos el cual busca agrupar a los clientes en áreas geográficas más grandes llamados territorios, esta asignación a cada área debe de cumplir con ciertos criterios de planeación estratégica. Para el segundo tipo de problema el objetivo es encontrar las características de los vehículos y rutas necesarias para satisfacer la demanda de los clientes.

En el presente trabajo se aborda el problema del diseño territorios con ruteo de vehículos manejando una formulación integral que alinea ambos objetivos, dentro de esta formulación se puede encontrar el conjunto de vehículos que parten desde un depósito central hacia cada uno de los clientes en cada territorio con demandas conocidas y ventanas de tiempo, este territorio cuenta con medidas de actividad de balance como lo son la demanda y la densidad.

Lo que se busca es contar con una división y distribución eficiente de un conjunto de clientes en un cierto número de áreas o territorios de acuerdo a los fines de planeación comercial de la compañía, así como también contar con una serie de rutas de distribución en cada uno de los territorios conforme a los recursos de logística existentes, este problema es enfrentado todos los días por miles de empresas y organizaciones dedicados a la entrega y recolección de bienes, personas y servicios en una red de distribución. En estas organizaciones, la administración de las actividades de distribución frecuentemente constituye un problema de toma de decisiones en la cual la respuesta a este tipo de problema tiene que estar enfocadas a soluciones logísticas para mercados emergentes.

En este trabajo se integra los problemas del diseño de territorios y de ruteo de vehículos con recolecciones, entregas simultáneas y ventanas de tiempo. Se ha formulado un modelo matemático de optimización de forma general en programación lineal entera mixta integrando en él ambos problemas. Se propone un modelo nuevo para proporcionar soluciones a bajo costo, en tiempo y calidad manteniendo principal atención a las diferentes características específicas y generales.

.

ÍNDICE

AGRADECIMIENTOS **5**

RESUMEN AUTOBIOGRÁFICO DEL AUTOR **8**

RESUMEN **9**

LISTA DE TABLAS **14**

LISTA DE FIGURAS **15**

CAPÍTULO 1 ..... **16**

INTRODUCCIÓN 16

1.1. INTRODUCCIÓN 17

1.2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA 20

1.2.1. Descripción del problema y justificación 20

1.3. HIPÓTESIS DE INVESTIGACIÓN 22

1.4. OBJETIVOS 23

1.4.1. Objetivos específicos 23

1.5. APORTACIONES Y LIMITACIONES 23

1.6. ESTRUCTURA DEL DOCUMENTO 23

CAPÍTULO 2 ..... **25**

MARCO TEÓRICO 25

2.1. EL PROBLEMA DE DISEÑO DE TERRITORIO Y RUTEO DE VEHÍCULOS. 26

2.1.1. Métodos exactos 29

2.1.2. Métodos aproximados 29

2.1.2.1. Métodos de localización-asignación 30

2.1.2.2. Métodos de pre-generación de territorios 31

2.1.2.3. Metaheurísticas 32

2.1.2.4. Relajación lagrangiana 34

CAPÍTULO 3 ..... **36**

MODELOS TIPICOS 36

3.1. FORMULACIONES TÍPICAS PARA EL DTP. 37

3.2. DESCRIPCIÓN GENERAL DEL DTP. 37
3.2.1. Formulación matemática A 38
3.2.2. Formulación matemática B 39
3.2.3. Formulación matemática C 42
3.3. DESCRIPCIÓN GENERAL DEL VRP 45
3.3.1. Formulación matemática A 46
3.3.2. Formulación matemática B 49
3.3.3. Formulación matemática C 50

CAPÍTULO 4 ..... **55**

MODELO INTEGRADO 55
4.1 MODELACIÓN MATEMÁTICA 56
4.2 MODELO INTEGRADO 57
4.2.1 Suposiciones del modelo 58
4.2.2 Modelo matemático del problema integrado 59
4.3 TÉCNICAS DE SOLUCIÓN 62
4.3.1 Programación entera mixta (MIP) 62
4.3.2 Herramientas computacionales de modelación algebraica 63

CAPÍTULO 5 ..... **66**

EXPERIMENTACIÓN 66
5.1. PROBLEMA PRACTICO. 67
5.2. EXPERIMENTACIÓN CON EL MODELO 74
5.2.1. ¿Cómo se generaron las instancias de prueba? 74
5.2.2. Problema integrado de diseño de territorio con ruteo de vehículos 75

CAPÍTULO 6 ..... **85**

CONCLUSIONES 85
6.1. CONCLUSIONES Y APORTACIONES 86
6.2. LÍNEA DE INVESTIGACIÓN FUTURA 89
6.3. RECOMENDACIONES 89

REFERENCIAS **91**

ANEXO 1 ..... **97**

MODELO EN AMPL 97

LISTA DE TABLAS

Tabla 5.1. Parámetros utilizados en el problema práctico 69
Tabla 5.2. Parámetros del problema práctico 70
Tabla 5.3. Resultados del problema practico. 73
Tabla 5.4. Resultados de la instancia con 6 clientes 76
Tabla 5.5. Resultados de la instancia con 7 clientes 77
Tabla 5.6. Resumen de resultados de los experimentos con las instancias generadas 78
Tabla 5.7. Asignación de clientes a territorios y rutas de distribución. 80

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 Red de distribución 28
Figura 5.1. Área metropolitana de Monterrey 69
Figura 5.2. Clientes en el territorio 75
Figura 5.3. Rutas a seguir por cada vehículo en cada territorio 76
Figura 5.4. Nuevo cliente (C7) en el territorio 77
Figura 5.5. Nuevas rutas a seguir por los vehículos en los territorios 77

Capítulo 1

Introducción

En este capítulo se presenta de manera general los esfuerzos de diferentes investigadores por atender y resolver los problemas de diseño de territorios y ruteos de vehículos así como a sus múltiples variaciones. A lo largo del capítulo se determinan las variaciones que presenta el problema abordado contra los problemas clásicos, así como también se establece el planteamiento del problema, preguntas de investigación, objetivos, justificación, las limitaciones y alcances de la investigación.

1.1. Introducción

Los cambios constantes en las necesidades de los clientes traen consigo distintos retos en los que las empresas se vean envueltas en una lucha continua por mantener el nivel de satisfacción de los mismos. Surge así la necesidad de mejorar el uso del capital humano y recursos existentes, de forma que se logre dicho nivel de servicio y los costos asociados a ello sean mínimos.

La mayoría de los sistemas de la vida diaria están compuestos de elementos con diferentes niveles de desempeño y varios modos de falla. Los elementos son caracterizados por su costo y desempeño. En estos tipos de sistemas los elementos pueden poseer varios niveles de desempeño. Por ende, el sistema puede tener varios niveles de desempeño que van del funcionamiento perfecto hasta la falla total.

Los sistemas del mundo real requieren un análisis especial debido a su estructura compleja e importancia en la vida cotidiana. El problema que se estudia surge de dos motivaciones, la primera es la necesidad de contar con una división y distribución adecuada de clientes en un cierto número de territorios de acuerdo a los fines comerciales. La segunda es la necesidad de contar con una distribución conforme a los recursos de logística disponibles. Lo cual es enfrentado todos los días por miles de compañías y organizaciones comprometidos en la entrega y recolección de bienes y personas. En estas organizaciones, la administración de las actividades de distribución constituye un problema de toma de decisiones en la cual la solución a este tipo de problema tiene que estar enfocadas a soluciones logísticas para mercados emergentes.

Este problema ha cobrado importancia debido a la contribución de los costos de asignación de clientes a territorios y los costos de distribución dentro de los costos totales. En el diseño territorial así como en el ruteo de vehículos se manejan características en común como el número de clientes, demandas, ubicaciones etc. En cuanto al diseño territorial se enfrenta al hecho de cómo agrupar las pequeñas áreas geográficas llamadas unidades básicas (condados, zonas postales, áreas comerciales) en grupos más grandes llamados territorios, de forma que éstos satisfagan un conjunto de criterios de planeación (J. Kalcsics et. al., 2005). Dependiendo del contexto, estos criterios pueden tener motivaciones económicas (potencial de venta, carga de trabajo, número de clientes) o tener un origen

demográfico (número de habitantes, población votante). Además, frecuentemente están presentes restricciones espaciales (contigüidad, compacidad), con el objetivo de agrupar a los clientes en territorios que sean fáciles de administrar. En una empresa, la necesidad de llevar a cabo un diseño territorial y una distribución adecuada de los recursos de logística aparece cuando el número de sus clientes o la demanda de éstos cambian.

Se desea dividir el conjunto de puntos de recolección que están distribuidos en el área de la ciudad en grupos (territorios), de acuerdo a criterios económicos y geográficos bien definidos, con el fin de lograr una adecuada administración tanto de los territorios como de los recursos de logística como son vehículos, rutas para la entrega y recolección dentro de éstos. La utilización eficiente de estos recursos representa el centro de la mayoría de los problemas de optimización de diseño de territorios y de ruteo. Particularmente los tomadores de decisión en sistemas de distribución se cuestionan ¿cuántos, de qué planta y qué tamaño de los vehículos son necesarios para satisfacer la demanda a un costo mínimo? así mismo ¿cuántos clientes deben estar en el territorio, cuantos territorios se deben tener? Estas preguntas son difíciles de responder dada la enorme gama de combinaciones de la flotilla, las rutas, composición de territorios que pueden existir, esto da la posibilidad de formular el problema en que se enfoca este trabajo.

Concretamente, se requieren definir territorios que sean compactos (compacidad), de manera que durante la recolección los recorridos de los equipos sean cortos, ya que se espera que de esta forma se beneficie indirectamente el costo relacionado con el trasporte y se disminuyan los tiempos. Además, la empresa desea territorios balanceados respecto a dos medidas de actividad asociadas a las unidades básicas: número de clientes y volumen de carga (demanda), esto con el propósito de que los distintos territorios tengan cargas de trabajo similares, evitando de esta forma, posibles sobrecargas de trabajo y la utilización de terceros para estas recolecciones. También es importante considerar la geografía de la ciudad ya que los territorios deben tener la propiedad de contigüidad, es decir, deben estar formados únicamente por unidades básicas que son colindantes entre sí, de manera que se pueda viajar entre las unidades básicas del territorio sin salir de éste. De la misma forma se busca determinar cuál sería el número adecuado de equipos para satisfacer la demanda así,

como la asignación de las rutas y la utilización eficiente de estos equipos dentro de esta red de distribución sujeto a los niveles de desempeño mínimos.

En este sentido, en el presente trabajo se aborda el problema del diseño territorial con ruteo de vehículos compuesta por una flotilla de vehículos desde el depósito central hacia los clientes con demandas conocidas y ventanas de tiempo dentro de un territorio establecido con medidas de actividad de acuerdo a la demanda, ubicación y al tiempo realizado en cada detención, dentro de este ambiente se establecen las rutas a seguir para su distribución o recolección.

Diversos autores como Azi, N. et al. (2010), Mula, J. et al., (2010) y Toth P. et al., (2002) y las referencias mencionadas ahí mismo, han abordado el problema de ruteo de vehículos (VRP, por sus siglas en inglés) en los cuales con frecuencia se supone que existe una ruta directa (sin pasar por el depósito central) entre cualquier par de clientes, de manera que una red de transporte está representada por un grafo completo. El problema del ruteo en una red incompleta ha sido menos desarrollado (Beaulieu M. et al., 2006).

En este estudio se considera el problema de optimización resultante como un problema a gran escala, el cual cuenta con una estructura especial que puede ser explotada usándola para la construcción de técnicas de solución eficientes. Una de las estructuras más generales y comunes es en las que se pueden diferenciar las restricciones de un problema en “fáciles” y “difíciles” (Lasdon L 2002). En otras palabras, el problema se torna “fácil” de resolver si se logra eliminar las restricciones difíciles. Un ejemplo típico, es el problema con la estructura de restricciones tipo “escalón” que propone Frangioni A., (2005), el cual consiste en descomponer en subproblemas independientes el problema original relajando las restricciones de acoplamiento (“difíciles”), así como también técnicas heurísticas y metaheurísticas que en la literatura han demostrado un desempeño eficiente en estos tipos de problemas.

1.2. Planteamiento del problema

De acuerdo al análisis exhaustivo y evaluación crítica realizada en el plano industrial y en la bibliografía se logró identificar el área en la cual se desarrolla la presente investigación el cual representa un campo relativamente joven para la aplicación de técnicas de optimización exactas en la búsqueda de soluciones óptimas para problemas reales o prácticos en el ámbito industrial.

1.2.1. Descripción del problema y justificación

Debido a las características especiales con las que cuenta este problema no se ha localizado o encontrado un modelo que represente la estructura específica del caso de estudio. En consecuencia, se propone construir un modelo de optimización en el uso de los vehículos y agrupamiento de clientes en un territorio para dar solución a este tipo de problemas en la cadena de suministro considerando las variables, restricciones y función objetivo que resulte de su análisis teórico-práctico.

El problema presenta diferentes características a considerar por la empresa entre las cuales se requiere que los territorios sean compactos. Así mismo se desea que los territorios estén balanceados respecto a dos medidas de actividad asociadas a las unidades básicas: número de clientes y volumen de carga (demanda), esto con el propósito de que los distintos territorios tengan cargas de trabajo similares, evitando de esta forma posibles sobrecargas de trabajo y la utilización de terceros para estas recolecciones. También es importante considerar la geografía de la ciudad ya que los territorios deben tener la propiedad de contigüidad, es decir, deben estar formados únicamente por clientes que son colindantes entre sí, de manera que se pueda viajar entre los clientes pertenecientes al mismo territorio sin salir de éste. Entre otros elementos del problema se tienen aquellos como el conjunto de vehículos utilizados para recolección o entrega (carga o descarga) productos (paquetes o sobres) en un red de distribución. En esta red se localizan múltiples clientes con diferentes demandas para cada día, estas deben ser cumplidas ya sea con la entrega o recolección en el tiempo estimado.

Dentro de este problema se cuenta con parámetros de medición el cual nos indica cómo se está realizando el proceso de entrega y recolección. Uno de los parámetros más

importantes es el costo por paquete (cuánto cuesta trasladar un paquete de un punto a otro). Este costo demuestra qué tan eficiente se está trabajando en cuanto al proceso de entrega y recolección, siempre considerando mantener o aumentar la calidad en el servicio logístico.

En este problema se manejan distintos procesos como son los procesos de entrega en los que se identifica dos divisiones dentro de la empresa: i) internacional y ii) nacional. Así mismo se encuentran estas mismas divisiones para el proceso de recolección. En el análisis preliminar realizado con base en diferentes visitas a las instalaciones operativas de la empresa FEDEX donde se validó la metodología de la investigación, se pudo observar diferentes variables que intervienen directamente en el aumento o disminución en el índice del costo por paquete, estas variables (desde un marco general de análisis) son:

a) Tiempo extra. Tiempo que se necesita en horas hombre para cumplir con las recolecciones y las entregas en el plazo establecido.
b) Tamaño de la flotilla. Definición derivada de la variación en la demanda.
c) Contrato de terceros para entrega o recolección. Esto en el caso de que no se pueda cubrir con la cantidad de vehículos con los que la empresa cuenta actualmente.
d) Diseño de rutas. Diseño que represente el menor de los costos en cuanto al tiempo y dinero.
e) Número de personal laborando en planta o locación.

Del mismo modo, se pudo observar los diferentes procesos de operación involucrados en este problema, los cuales son:

a) Rutas mixtas (recolección y entrega).
b) Distribución por zonas de ruta.
c) Tipos de vehículo a utilizar.
d) Entregas definidas por día.
e) Recolecciones dinámicas.

Se puede observar en estos procesos que, por la mañana al inicio de las operaciones, es posible realizar un proceso de entrega definido ya que se cuenta con la cantidad de paquetes a entregar en el día. Pero al contrario, no se puede contabilizar en su totalidad las

recolecciones ya que éstas pueden ir aumentando conforme avanza el día y esto representa una variación muy grande para cumplir en tiempo con el programa establecido. El algoritmo propuesto para este caso es nuevo, ya que presenta características especiales propias de un problema práctico (real), en el cual se contemplan las entregas y recolecciones solamente de aquellos clientes que son considerados como administrativos (fijos) con los cuales se tienen convenios de colaboración o de trabajo.

1.2.2. Preguntas de Investigación

En este trabajo debido a que se trata de un problema real (especial) se necesita un algoritmo especial. Entonces, al momento de plantear el nuevo algoritmo fue necesario plantear las siguientes preguntas:

- ¿Sería factible el diseño eficaz de un algoritmo de solución integrando los problemas del diseño de territorio y diseño de rutas?
- ¿Cuál sería la estructura del algoritmo integrado?
- ¿Cómo se agrupan los clientes en los territorios considerando las medidas de actividad de densidad, demanda?
- ¿Cómo afecta al desempeño del algoritmo el manejo de diferentes ventanas de tiempo de clientes por día en cuanto a la calidad de la solución reportada?
- ¿Cómo afecta al algoritmo el manejo de diferentes ventanas de tiempo de clientes por día en cuanto al tiempo de cómputo reportado?
- ¿Cómo afecta al desempeño del algoritmo el manejo de múltiples clientes con diferentes ventanas de tiempo por día en cuanto al nivel de servicio dado?
- ¿El manejo adecuado de los recursos de distribución actuales será suficiente para disminuir el costo por paquete?

1.3. Hipótesis de Investigación

Si el algoritmo integrado propuesto arroja soluciones bajo el contexto de uso de los recursos actuales, entonces, se logrará disminuir el costo por paquete mejorando el nivel de servicio al cliente.

1.4. Objetivos

Desarrollar un algoritmo integrado aplicado al problema del diseño de territorios con rutas de distribución bajo un enfoque para mercados emergentes que permita una mejor asignación de recursos de transporte.

1.4.1. Objetivos específicos

- Disminuir el costo por paquete por locación.
- Aumentar la eficiencia en la administración del sistema de asignación de clientes a territorios considerado las condiciones propias del sistema.
- Aumentar la eficiencia en la administración del sistema de distribución atendiendo consideraciones dinámicas propias del sistema.
- Aumentar el nivel de servicio al cliente evitando las entregas o recolecciones tardías.

1.5. Aportaciones y limitaciones

Se contempla dar solución al problema de diseño de territorio basado en medida de actividad de la densidad y demanda, una vez que se tenga la asignación de los clientes a estos territorios dar solución a la parte de la recolección y entrega de paquetes en las rutas dentro de cada territorio en la red de distribución.

Lo que se busca es un mejor desempeño global del sistema más que una optimización local. Se busca obtener soluciones en tiempo y calidad en diferentes escenarios a los que se puede enfrentar la compañía. No se busca obtener los valores óptimos que minimicen los costos de logística.

1.6. Estructura del documento

La estructura del mismo se compone de la siguiente manera: primer capítulo se muestran todos aquellos elementos que se consideraron fundamentales para plantear el proyecto de investigación. En el capítulo segundo se presenta la revisión, análisis y evaluación del estado del arte con relación a los problemas de diseño de territorios y ruteos de vehículos. En el tercer capítulo se muestran los diferentes modelos típicos de optimización de los problemas de diseño de territorios y ruteo de vehículos. En el capítulo cuatro se presenta el

modelo matemático propuesto para la solución al problema integrado. El capítulo cinco presenta el análisis de los resultados obtenidos de la experimentación con el algoritmo en diferentes escenarios. Posteriormente en el capítulo seis se presentan las conclusiones, recomendaciones y la línea de investigación futura.

Capítulo 2

Marco teórico

En el presente capítulo se muestra una análisis y evaluación de los diferentes investigadores que abordan los problemas de ruteo de vehículos y del diseño de territorios, que permite identificar las principales aportaciones realizadas en estas dos áreas de investigación ayudando de esta manera a establecer una nueva línea de investigación en la búsqueda del establecimiento y desarrollo del algoritmo integrado de solución para estos dos problemas.

2.1. El problema de diseño de territorio y ruteo de vehículos

El problema de diseño de territorios (DTP, por sus siglas en inglés) ha sido objeto de diversos estudios desde la década de los setenta debido a sus múltiples aplicaciones. En la literatura se observa que si bien estos problemas comparten una estructura general, existen particularidades relacionadas al tipo de aplicación que los distinguen y hacen interesante su estudio.

Desde el punto de vista práctico, a pesar de que la definición o diseño de territorios no es una tarea del día a día de la empresa, sí es una necesidad que surge al menos dos veces al año debido a los cambios en la demanda de los clientes (lo que compromete el balanceo de los territorios) y a la agregación de nuevos puntos de venta que deben ser asignados a algún territorio. Este problema es abordado con técnicas heurísticas debido a su gran tamaño y complejidad. Este es un problema de optimización combinatoria clasificado como NP-duro por R. Z. Ríos-Mercado et al., (2009). En términos generales, un problema de optimización es catalogado como difícil cuando existe una demostración teórica que muestra que no existe ningún algoritmo que garantice encontrar la mejor solución posible (solución óptima) en un tiempo razonable de acuerdo con R. Martí. (2005). Esto representa todo un reto desde la perspectiva de investigación. Desde la perspectiva práctica, este problema es muy importante ya que una buena solución ayudaría a las empresas a distribuir su gran área de trabajo de la mejor manera de acuerdo a sus criterios de planeación comercial, dentro de las aplicaciones más importantes: diseño de territorios de ventas investigadas en A. Drexl et al., (1999) y B. Fleischmann (1988) y diseño de distritos políticos abordados por diferentes investigadores como V. Lobo et al., (2005), B. Bozkaya et al., (2003), R. S. Garfinkel et al., (1970), S. W. Hess et al., (1965), M. Hojati et al., (1996), A. Mehrotra et al., (1998) y F. Ricca et al., (2008). Entre otras aplicaciones se pueden citar las relacionadas con servicios de salud en M. Blais et al., (2003), servicios policiacos en S. J. D'Amico et al., (2002), y aplicaciones para diseño de distritos escolares (F. Caro, 2004).

Son bastantes los enfoques con los que ha sido abordado el problema en sus distintas versiones, estando muy relacionados con los requerimientos propios de cada aplicación.

Los problemas de asignación y programación tienen un impacto relevante en el costo de transporte y el nivel de servicio al cliente observados por Cano I, (2005). Autores como

Velarde M (2007) y Cano I, (2005) han identificado 3 tipos básicos de problemas de asignación:

a) Encontrar una ruta en una red donde el origen es diferente al punto destino.
b) Definir rutas de transporte entre múltiples orígenes y destinos.
c) El problema de asignación de vehículos cuando el origen y el punto destino son los mismos.

La solución del primer tipo de problema se facilita mediante el uso de métodos para encontrar los caminos más cortos entre puntos. El segundo tipo de problema ha sido resuelto mediante la aplicación del método de transporte y variaciones de éste (Velarde M 2007).

La solución del tercer tipo de problema incluye la utilización de numerosos y diversos modelos como el del agente viajero (TSP, por sus siglas en inglés), problema de asignación de vehículos (VRP), el VRP con ventanas de tiempo (VRPTW, por sus siglas en inglés), el problema de recoger y entregar (PDP, por sus siglas en inglés), el problema de asignación e inventario (IRP, por sus siglas en inglés). En cuanto al problema de Asignación de Vehículos (VRP), que es una generalización del TSP, se enuncia como sigue: Se cuenta con una flota de m vehículos cada uno con capacidad Q, y se necesita despachar carga a n puntos de la ciudad partiendo cada vehículo desde algún depósito central o planta de producción. Cada uno de los puntos i tiene asociada una demanda d_i que debe ser satisfecha por uno de los vehículos.

El VRP pertenece a la clase de optimización combinatoria con múltiples aplicaciones en la cadena de la distribución. Es un hecho que cada día miles de empresas y organizaciones se dedican a la entrega y recolección de bienes, personas y servicios. El hecho de que la VRP es tanto de interés teórico, como práctico, explica la cantidad de atención prestada a la VRP por los investigadores en los últimos años (Azi, N. et al., 2010). La VRP se refiere al transporte de artículos entre almacenes y clientes por medio de una flota de los vehículos (Cano I. 2005). La solución de un VRP proporciona la mejor ruta al servicio de todos los clientes utilizando una flota de vehículos. Esta solución debe

asegurarse que sirvan para todos los clientes, respetando las restricciones de operación y minimizando el costo total de distribución (Velarde M., 2007).

Suponiendo que se tiene la siguiente red de distribución (ver Figura 2.1, Muñoz Z. et al., 2009) en la cual se debe recoger o entregar productos minimizando los costos de distribución. Se tiene procesos como la definición del orden o secuencia de visitas a realizar (ruta), la definición del conjunto de ε rutas, cuyo costo total de viaje debe de ser mínimo y que cumpla con:

a) Cada vehículo comienza y termina en el depósito.
b) La demanda total de los clientes atendidos por un vehículo no es mayor que su capacidad.

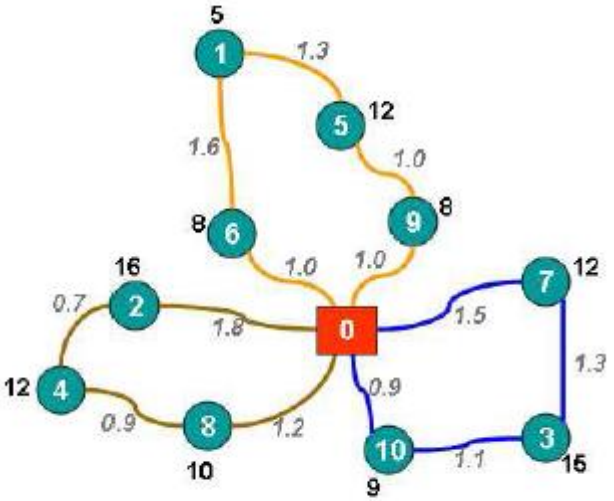

Figura 2.1 Red de distribución

Dentro de los VRP existen diversas variaciones al modelo original, por ejemplo el Problema de Asignación de Vehículos con Ventanas de Tiempo (VRPTW) en que a cada nodo de demanda *i* se le asocia un par de valores (l_i, u_i) que representan un intervalo de tiempo dentro del cual debe ser atendido el nodo *i*. Está el Problema de Asignación de Vehículos con Carga/Descarga (VRPB, por sus siglas en inglés) en el cual la demanda se puede dividir en 2 conjuntos *B* y *L*, el primero de los nodos de oferta y el segundo de nodos demanda (Mula, J. 2010). Habitualmente los VRP.s son una perfecta descripción de los

sistemas de distribución de compañías como Bimbo, Coca-Cola, Pepsi, Sabritas, etc. En general situaciones de recolección y entrega de productos o servicios, ejemplos de estas son la recolección de basura, transporte escolar o de personal, y en algunos casos los sistemas tipo entrega a domicilio (taxis, pizzería, mensajería) pueden ser modelados de la misma forma.

La complejidad tanto del VRP como de DTP es NP-duro, y por lo tanto difícil de resolver (Lenstra J., 1981). Debido a la naturaleza del problema no es viable utilizar planteamientos concretos para las instancias muy grandes de VRP. Por lo tanto, métodos basados en heurísticas y metaheurísticas son opciones viables para proporcionar soluciones para problemas a gran escala. Un estudio reciente de la VRP se puede encontrar en Toth P. et al., (2002).

En realidad para resolver distintos casos del VRP y DTP se han desarrollado varios algoritmos, los cuales pueden ser divididos, en métodos exactos y métodos aproximados (Beaulieu M., 2006).

2.1.1. Métodos exactos

Dentro de los métodos exactos, se pueden encontrar los algoritmos del tipo ramificación y acotamiento (R & A), ramificación y corte (R & C) y partición de conjuntos generación de columnas (PC-GC).

En los algoritmos de tipo R&A, destacan los trabajos de Laporte G. et al. (1986) y Fischetti M., et al. (1994). La idea de estos trabajos es la de dar cotas inferiores a las soluciones de los respectivos problemas, por medio de relajaciones de las variables enteras o eliminación de algunas restricciones. Con estas relajaciones se llega a problemas conocidos en la literatura con soluciones rápidas y que representan cotas para el valor del problema original.

2.1.2. Métodos aproximados

Los métodos aproximados se dividen en dos grupos: i) métodos heurísticos y ii) métodos metaheurísticos. De los primeros se pueden mencionar los métodos de ahorro de tiempo y los métodos de inserción, principalmente. De hecho, una técnica heurística es capaz de

encontrar buenas soluciones en un menor tiempo que un método exacto, esto hace que sean técnicas atractivas de solución para los problemas de gran tamaño. En los métodos de ahorro de tiempo están los trabajos en Clarke G. et al. (1964), Desrochers M. et al. (1989) y Wark P., et al. (1994). Estos métodos buscan mezclar rutas con un criterio entre ellas. Dentro de los segundos, los métodos metaheurísticos, están el denominado recocido simulado, recocido determinístico, búsqueda tabú, algoritmos genéticos, etc. Todos ellos pueden ser consultados en Toth P. et al. (2002). A diferencia de los métodos heurísticos clásicos, en un método metaheurístico el algoritmo puede considerar pasar de una solución xt a otra xt+1 cuyo costo sea mayor.

2.1.2.1. Métodos de localización-asignación

El primer enfoque de programación matemática fue propuesto por Hess & Weaver, (1965) para un problema de diseño de distritos políticos. En estos problemas el objetivo del diseño territorial es crear territorios que no favorezcan a algún grupo político ya que posteriormente cada territorio debe elegir un representante para la asamblea parlamentaria. En general, los criterios considerados adecuados para lograr dicho objetivo son: contigüidad, igualdad de población (balanceo) y compacidad. En su trabajo la situación es modelada como un problema de localización de instalaciones que es conocido como p-mediana capacitado (L. A. N. Lorena et al., 2004).

Hojati M. et al. (1996) proponen un método de tres etapas para un problema de diseño de distritos políticos. En la primera fase se determinan los centros por medio de relajación lagrangeana, posteriormente se realiza la asignación de unidades básicas a los centros, y en la última etapa, se resuelven las áreas división por medio de una serie de problemas de transporte capacitados. El método fue probado en un caso de estudio en la ciudad de Saskatoon (Canadá), en un problema con 42 unidades básicas y 11 territorios. Entre los resultados obtenidos se encontró que los territorios generados eran más compactos y había menos áreas división que en el plan territorial que se usaba en ese tiempo.

Kalcsics, et al. (2005) hacen una extensa revisión de trabajos del área. Proponen un modelo general que captura las características comunes de este tipo de problemas (no

incluye restricciones de contigüidad) y desarrollan una heurística de localización-asignación con resolución óptima de áreas división.

Segura-Ramiro et al. (2007) desarrollan un método de localización-asignación para un problema de diseño de territorios comerciales. En este trabajo se utiliza una función objetivo de tipo p-mediana y se consideran criterios de balanceo para dos medidas de actividad en las unidades básicas. Se propone una heurística para resolución de áreas división en la que se consideran criterios de contigüidad y balanceo de los territorios. En su trabajo experimental se reportan resultados exitosos para problemas con 500 y 1,000 unidades básicas, obteniendo desviaciones de las metas de balanceo de no más del 5%.

2.1.2.2. Métodos de pre-generación de territorios

Este tipo de métodos parten de la base de generar de alguna forma el conjunto de territorios candidatos que cumplen con las restricciones del problema (ya sea de inicio o durante el transcurso del método) para posteriormente construir y optimizar la solución.

Garfinkel & Nemhauser (1970) proponen un enfoque de solución basado en esta idea para un problema de diseño de territorios políticos. Este método consta de dos fases: en la primera se genera el conjunto de territorios candidatos que cumplen los requerimientos de contigüidad, compacidad y con un tamaño de población dentro de un rango específico; en la segunda fase los territorios deseados son seleccionados de forma que se optimice la medida de balance global del diseño territorial. Este método fue capaz de encontrar soluciones óptimas para problemas con 39 unidades básicas y siete territorios, sin embargo, para un problema con 55 unidades básicas y cinco territorios se reportaron tiempos de cómputo muy largos en la fase I o terminación con soluciones no factibles. Mehrotra A, et al. (1998) modifican el modelo de Garfinkel & Nemhauser (1979) y utilizan una función objetivo que minimiza una medida basada en longitud de rutas del centro territorial hacia las unidades básicas. En su trabajo proponen un algoritmo de generación de columnas que no es resuelto a optimalidad debido a que algunos de los subproblemas generados son muy difíciles. Este método fue capaz de resolver casos con un número más grande de unidades básicas (alrededor de 50).

2.1.2.3. Metaheurísticas

El trabajo presentado por D'Amico S. et al. (2002) aborda el problema de redefinición de comandos (distritos) policiacos. En esta aplicación, además de los requerimientos de contigüidad, compacidad y balance de carga de trabajo de los oficiales, existe el factor de calidad en el servicio, el cual limita los tiempos de respuesta a las llamadas de emergencia. Este tipo de requerimiento con efecto de línea de espera genera restricciones de tipo no lineal, complicando aún más el problema de diseño territorial.

En el presente trabajo se propone un enfoque basado en un algoritmo de recocido simulado en el cual se busca minimizar la disparidad de carga de trabajo entre los oficiales. El cual parte de una solución inicial, y en cada iteración se genera una solución potencial al reasignar una unidad básica de un territorio a otro adyacente. En un caso de estudio en la ciudad de Buffalo (E.U.A.) se asignaron 400 unidades básicas a cinco territorios, lográndose reducir la máxima disparidad de carga de trabajo de cerca del 30 al 14 por ciento.

Bozkaya B., et al. (2003) abordan un problema de diseño de territorios políticos en el que consideran criterios de contigüidad, compacidad, igualdad de población y homogeneidad socio-económica. Presentan un algoritmo de búsqueda tabú en el cual utilizan una función de mérito que integra varios de los criterios antes mencionados. El algoritmo fue usado en un caso real en Edmonton (Canadá), con 828 unidades básicas y 19 territorios. Los resultados obtenidos demostraron que el método propuesto produce mejores diseños que los usados en la época.

Blais M., et al. (2003) realizan un estudio en el que abordan un problema de definición de distritos para una clínica de salud de la localidad de Montreal (Canadá). En éste, un territorio se debió particionar en seis distritos tomando en cuenta cinco criterios: indivisibilidad de las unidades básicas, respecto a las fronteras municipales, contigüidad, movilidad del personal y balance de carga de trabajo. Los últimos dos son combinados en una función objetivo y el problema es resuelto a través de un algoritmo de búsqueda tabú en el que en cada iteración se mueve una unidad básica entre dos territorios adyacentes o se intercambian dos unidades básicas. Se desarrolló exitosamente un plan territorial para la

clínica Cotedes-Neiges en Montreal que fue adoptado por su administración y permanece en uso.

Lobo V. et al. (2005) aplican un algoritmo genético a un problema de diseño de distritos políticos en Portugal. En su estudio se evalúan varias funciones objetivo y se estudia la bondad de dos codificaciones distintas de cromosomas. Presentan resultados exitosos de la región de Lisboa (un problema con 53 unidades básicas asignadas a siete distritos).

Vargas-Suárez L., et al., (2005) estudian un problema de diseño territorial proveniente de una compañía distribuidora de refrescos embotellados cuyas características difieren de la mayoría de los problemas de esta clase.

Además de los criterios de contigüidad y balanceo de tres medidas de actividad (número de clientes, demanda y carga de trabajo) en este problema se incluyen criterios de asignación de unidades básicas (algunas deben ser asignadas forzosamente a un mismo territorio y otras no pueden asignarse a un mismo territorio). Por otro lado, no se considera algún tipo de medida de compacidad y el número de territorios deseado se maneja como variable. En su trabajo proponen un enfoque basado en GRASP donde se busca como objetivo minimizar la desviación del valor meta para cada una de las tres medidas de actividad.

En el trabajo de Ríos-Mercado R. et al., (2007) se aborda un problema de diseño de territorios comerciales. En esta aplicación se desean obtener territorios compactos, contiguos y balanceados respecto a tres medidas de actividad (número de clientes, demanda y carga de trabajo). El problema es modelado como un problema de p-centro con múltiples restricciones de capacidad y con restricciones adicionales para asegurar contigüidad. Debido a la complejidad de este modelo, se propone un método basado en GRASP en el que la construcción de soluciones es guiada por una función que pondera una medida de dispersión y la violación relativa de las restricciones de balance. Los resultados obtenidos con el método desarrollado demostraron que las soluciones encontradas por éste eran de gran calidad, dominando enteramente a las soluciones encontradas con las prácticas utilizadas por la empresa.

La mayoría de estos casos de diseño territorial comercial son abordados desde un solo objetivo con el fin de lograr buenos resultados en un tiempo razonable ya que su complejidad aumenta en el caso de que se manejara con un enfoque multiobjetivo, bajo este contexto el problema con múltiple objetivo manejado en Salazar-Aguilar M., et al., (2011) y Ríos-Mercado R. et al., (2001) proponen un modelo de programación bi-objetivo donde el criterio usado es la dispersión y el balanceo con respecto al número de clientes, donde se consideran también las restricciones de conectividad y balanceo de acuerdo a los volúmenes de venta (demanda), este es el primer trabajo que aborda este problema con un enfoque multiobjetivo para el diseño territorial comercial y en particular para el diseño de territorios con restricciones de conectividad.

En el trabajo de Salazar-Aguilar M., et al. (2011) se propone una serie de nuevas formulaciones para el problema de diseño territorial con atención comercial, el cual consta en determinar una partición de un conjunto de unidades ubicadas en un territorio que cumpla con múltiples criterios como compacidad, conectividad y el balance en términos del cliente y las demandas de productos. Hasta el momento los métodos de solución para estas versiones diferentes de este problema han sido por métodos heurísticos, debido a la complejidad el cual es catalogado como NP-completo. Las formulaciones propuestas son modelos de programación entera cuadrática. Estos modelos permiten el desarrollo de un marco de solución exacta basado en una estrategia de ramificación y acotamiento (branch and bound) y generación y corte (cut generation). En el cual el método propuesto es evaluado con varias instancias de modelos cuadráticos así como de los modelos lineales existentes.

2.1.2.4. Relajación lagrangiana

Dentro de los métodos meta-heurísticos, uno muy utilizado es la relajación lagrangiana, el cual trabaja bajo el principio de descomposición, es un procedimiento sistemático para resolver problemas lineales de gran escala o problemas lineales que contienen restricciones de estructura especial, la cual puede ser explotada usándola para la construcción de técnicas de solución eficientes. Una de las estructuras más generales y comunes es en las que se pueden diferenciar las restricciones de un problema en “fáciles” y “difíciles” (Guignard M., et al. 2007). En otras palabras, el problema se torna “fácil” de resolver si logramos eliminar

las restricciones difíciles. Un ejemplo típico, es el problema con la estructura de restricciones tipo “escalón” que se descompone en subproblemas independientes relajando las restricciones de acoplamiento (“difíciles”).

Una manera conocida de explotar dicha estructura es relajar de forma lagrangiana las restricciones difíciles (Guignard M., et al. 2007). Esto es, cuando relajamos las restricciones difíciles se agrega un término de penalización a la función objetivo para prevenir la violación de restricciones relajadas. Usualmente, la penalización es una combinación lineal correspondiente a holguras de restricciones difíciles tomadas con los coeficientes llamados multiplicadores de Lagrange. Dado un vector de multiplicadores fijo y resolviendo el problema Lagrangiano, obtendremos una cota superior (para problemas de maximización) del valor objetivo óptimo original.

El problema dual lagrangiano consiste en encontrar la mejor cota, es decir, buscar los multiplicadores lagrangianos que minimizan la cota (Lamarechal C., et al. 2001). La estrategia del principio de descomposición consiste en operar sobre dos programas lineales separados: uno sobre el conjunto de restricciones fáciles y el otro sobre el conjunto de restricciones difíciles, en estos programas se pasa información entre ellos hasta llegar a un punto en donde se alcanza la solución al problema original. El problema lineal sobre las restricciones generales se denomina problema maestro y el problema lineal sobre las restricciones especiales se denomina subproblema (Litvinchev I., et al., 2008).

Capítulo 3

Modelos típicos

En el presente capítulo se presentan los diferentes modelaciones aplicadas a los problema de diseño de territorios (DTP) así como al problema de ruteo de vehículos (VRP), estas modelaciones son consideradas como típicas y manejan diferentes métodos de solución desde algoritmos heurísticos hasta formulaciones exactas y así terminar considerando una modelación única que integre aspectos de ambos problemas, que pueda desarrollarse bajo una formulación exacta.

3.1. Formulaciones típicas para el DTP

Dentro de los diferentes trabajos publicados se puede encontrar aquellos en los cuales las formulaciones matemáticas de los problemas abordados son similares entre sí y que se pueden considerar como formas típicas de representar el problema de diseño de territorios.

En estas formulaciones típicas lo que se busca es encontrar un diseño adecuado de territorios de acuerdo a fines comerciales que la compañía define y que además cumpla con ciertos criterios de desempeño, los cuales miden la capacidad del modelo para obtener territorios balanceados, conectividad que se refiere a que dentro de los territorios todos los clientes que lo conforman debe de existir un camino para ser visitados, la cantidad de cliente que conforman un territorio, bajo este contexto se puede considerar las siguientes formulaciones típicas para este tipo de problemas.

3.2. Descripción general del DTP.

La siguiente formulación matemática observada en Salazar-Aguilar M., (2011) busca encontrar la división del territorio en p –particiones de un conjunto de clientes de acuerdo a los objetivos de planeación y tomando en consideración los criterios de desempeño como el balanceo y la conectividad, que minimice la dispersión de los clientes en los territorios.

Sea un grafo $G=(V,E)$ donde V se refiere al conjunto de unidades básicas bloques y E el conjunto de unidades con adyacencia entre las unidades básicas en donde cada nodo j en el conjunto V contiene parámetros como las coordenadas geográficas (c_j^1, c_j^2) y dos atributos o medidas de actividad: número de clientes y el volumen de demanda. La distancia entre cada par de unidades básicas i and j está dada por la distancia Euclidiana d_{ij}. El conjunto de unidades básicas debe de ser particionado en p-territorios, en los cuales se requiere que cada nodo (cliente) sea asignado a un solo territorio y además se debe de cumplir que los territorios estén balanceados con respecto al número de clientes y a la cantidad de demanda.

El tamaño del territorio $V_k \subset V$ se define con $w^{(a)}(V_k) = \sum_{i \in V_k} (w_i^{(a)})$ respecto a la medida de actividad a, donde k es el índice correspondiente a cada territorio, $a \in A = \{1,2\}$ y $w_i^{(a)}$

es el valor asociado a la medida de actividad a en el nodo $i \in V$. En cuanto al balanceo de los territorios $\tau^{(a)}$ es un parámetro de tolerancia para cada medida de actividad a que es introducida, este parámetro mide la desviación relativa del promedio del tamaño de los territorios con respecto a la medida de actividad $a \in A$. El promedio de tamaño de los territorios está dado por $\mu^{(a)} = w^{(a)}(v)/p$. La presente modelación se realiza para un problema llamado el problema de la p-mediana (pMP, por sus siglas en inglés).

3.2.1. Formulación matemática A

El modelo matemático resultante (Salazar-Aguilar M., 2011) basado en la mediana para el problema de diseño de territorio (MTDP, por sus siglas en inglés) se presenta con las definiciones correspondientes de los conjuntos de variables, parámetros y restricciones.

Conjuntos.

N^i se refiere al conjunto de nodos adyacentes al nodo *i*, donde
$N^i = \{ j \in V : (i, j) \in E \vee (j, i) \in E \},\ i \in V.$

Variables de decisión

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{Si la unidad básica } j \text{ es asignada a territorio con centro en } i;\ i, j \in V \\ 0 & \text{En otro caso} \end{cases}$$

Para cada $x_{ii} = 1$ implica que la unidad básica i es el centro del territorio.

$$\text{(MTDP) Minimiza } z = \sum_{j \in V} \sum_{i \in V} d_{ij} x_{ij} \tag{3.1}$$

Sujeta a:

$$\sum_{i \in V} x_{ii} = p \tag{3.2}$$

$$\sum_{i \in V} x_{ij} = 1 \qquad j \in V \tag{3.3}$$

$$\sum_{j \in V} w_j^{(a)} x_{ij} \geq (1 - \tau^{(a)}) \mu^{(a)} x_{ii} \quad i \in V; a \in A \tag{3.4}$$

$$\sum_{j \in V} w_j^{(a)} x_{ij} \leq (1+\tau^{(a)})\mu^{(a)} x_{ii} \quad i \in V; a \in A \tag{3.5}$$

$$\sum_{j \in \cup_{v \in S}(N^v \setminus S)} x_{ij} - \sum_{j \in S} x_{ij} \geq 1 - |S| \quad i \in V, S \subset [V \setminus (\mathrm{N}^i \cup \{i\})] \tag{3.6}$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, \quad i, j \in V \tag{3.7}$$

En la ecuación (3.1) mide la dispersión basada en la pMP. en el sentido de que al minimizar la dispersión se puede maximizar la compacidad. En el conjunto de restricciones (3.2) asegura que se generen p territorios establecido este parámetro por el tomador de decisiones. La restricción (3.3) nos asegura que cada nodo o cliente sea asignado a un solo territorio. Las ecuaciones (3.4) y (3.5) representan el balance de los territorios con respecto a cada medida de actividad estableciendo que el tamaño de cada territorio debe de estar alrededor del tamaño promedio dado por el parámetro $\tau^{(a)}$. Las restricciones (3.6) nos garantizan la conectividad de los territorios. Esto es, nos asegura que para cualquier subconjunto S de nodos o clientes asignados al centro i debe de existir un camino entre el conjunto S y cada nodo i contenido en S. Esto muy similar a las restricciones de eliminación de subruta en el problema del agente viajero (TSP).

3.2.2. Formulación matemática B

La siguiente modelación por Rios-Mercado R. et al., (2013) se basa en un grafo $G = (V, E)$ que contiene i unidades básicas asociadas con cada nodo, y para cada par de i y j existentes en E son adyacentes entre ellos. Cada nodo $i \in V$ tiene asociado un parámetro correspondiente a la coordenada geográfica (c_i^x, c_i^y) y tres medidas de actividad. Estas medidas de actividad se denotan por w_i^a donde el valor de $a \in A = \{1,\ 2,\ 3)$ para cada nodo i y los valores de $a = 1,\ 2$ y 3 se refieren al número de clientes, demanda del producto y carga de trabajo respectivamente. Los territorios son subconjuntos de nodos en $V_k \subset V$. El número de territorios está dado por el parámetro p. Se requiere que cada nodo sea asignado a solo un territorio. Los territorios son definidos por la partición del conjunto V en unidades básicas definidas por p. Dentro de las propiedades que se busca en el

territorio es que el balance de estos sea de acuerdo a cada medida de actividad. Entonces se define el tamaño del territorio V_k con respecto a la medida de actividad a como: $w^a(V_k) = \sum_{i \in V_k} w_i^a,\ a \in A.$ Tomando en cuenta esto último la forma de evaluar el grado de equilibrio es a través del cálculo de la desviación relativa cada medida de actividad en cada territorio a partir de su tamaño promedio dado por $\mu^a = w^a(V)/p,\ \ a \in A.$ Del mismo modo se tiene que H que se refiere al conjunto de todos los pares de unidades que pueden ser asignadas a diferentes territorios que está dada por $H = \{(j_1, j_2) \in VxV \mid j_1 \text{ y } j_2 \text{ que pueden ser asignadas a diferentes terriorios}\}$. Este conjunto es usado para representar las restricciones de la asignación disjunta.

El problema puede ser descrito como encontrar las p-particiones del conjunto V que satisfagan las condiciones y criterios de balance así como también los de conectividad y de las medidas de dispersión.

Índices y conjuntos

n	número de unidades básicas
p	número de territorios
i, j	índices de las unidades básicas; $i, j \in V = \{1, 2, ..., n\}$
a	índice de la medida de actividad; $a \in A = \{1, 2, 3\}$
k	índice correspondiente al territorio; $k \in K = \{1, 2, ..., p\}$
E	conjunto de unidades básicas con adyacencia
H	conjunto de par de unidades básicas que pueden ser asignadas a diferentes territorios
F^i	conjunto de unidades básicas que pueden ser asignadas al territorio con centro i bajo el diseño actual
N^i	conjunto de nodos con centro de adyacencia en el nodo i; $i \in V$. ($N^i = \{j \in V : (i, j) \in E \vee (j, i) \in E\}$)

Parámetros

w_i^a valor de medida de actividad a en el nodo i; $i \in V$, $a \in A$

d_{ij} distancia Euclidiana ente los nodos i y j; $i, j \in V$

q_{ij} peso que se asigna a la unidad j con centro i igual a $0.5d_{ij}$ si $j \in F^i$;
0, en otro caso; $i, j \in V$

τ^a tolerancia relativa con respecto a la medida de actividad a; $a \in A$, $\tau^a \in [0,1]$

Parámetros computacionales

$w^a(\mathrm{X}_k)$ $(= \sum_{j \in X_k} w_j^a)$ tamaño del conjunto X_k con respecto a la medida a;
$a \in A$, $X_k \subset V$

μ^a $(w^a(V)/p)$ valor promedio de la actividad a; $\mathrm{a} \in \mathrm{A}$

Variables de decisión: Debido a que en el problema original no se considera territorios centrados sin embargo se introduce una variable binaria en la modelación basada en la medida de dispersión en la búsqueda de obtener territorios centrados.

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{Si la unidad } j \text{ es asignada a territorio con centro en } i;\ i, j \in V \\ 0 & \text{En otro caso} \end{cases}$$

Nótese que $x_{ii} = 1$ implica que la unidad básica i es el centro del territorio.

$$Minimiza \quad f(x) = \sum_{i,j \in V} d_{ij} x_{ij} + \sum_{i \in V,\, j \in F^i} q_{ij}(1 - x_{ij}) \tag{3.8}$$

Sujeta a:

$$\sum_{i \in V} x_{ij} = 1, \qquad j \in V \tag{3.9}$$

$$\sum_{i \in V} x_{ii} = p, \tag{3.10}$$

$$\sum_{j \in V} w_j^a x_{ij} \geq (1 + \tau^a)\mu^a x_{ii}, \qquad i \in V, a \in A \tag{3.11}$$

$$\sum_{j \in V} w_j^a x_{ij} \leq (1-\tau^a)\mu^a x_{ii}, \qquad i \in V, a \in A \tag{3.12}$$

$$\sum_{j \in \cup_{v \in S}(N^v \setminus S)} x_{ij} - \sum_{j \in S} x_{ij} \geq 1 - |S| \qquad i \in V, S \subset [V \setminus (\mathrm{N}^i \cup \{i\})] \tag{3.13}$$

$$x_{ij} + x_{ih} \leq 1, \qquad i \in V \qquad (j,h) \in H \tag{3.14}$$

$$\sum_{i \in V} \sum_{j \in F^i} x_{ij} \geq \alpha \, |\cup_i F^i| \tag{3.15}$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, \qquad i, j \in V \tag{3.16}$$

En la ecuación objetivo (3.8) se incorporan términos de medida de dispersión de los territorios así como también el término que favorece la asignación de unidades a un subconjunto de acuerdo al plan existente de desarrollo. La ecuación (3.9) garantiza que cada nodo j sea asignado a un territorio. La restricción (3.10) define el conjunto de territorios que se pueden formar. Las restricciones (3.11) y (3.12) representan el balanceo de los territorios de acuerdo a cada medida de actividad así como también establecer el tamaño promedio de cada territorio dentro del rango de tolerancia establecido por el parámetro τ^a. La restricción (3.13) garantiza la conectividad de los territorios. Estas restricciones propuestas por Drexl et al. (1999) las cuales son similares a las restricciones usadas en los problemas de ruteo de vehículos para garantizar la conexión de las rutas con los centros de distribución. La restricción de asignación disjunta es representada por la ecuación (3.14). La restricción (3.15) asegura que al menos un número mínimo de unidades básicas que existen en el plan de desarrollo sean asignadas a los territorios y donde α es un parámetro que usualmente en la práctica lo define el usuario dentro del conjunto de $0.1 - 0.2$, el conjunto de variables binarias se determinan en la restricción (3.16).

3.2.3. Formulación matemática C

Consiste en encontrar un conjunto de p-particiones de unidades geográficas que minimice las medidas de dispersión de cada territorio sujeta a múltiples restricciones de balanceo (Elizondo-Anaya M. et al., 2014).

Sea V un conjunto de nodos o unidades básicas que representan los bloques (manzanas) de la ciudad. Se tiene que w_i^a la medida de actividad a en el bloque i, $a \in A = \{1,2\}$ donde $a = 1$ denota el número de clientes y $a = 2$ corresponde a la demanda de productos de cada cliente. Entonces d_{ij} denota la distancia euclidiana entre cada par de unidades básicas i y j. El número de territorios está dado por p. La configuración del diseño de territorio está dada por las p-particiones del conjunto V. Si tenemos que $w^a(V_k) = \sum_{i \in V_k} w_i^a$ el tamaño del territorio se define de acuerdo a la actividad a con $V_k \subseteq V$. La forma de solucionar este problema es obtener territorios balanceados con respecto a cada medida de actividad. Debido a la naturaleza discreta del problema y a la restricción de asignación única, es prácticamente imposible generar territorios perfectamente balanceados, bajo este contexto se define un parámetro de tolerancia τ^a para cada medida de actividad que se tenga considerando emplear. Este parámetro es definido por el usuario y representa el límite máximo permitido de la desviación con el objetivo ideal. El objetivo ideal está dado por $\mu^a = w^a(V)/p$. Por ultimo para cada territorio las unidades básicas deben de estar cercas unas de las otras, en esta modelación se considera el uso de una función de dispersión basada en el problema de p-centrado.

Se asume que todos los parámetros son conocidos. Por lo tanto el problema puede ser descrito como encontrar la p-partición del conjunto de unidades básicas con múltiples restricciones de balance que minimice las medidas de dispersión.

Índices y conjuntos:

V	conjunto de unidades básicas
A	conjunto de actividades de las unidades básicas
i, j	índices de unidades básicas; $i, j \in V = \{1, 2, ..., n\}$
a	índice de actividad; $a \in A = \{1, 2\}$.

Parámetros:

n número de unidades básicas

p número de territorios

w_i^a valor de la actividad a en el nodo i; $i \in V$, $a \in A$

d_{ij} distancia euclidiana ente i y j; $i, j \in V$

τ^a tolerancia relativa con respecto a la actividad a; $a \in A$, $\tau^a \in [0,1]$

μ^a $\mathrm{w}^a(V)/p$, valor promedio de la actividad a; $a \in A$

Aunque para una decisión práctica sería que no se requiere colocar a los clientes en el centro, ya que esto lo realiza el problema de asignación, se utiliza una variable binaria basada en los centros ya que se considera apropiada para modelar el problema de la dispersión en los territorios.

Variables de decisión:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{Si la unidad } j \text{ es asignada a territorio con centro en } i;\ i, j \in V \\ 0 & \text{En otro caso} \end{cases}$$

Con esta notación el TDP con atención comercial puede ser formulado de la siguiente manera.

$$\textit{Minimiza} \qquad f(x) = \max_{i,j \in V}\{d_{ij} x_{ij}\} \tag{3.17}$$

Sujeta a:

$$\sum_{i \in V} x_{ij} = 1, \qquad j \in V \tag{3.18}$$

$$\sum_{i \in V} x_{ii} = p, \tag{3.19}$$

$$\sum_{j \in V} w_j^a x_{ij} \geq (1+\tau^a)\mu^a x_{ii}, \qquad i \in V, a \in A \tag{3.20}$$

$$\sum_{j \in V} w_j^a x_{ij} \leq (1-\tau^a)\mu^a x_{ii}, \qquad i \in V, a \in A \tag{3.21}$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, \qquad i, j \in V \tag{3.22}$$

La ecuación (3.17) objetivo mide la dispersión de los territorios. En la restricción (3.18) garantiza que cada unidad básica j sea asignada a solo un territorio. En la ecuación (3.19) se asegura de cumplir con la creación de los p territorios. Las restricciones (3.20) y (3.21) representan el balanceo de los territorios con respecto a cada medida de actividad. La ecuación (3.22) se define las variables de decisión binarias utilizadas en el modelo.

3.3. Descripción general del VRP

Al considerar todas aquellas actividades que una u otra forma están ligadas al transporte se estará considerando también el problema de toma de decisiones que esto conlleva. Debido a la importancia de los costos relacionados con el trasporte que incrementan los costos totales de operación. Esto ocasionado por que la mayoría de las empresas requieren de un servicio ya sea de recolección, entrega o bien ambos servicios dentro de una red logística. Lo que se busca es encontrar una solución acorde a los recursos de logística con los que se cuenta, esto es encontrar el número óptimo de vehículos necesarios para satisfacer la demanda atendiendo a las restricciones propias del problema, el manejo eficiente de esta flotilla dentro de una red de distribución es el objetivo principal del VRP.

Los administradores de la cadena de suministro específicamente los encargados de la distribución se cuestionan sobre ¿Cuántos vehículos se necesitan para satisfacer a los clientes (demanda) y que represente el menor costo posible? Debido a la naturaleza propia el VRP esta pregunta es muy complicada de responder, esto se debe a que existe una gran cantidad de combinaciones entre los vehículos y rutas que pueden ser seleccionadas.

El VRP se encuentra formado por redes de distribución dentro de las cuales encontramos las plantas de producción (oferta) y los centros de distribución (demanda). Bajo este contexto se debe de tener especial atención a la selección metódica del tipo y cantidad de la flotilla de vehículos a utilizar para enviar los productos desde las plantas de producción hasta los centros de distribución, en este proceso de selección y asignación cuidadosa se presenta un problema de toma de decisiones el cual deberá estar apoyado por la investigación de operaciones.

Por medio de este proceso se busca minimizar el costo total de los recursos utilizados para la distribución de bienes y/o servicios en una red de distribución. El problema consiste en encontrar una serie de rutas a seguir desde m puntos de origen, en donde el origen i tiene una oferta S_i unidades de un artículo (productos) específico, hacia n puntos de destino, en donde el destino j requiere D_j unidades de producto. Con $\{S_i,\ D_j\} > 0,$ y cada enlace o arco $(i,\ j)$ del origen i al destino j está asociado un costo unitario C_{ij} por transporte, lo que se busca es determinar el conjunto de rutas a seguir desde los orígenes hacia los destinos que minimice el costo total de trasporte.

El problema de ruteo de vehículos cuenta con una gran variedad de clasificaciones de problemas, dentro de las cuales se encuentra el problema de ruteo de vehículos con carga y descarga simultáneas de productos o servicios, en el cual se presentan diferentes modelaciones consideradas como básicas como se observara a continuación.

3.3.1. Formulación matemática A

El problema de recolección y entregas simultaneas con ventanas de tiempo, se define como dado un número de clientes los cuales requieren de los servicios de entrega y recolección de forma simultánea a través de un centro de distribución, estas recolecciones y entregas son realizadas por medio de una flotilla de vehículos con una capacidad definida, lo que se busca es que se minimice los costos totales de los recursos utilizado en la ruta logística.

La formulación matemática propuesta por Wang H. et al., (2012) se basa en las actividades de recolección y entrega simultaneas, en que todos los vehículos deben de regresar al depósito central o centro de acopio (CC=DC, por su siglas en inglés) y se puede observar su modelación a continuación.

La notación básica utilizada en la modelación es la siguiente: El número de clientes es denotado por n, DC por $0,$ y CC por $n+1$, si $DC = CC,$ entonces $\equiv$ n+1.

Conjuntos

J conjunto de todos los clientes, $J = j \ (j = 1,...,n)$

J_F conjunto de todos los nodos al frente incluyendo DC, $J_F = \{0\} \cup J$

J_R conjunto de todos los nodos atras incluyendo CC, $J_R = J \cup \{n+1\}$

J_C conjunto de todos los nodos, $J_C = \{0\} \cup J \cup \{n+1\}$

V conjunto de todos los vehículos, $V = \{v \mid v = v_1,...,v_{|v|}\}$

Coeficientes

q_v Capacidad del vehículo v, $q_v \in ¡^+$

g_v Costo por salir el vehículo v a ruta, $g_v \in ¡^+$

C_{ij} Distancia entre los nodos $i \in J_F, j \in J_R; i \neq j$, $C_{ij} \in ¡^+$

t_{ij} Tiempo de viaje entre los nodos $i \in J_F, j \in J_R; i \neq j$, $t_{ij} \in ¡^+$

d_j Demanda a ser entregada a los clientes $j \in J$, $d_j \in ¢^+$

p_j Demanda a recolectar de los clientes $j \in J$, $p_j \in ¢^+$

s_j Tiempo de servicio en el cliente $j \in J$, $s_j \in ¡^+$

a_j Tiempo de apertura del servicio en el cliente $j \in J$, $a_j \in ¡^+$

b_j Tiempo de cierre del servicio en el cliente $j \in J$, $b_j \in ¡^+$

a_0 Tiempo de salida mas temprano para cualquier vehículo desde el DC, $a_0 \in ¡^+$

b_{n+1} Tiempo maximo de llegada del último vehículo al CC, $b_{n+1} \in ¡^+$

M Constante arbitraria de tamaño grande

α Parametro que indica la diferencia entre los costos de despacho y el de viaje, $\alpha \in [0,1]$

Variables de decisión

L_{0v} Carga del vehículo $v \in V$ al salir del DC, $L_{0v} \in ¢^+$

L_j Carga restante del vehículo despues de servir al cliente $j \in J$, $L_j \in ¢^+$

x_{ijv} Viaje del vehículo $v \in V$, $x_{ijv} \in \{0,1\}$; en el viaje directo del nodo $i \in J_F$, al nodo $j \in J_R$, $x_{ijv} = 1$; y 0 en otro caso

T_j Tiempo de inicio del servicio en el cliente $j \in J$, $T_j \in ¡^+$

T_{0v} Tiempo de salida del vehículo $v \in V$ del DC, $T_{ov} \in ¡^+$

$T_{(n+1)v}$ Tiempo de llegada del vehículo $v \in V$ al CC, $T_{(n+1)v} \in ¡^+$

$$Minimiza \quad z = \alpha \sum_{v \in V} \sum_{j \in J} g_v x_{ojv} + (1-\alpha) \sum_{i \in J_F} \sum_{j \in J_R} \sum_{v \in V} C_{ij} x_{ijv} \tag{3.23}$$

Sujeta a:

$$\sum_{i \in J_F} \sum_{v \in V} x_{ijv} = 1, \qquad \forall\, j \in J \tag{3.24}$$

$$\sum_{i \in J_F} x_{ihv} = \sum_{j \in J_R} x_{hjv}, \qquad \forall\, h \in J,\ \forall\, v \in V \tag{3.25}$$

$$\sum_{j \in J} x_{ojv} = \sum_{i \in J} d_{ij} x_{ijv} \qquad \forall\, v \in V \tag{3.26}$$

$$L_{ov} = \sum_{i \in J_F} \sum_{j \in J} d_j x_{ijv} \qquad \forall\, v \in V \tag{3.27}$$

$$L_j \geq L_{0v} - d_j + p_j - M(1 - x_{ojv}) \quad \forall\, j \in J,\ \forall\, v \in V \tag{3.28}$$

$$L_j \geq L_i - d_j + p_j - M(1 - \sum_{v \in V} x_{ijv}) \quad \forall\, i \in J,\ \forall\, j \in J \tag{3.29}$$

$$L_{0v} \leq q_v \qquad \forall\, v \in V \tag{3.30}$$

$$L_j \geq q_v + M(1 - \sum_{i \in J_F} x_{ijv}) \quad \forall\, j \in J,\ \forall\, v \in V \tag{3.31}$$

$$T_{ov} + t_{0j} - M(1 - x_{ojv}) \leq T_j \quad \forall\, j \in J,\ \forall\, v \in V \tag{3.32}$$

$$T_i + s_i + t_{ij} - M(1 - \sum_{v \in V} x_{ijv}) \leq T_j \quad \forall\, i \in J,\ \forall\, j \in J \tag{3.33}$$

$$T_i + s_i + t_{i(n+1)} - M(1 - x_{i(n+1)v}) \leq T_{(n+1)v} \quad \forall\, i \in J,\ \forall\, v \in V \tag{3.34}$$

$$a_0 \leq T_{0v} \qquad \forall\, v \in V \tag{3.35}$$

$$a_j \leq T_j \leq b_j \qquad \forall\, j \in J \tag{3.36}$$

$$T_{(n+1)v} \leq b_{n+1} \qquad \forall\, v \in V \tag{3.37}$$

$$x_{ijv} \in \{0,1\} \qquad \forall\ i \in J_F,\ \ \forall\ j \in J_R,\ \ \forall\ v \in V \tag{3.38}$$

En la ecuación (3.23) nos calcula el costo total mínimo de la suma de los costos de viaje y los costos por salir a ruta. En la restricción (3.24) asegura servir a todos los clientes exactamente una vez. El conjunto de restricciones (3.25) establece que se debe entrar y salir en cada cliente con el mismo vehículo. En (3.26) se asegura que cada vehículo que salga del DC regrese al final de su viaje al CC. La restricción (3.27) es utilizada para la carga inicial del vehículo. La ecuación (3.28) calcula la carga del vehículo después de visitar al primer cliente. La carga del vehículo en la ruta de visitas se calcula por medio de (3.29). Las ecuaciones (3.30) y (3.31) definen la capacidad total del vehículo, del mismo modo se puede asegurar la factibilidad de la programación de los tiempos de salidas de cada viaje por medio de las ecuaciones (3.32-3.37).

Este modelo cuenta con $(n+1)^2|V|+2n+3|V|$ variables y $2n^2+5n|V|+2n+6|V|$ restricciones. Aunque en Ai, T. J. et al., (2009) propone un modelo similar el cual cuenta con $2(n+1)^2|V|+(n+2)|V|$ variables y con $2(n+1)^2|V|+2n|V|+n+3|V|$ restricciones.

3.3.2. Formulación matemática B

El problema de recolección y entregas selectivas en Chuan-Kang T. et al., (2012) contempla el equilibrio de la demanda y relaja los requerimientos para visitar a todos los clientes con demanda de recolección. El problema dice lo siguiente. Sea $G=(V,E)$ un grafo completo con un conjunto de vértices $V=(v_0,...,v_n)$ y con un conjunto de aristas $E=\{(v_i,v_j)\,|\,v_i,v_j \in V,\ v_i \neq v_j\}$, en la que cada arista (v_i,v_j) tiene un costo $c_{ij}>0$. Cada nodo o vértice v_i tiene una demanda d_i, el nodo o vértice v_0 se considera como el inicio (deposito) y si demanda por lo tanto es $d_0=0$, los demás vértices son clasificados dentro de dos conjuntos, el primero $V^+=\{v_i\,|\,v_i \in V,\ d_i>0\}$ para los clientes con demanda de recolección y la segunda clasificación como $C^-=\{v_i\,|\,v_i \in V,\ d_i<0\}$ para todos aquellos clientes con demanda de entregas.

El problema busca encontrar la ruta de costo mínimo en orden de satisfacer la demanda de entregas en todos los vértices en la ruta así como la demanda de recolección, sujeta a las diferentes restricciones de capacidad Q del vehículo.

El modelo cuenta con la siguiente formulación matemática.

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{Si el vehículo viaja de } v_i \text{ a } v_j \\ 0 & \text{En otro caso} \end{cases}$$

$$Minimizar \qquad \sum_{v_i, v_j \in V} c_{ij} x_{ij} \tag{3.39}$$

Sujeta a:

$$\sum_{v_i \in V} x_{ij} - \sum_{v_i \in V} x_{ji} \leq 1, \qquad \forall\ v_j \in V^+ \tag{3.40}$$

$$\sum_{v_i \in V} x_{ij} - \sum_{v_i \in V} x_{ji} = 1, \qquad \forall\ v_j \in V^- \cup \{v_0\} \tag{3.41}$$

$$\sum_{v_i, v_j \in S} x_{ij} \leq |S| - 1, \qquad \forall\ S \subseteq V \setminus \{v_0\} \tag{3.42}$$

$$0 \leq l_{(t)} \leq Q, \qquad \forall\ t \in \{1, \ldots, m\} \tag{3.43}$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \tag{3.44}$$

La ecuación (3.39) calcula el mínimo costo de viaje sujeto al conjunto de restricciones de carga (3.43), donde $l_{(t)}$ se refiere a la carga del vehículo a lo largo del orden de las visitas con $l_{(t)} = l_{(t-1)} + d_{(t)}$ y con $l_{(0)} = 0$. De igual manera las ecuaciones (3.40) y (3.41) garantizan que las visitas a los clientes en las recolecciones y entregan sean realizadas una sola vez. La restricción (3.42) se asegura de eliminar las subrutas en los clientes, y por último en (3.44) indica las variables binarias utilizadas en el modelo.

3.3.3. Formulación matemática C

El problema de ruteo de vehículos con recolecciones y entregas simultaneas de productos con ventanas de tiempo visto en Mingyong L. et al., (2010) el cual lo definen como: Sea un

conjunto de clientes localizados en una red logística de transporte, donde cada cliente i requiere de ambos operaciones de recolección y entrega de cierta cantidad de bienes (demanda) d_i y p_i de entrega y recolección respectivamente y que solamente se visita una sola vez a estos clientes para ambas operaciones. Los clientes son abastecidos por medio de una flotilla de vehículos con capacidad Q la cual se asume que es igual para todos los vehículos, cada vehículo parte del depósito central con una cantidad igual a la cantidad total que debe de ser entregada a los clientes en la ruta y regresa al depósito central con una cantidad igual a la cantidad total de recolecciones de productos realizadas en la ruta de distribución. Cada cliente debe de ser visitado dentro de un intervalo de tiempo establecido llamado ventana de tiempo y está dada por $[l_i, u_i]$. Al vehículo no le es permitido iniciar un servicio en el cliente i en caso de su ventana de tiempo este en su límite superior u_i. Cada cliente tiene especificado un tiempo se servicio t_i el cual contempla el tiempo para la carga y descarga de los productos en el cliente i. Por lo tanto el tiempo total del viaje de vehículo en la ruta debe de ser la suma del tiempo de viaje (el cual es proporcional a la distancia del viaje), el tiempo de espera y el tiempo de servicio. La distancia total de la ruta no debe de exceder la distancia máxima permitida en la ruta. En cada punto (cliente) de la ruta el vehículo no puede tener una carga más grande que su capacidad. El objetivo es minimizar la distancia total de las rutas.

Notación

V conjunto de clientes $i, j \in V = \{0, 1, 2, ..., V\}$
donde 0 es el depósito central

Parámetros

$\bar{k}$ número de vehículos

Q capacidad del vehículo

N número total de clientes: $n = |V|$

C_{ij} distancia entre el cliente i y j

S_{ik} tiempo que inicia el servicion en el cliente i con el vehículo k donde $i = 1, 2, ..., n$

t_i tiempo de servicio al cliente i: donde $i = 1, 2, ..., n$

t_{ij} tiempo de viaje (proporcional a la distancia euclidiana) entre el cliente i y j donde $i, j = 0, 1, 2, ..., n$ (0 es el depósito central)

d_i demanda a ser entregada al cliente i, donde $i = 1, 2, ..., \mathrm{n}$

p_i demanda a ser recolectada en el cliente i, donde $i = 1, 2, ..., n$

Variables de decisión

$$X_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{si el arco } (i, j) \text{ pertenece a la ruta operada por el vehículo } k \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Y_{ij} demanda de recolecciones de los clientes i y que son tranportadas en la ruta por el arco (i, j)

Z_{ij} demanda a ser entregada a los clientes i y que son trasportada en la ruta por el arco (i, j)

El modelo matemático resultante en programación entera mixta se presenta a continuación.

$$\textit{Minimizar} \qquad \sum_{k=1}^{\bar{k}} \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{n} C_{ij} X_{ijk} \tag{3.45}$$

Sujeta a:

$$\sum_{i=0}^{n} \sum_{k=1}^{\bar{k}} X_{ijk} = 1, \qquad j = 1, ..., n \tag{3.46}$$

$$\sum_{i=0}^{n} X_{ijk} - \sum_{i=0}^{n} X_{jik} = 0, \qquad j = 0, 1, ..., n; \qquad k = 1, ..., \bar{k}; \tag{3.47}$$

$$\sum_{j=1}^{n} X_{0jk} \leq 1, \qquad k = 1,...,\bar{k}, \tag{3.48}$$

$$\sum_{i=0}^{n} Y_{ji} - \sum_{i=0}^{n} Y_{ij} = p_j, \qquad \forall\, j \neq 0, \tag{3.49}$$

$$\sum_{i=0}^{n} Z_{ij} - \sum_{i=0}^{n} Z_{ji} = d_j, \qquad \forall\, j \neq 0, \tag{3.50}$$

$$Y_{ij} + Z_{ij} \leq Q \sum_{k=1}^{\bar{k}} X_{ijk}, \qquad i, j = 0,1,...,n; \quad k = 1,...,\bar{k} \tag{3.51}$$

$$S_{ik} + t_i + t_{ij} - M(1 - X_{ijk}) \leq S_{jk}, \quad i, j = 0,1,...,n; \;\; k = 1,...,\bar{k}; \tag{3.52}$$

$$l_i \leq S_{ik} \leq u_i, \qquad i, j = 0,1,...,n; \; k = 1,...,\bar{k}, \tag{3.53}$$

$$\sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{n} C_{ij} X_{ijk} \leq L, \qquad k = 1,...,\bar{k} \tag{3.54}$$

$$X_{ijk} \in \{0,1\}, \quad Y_{ij} \geq 0, \quad Z_{ij} \geq 0, \;\; i, j = 0,1,...,n; \; k = 1,...,\bar{k}, \tag{3.55}$$

La expresión (3.45) representa la función objetivo donde minimiza la distancia recorrida de cada uno de los vehículos utilizados, el conjunto de restricciones (3.46) restringe a que cada cliente se visitado por un solo vehículo. (3.47) Garantiza que cada vehículo que arribe al cliente i salga de este mismo. (3.48) Se refiere a la cantidad máxima de vehículos que tenemos disponibles. (3.49) y (3.50) establecen las condiciones de cumplimiento de la demanda tanto en recolecciones como entregas programadas. (3.51) Establece que las demandas de las recolecciones y entregas nada más pueden ser transportadas por los arcos incluidos en la solución y que estas no pueden exceder la capacidad de cada vehículo. (3.52) y (3.53) correspondiente al cumplimiento de las ventanas de tiempo y los límites de estas respectivamente. (3.54) Se refiere a la distancia máxima permitida donde L es un límite o cota superior sobre la carga transportada por el vehículo en cualquier sección de la ruta.

La solución de (3.45) a (3.55) garantiza que cada vehículo parte del depósito central con un volumen de carga equivalente a la suma de las demandas en entregas a los clientes en la ruta a seguir y que cada vehículo que regresa al depósito central trae un volumen de carga equivalente a la suma de las demandas en recolecciones de los clientes en esta misma ruta, respetando las restricciones de capacidad máxima, distancia y ventanas de tiempo.

Dentro de los trabajos realizados por diferentes investigadores en los problemas de diseño de territorios y ruteo de vehículos, se ha encontrado que estos problemas son abordados de manera separada ya que son considerados como problemas de optimización combinatoria complejos y difíciles de resolver. En esta búsqueda extensa dentro de los diferentes publicaciones en estas dos grandes áreas no se ha encontrado hasta el momento algún algoritmo de optimización que reúna las características de ambos problemas y que proporcione una solución de manera sistemática, brindado con esto la oportunidad de formular un algoritmo que integre los aspectos generales de estos problemas y que se presenta en el capítulo siguiente.

Capítulo 4

Modelo Integrado

En el presente capítulo se presenta el modelo de optimización integrado en programación lineal entera mixta (MIPL, por sus siglas en inglés) para los problemas de diseño de territorio y ruteo de vehículo, la construcción de este modelo está basada en los diferentes modelos considerados como típicos y que se exponen en el capítulo anterior.

4.1 Modelación matemática

Un modelo matemático es la representación de una realidad compleja por medio del uso de expresiones algebraicas. Se le llama modelar a la acción que consiste en del construir un modelo a partir de una situación o problema de la vida cotidiana, lo cual implica la reciprocidad entre dos figuras (sean personas o equipos): el primero el modelador (aquel encargado de llevar acabo el desarrollo y especificación del modelo) y el experto del problema o de la situación real que se desea modelar. La mayoría de las veces se requiere que el modelado sea desarrollado por un equipo multidisciplinario compuesto por diferentes expertos de diferentes áreas como: matemáticos, ingenieros, economistas, estadísticos, psicólogos, etc. quienes aportarían diferentes aspectos o perspectivas además del conocimiento de su propia área en búsqueda de la mejor representación de la situación o problema real (Velarde M., 2007).

Este modelo debe contemplar aspectos de equilibrio entre los detalles de factibilidad y las técnicas de solución adecuadas. El modelo sería, en definitiva, una de las herramientas que nos ayudarían a establecer las bases para comprender, analizar y posteriormente solucionar el problema que se esté abordando y que ésta sirva de soporte en la toma de decisiones. Por esta razón, se busca que sus resultados deben de tener dos características, inteligibles y útiles. La modelación se puede considerar paralelamente como ciencia y como arte. Como ciencia ya que se basa en procesos de forma estructurados en: análisis y detección de relaciones que puedan existir entre los datos, en el establecimiento de las diferentes suposiciones para la representación de las situaciones o problemas, así como también en el desarrollo de algoritmos especiales para dar solución a estos problemas específicos. Como arte ya que plasma una visión o interpretación del problema no siempre de la misma manera. Esta interpretación está basada en cada persona ya que cada una de ellas tiene su propio estilo, elegancia, simplicidad y forma de percibir la realidad imprimiendo estas características en el modelo. El desarrollo del modelo es llevado acabo con la ayuda de las herramientas de apoyo y sobre todo con la ciencia básica (Toth P. et al., 2002).

Dentro de los beneficios que pueden obtener el modelador y el experto del proceso de modelado del problema o del modelo en sí mismo se encuentran los explícitos o implícitos, entre los cuales se pueden mencionar:

a) Facilita el intercambio de información entre el experto y el modelador.
b) La presentación de los datos en forma organizada.
c) El análisis de la estructura de la empresa u organización.
d) Ayuda en una mejor comprensión del sistema.
e) Facilita el compartir información como supuestos y resultados entre el experto y el modelador.
f) Fomenta un ambiente o entorno ágil de análisis y sensibilidad.
g) Muestra la dirección a tomar para una mejor toma de decisiones.

Dentro del análisis llevado acabo al sistema logístico y buscando una mejor comprensión del problema abordado en este estudio, se obtuvieron diferentes modelos matemáticos preliminares en búsqueda de obtener una solución a éste. La construcción y evolución del modelo se llevó hasta obtener la representación de la red logística así como sus restricciones lo más fiel posible a la realidad, siempre buscando mantener la linealidad en el modelo ya que debido a esto se logrará alcanzar la solución con ayuda de técnicas ya conocidas en problemas de gran escala del tipo programación lineal entera mixta (MIP).

La formulación matemática del modelo descrito en la siguiente sección se logró tomando como base el problema estudiado por Mingyong y CaoErbao (2010) para el VRP y Ríos y López (2013) para DTP.

4.2 Modelo Integrado

El modelo matemático de optimización presentado a continuación considera aspectos generales del problema de diseño de territorios como lo son la asignación de clientes a un cierto número de áreas, estas son definidas de acuerdo a criterios comerciales, uno de ellos es que se requiere que estas áreas o territorios sean compactos. Se considera también cumplir con aspectos de balance respecto a medidas de actividad asociadas al número de

clientes y al volumen de carga a transportar en cada uno de los territorios, buscando con esto que las distintas áreas obtengan cargas de trabajos similares y evitar sobrecargas y la utilización de tiempo extra o terceros para las entregas o recolecciones.

La programación de visitas a cada cliente en cada área están definidas en las diferentes ecuaciones propias al problema de ruteo de vehículos, así como las condiciones del cumplimiento de la demanda tanto para la entrega como para la recolección en cada uno de ellos, en ella se respeta los diferentes horarios de atención en la red de distribución para la recolección y entrega a cada cliente.

4.2.1 Suposiciones del modelo

1. Dentro de las características con que cuenta el modelo integrado es el no permitir que el cliente sea asignado a más de un área o territorio.
2. Cumplir con el criterio de balance en cada territorio, el cual está definido por la demanda a mover a cada uno de los clientes o por la cantidad de clientes en cada área.
3. Se satisface la demanda de todos los clientes. Esto significa que para todos los clientes asignados a un territorio se cumple con la oferta de servicio, es decir se le entrega o recolecta el producto requerido en tiempo y cantidad.
4. Sólo se calcula el tiempo de inicio del primer viaje de cada uno de los vehículos. Es decir la optimización del tiempo al que debe iniciar cada viaje considera el mejor primer tiempo para iniciar la recolección o entrega de todos los pedidos que pueda hacer ese vehículo de acuerdo a las ventanas de tiempo de los clientes en cada territorio.
5. Solo es permitido un vehículo por territorio para el caso práctico (no así en su forma general), este debe de visitar a cada cliente una sola vez para la carga y descarga simultanea del producto.
6. En cada punto (cliente) de la ruta el vehículo no puede tener una carga más grande que su capacidad, ésta se calcula por la suma de la cantidad de productos a ser entregados y las recolecciones realizadas en cada cliente.
7. El problema es determinístico.

4.2.2 Modelo matemático del problema integrado

El modelo matemático resultante, definido por las restricciones y la función objetivo, se plantea como un modelo MIPL y se utiliza la siguiente notación.

Conjuntos, índices y parámetros

V	conjunto de clientes
I	conjunto de clientes con el depósito central (cliente 0): $I \cup V\{0\}$
K	número de vehículos disponibles
M	número de zonas
l	indice correpondiente a las zonas o territorios $l \in M$
i, j	índices correspondientes a los clientes $i, j \in V$
k	índice correspondiente a los vehículos $\mathrm{k} \in \mathrm{K}$
Q	capacidad del vehículo
N	número total de clientes: $n = \lvert \mathrm{V} \rvert$
C_{ij}	distancia entre el cliente i y j
δ_i	tiempo de servicio al cliente i: donde $i = \{1, 2, ..., n\}$
θ_{ij}	tiempo de viaje (proporcional a la distancia euclidiana) entre el cliente i y j donde $i, j = \{0, 1, 2, ..., n\}$ (0 es el depósito central)
d_i	demanda a ser entregada al cliente i, donde $i = \{1, 2, ..., \mathrm{n}\}$
p_i	demanda a ser recolectada en el cliente i, donde $i = \{1, 2, ..., n\}$
a_i	tiempo de apertura de la ventana de timpo al cliente i
b_i	tiempo de cierre de la ventana de tiempo al cliente i

Variables de decisión

$$w_{lj} = \begin{cases} 1, & \text{si el cliente } i \text{ es asignado al territorio } l \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$x_{ijk}^{l} = \begin{cases} 1, & \text{si el arco } (i, j) \text{ pertenece al territorio } l, \text{ y es utilizado por el vehículo } k, \\ & \text{por lo tanto, } (i, j) \text{ pertenecen a } l \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

y_{ij} demanda de recolecciones de los clientes i y que son tranportadas en la ruta por el arco (i, j)

z_{ij} demanda a ser entregada a los clientes i y que son trasportada en la ruta por el arco (i, j)

S_{ik} tiempo que inicia el servicion en el cliente i con el vehículo k donde $i = \{1, 2, ..., n\}$

$$Min \quad \mathrm{L} \tag{3.1}$$

Sujeta a:

$$L \geq \sum_{k=1}^{K} \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{n} C_{ij} x_{ijk}^{l}, \qquad \forall\ l \in M \tag{3.2}$$

$$\sum_{l}^{M} w_{lj} = 1, \qquad \forall\ j \in I \tag{3.3}$$

$$w_{ll} = 1 \tag{3.4}$$

$$x_{ijk}^{l} \leq w_{li}, \quad \forall\ (i, j) \in I,\ k \in K,\ l \in M \tag{3.5}$$

$$x_{ijk}^{l} \leq w_{lj}, \quad \forall\ (i, j) \in I,\ k \in K,\ l \in M \tag{3.6}$$

$$\sum_{i=0}^{n} \sum_{k=1}^{K} x_{ijk}^{l} = 1, \quad \forall\ j \in I,\ l \in M \tag{3.7}$$

$$\sum_{i=0}^{n} x_{ijk}^{l} - \sum_{i=0}^{n} x_{jik}^{l} = 0, \quad \forall\ j \in I,\ l \in M \tag{3.8}$$

$$\sum_{j=0}^{n} x_{0\,jk}^{l} \leq 1, \quad \forall\ i \in I,\ l \in M,\ k \in K \tag{3.9}$$

$$\sum_{i=1}^{n} y_{ji} - \sum_{i=1}^{n} y_{ij} = p_j, \quad \forall\ j \neq 0 \tag{3.10}$$

$$\sum_{i=0}^{n} z_{ij} - \sum_{i=0}^{n} z_{ji} = d_j, \quad \forall\, j \neq 0 \tag{3.11}$$

$$Q\sum_{k=1}^{K} x_{ijk}^{l} \geq y_{ij} + z_{ij}, \quad \forall\, (i,j) \in I,\ l \in M \tag{3.12}$$

$$S_{ik} + \delta_i + \theta_{ij} - M(1 - x_{ijk}^{l}) \leq S_{jk}, \quad \forall\, (i,j) \in I,\ l \in M,\ k \in K \tag{3.13}$$

$$a_i \leq S_{ik} \leq b_i, \quad \forall\, (i,j) \in I,\ \mathrm{k} \in \mathrm{K} \tag{3.14}$$

$$H \geq \sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{n} C_{ij} x_{ijk}^{l}, \quad \forall\, k \in K,\ l \in M \tag{3.15}$$

$$w_{lj},\ x_{ijk}^{l} \in \{0,1\},\ y_{ij} \geq 0,\ z_{ij} \geq 0, \quad \forall\, (i,j) \in I,\ k \in K,\ l \in M \tag{3.16}$$

La ecuación (4.1) correspondiente a la función objetivo calcula la mínima distancia recorrida entre las zonas o territorios. La restricción (4.2) calcula la distancia recorrida en cada una de las zonas. La ecuación (4.3) asegura que cada cliente sea asignado a un solo territorio. La restricción (4.4) asegura que el centro del territorio también es un cliente. En (4.5) y (4.6) aseguran que los clientes visitados por cada vehículo pertenezcan a la misma zona o territorio. La ecuación (4.7) afirma que solamente se visita una vez a cada cliente en cada territorio. La restricción (4.8) garantiza que entres y salgas del cliente con el mismo vehículo. En (4.9) define la cantidad de vehículos a ser utilizados. En (4.10) y (4.11) aseguran cumplir con las demandas de recolección y entregas respectivamente a cada cliente. La (4.12) garantiza no sobrepasar la capacidad del vehículo. En (4.13) y (4.14) aseguran en cumplimiento de las ventanas de tiempo de cada cliente. La restricción (4.15) asegura que la distancia total de la ruta no debe de exceder la distancia máxima permitida. En (4.16) se definen las variables binarias y continuas que utiliza el modelo de optimización.

4.3 Técnicas de solución

4.3.1 Programación entera mixta (MIP)

Dentro de la gran variedad de problemas que existen en investigación de operaciones existen aquellos en los cuales no se puede contemplar que tomen valores continuos. Muy frecuentemente, se afronta la toma de decisiones las cuales cuentan con dos posibles soluciones (del tipo si o no) llamadas también decisiones dicotómicas, o bien que deben tomar valores en unidades discretas. Como por ejemplo, si se debe construir o no un centro de distribución, una planta, esto con el fin de cumplir con una demanda determinada, etc. para esto sería imposible el construir 0.83 plantas, abrir 5.7 centros de distribución o 6.3 almacenes. En estos casos redondear la solución no garantiza obtener resultados satisfactorios.

Si las variables deben tomar valores solamente discretos y tanto la función objetivo como las restricciones tienen forma lineal, se dice que el problema es de programación entera (IP, por sus siglas en inglés.). Cuando los valores que pueden tomar las variables discretas son tan sólo cero o uno, se dice que el problema es de programación binaria o programación 0-1.

La mayoría de los problemas reales (industriales) están compuestos por variables tanto continuas como discretas. Por ejemplo, si queremos asignar personas a tareas o a máquinas, que lugar es el adecuado para abrir un almacén (variables discretas) y también la cantidad de productos a transportar desde varios orígenes a diferentes destinos (variables continuas). Dentro de estos problemas cuando el conjunto de restricciones y la función objetivo mantienen la linealidad y el conjunto de variables son del tipo discreto (ya sean enteras o binarias) se le conoce como problemas de programación lineal entera mixta (MIPL). Estos problemas son considerados como difíciles de resolver (vistos en el capítulo 2). Debido a que los problemas reales son considerados como especiales por lo tanto no existe algún algoritmo de aplicación general que pueda resolver estos tipos de problemas.

Dimitris (1997) propuso tres categorías para los algoritmos de solución las cuales se observan a continuación:

a) Algoritmos exactos: los cuales reportan la solución óptima pero a expensas de un número alto de iteraciones. Aquí se pueden encontrar los algoritmos planos cortantes, ramificación y acotamiento, ramificación-corte y programación dinámica.

b) Algoritmos de aproximación: los cuales obtienen una solución sub-óptima en un tiempo polinomial junto con una cota respecto al grado de suboptimalidad presente.

c) Algoritmos heurísticos: proveen una solución sub-óptima, pero sin garantizar su calidad, aunque su tiempo de ejecución no se garantiza que sea polinomial, estudios empíricos muestran que en la mayoría de los casos se logra encontrar una buena solución rápidamente, entre estos métodos encontramos los de búsquedas locales, recocido simulado, búsqueda tabú, algoritmos genéticos.

Para realizar la búsqueda de la solución al problema abordado se ha optado por utilizar la técnica de ramificación y acotamiento

4.3.2 Herramientas computacionales de modelación algebraica

Los lenguajes de modelación algebraicos son diseñados para desarrollar e implantar los diferentes modelos matemáticos de optimización de una forma directa para el programador y de manera más inteligible para el usuario. Debido a esto son considerados como lenguajes de programación de alto nivel incrementado su campo de acción y de utilidad en los modelos de optimización.

Dentro de estos lenguajes podemos observas diferentes ventajas entre las que destacan:

a) Proporcionar una base sencilla de entendimiento para la formulación de modelos complejos.
b) El desarrollo de prototipos es de forma sencilla.
c) Ayudan a un mejor diseño, ejecución del modelo así como en el análisis de los resultados esto debido a la disminución del tiempo dedicado a la codificación del modelo.
d) Facilita la organización del modelo con la representación exacta y concisa de las variables, parámetros y sus relaciones.

e) Trabajan simultáneamente con el intercambio de información en la estructura del modelo.
f) Manejan de forma separada los datos de la estructura del modelo y de los algoritmos de solución de forma natural.
g) La formulación del problema no depende del tamaño. Utilizan la misma estructura del modelo para diferentes instancias o casos.
h) Se pueden utilizar diferentes optimizadores así como sus nuevas versiones etc.
i) Existen optimizadores como CPLEX, XA, OSL y XPRESS para problemas de LP y MIPL, así como MINOS, CONOPT para problemas del tipo no lineal.
j) Los cambios en el modelo se pueden realizar de manera fácil y segura, es decir, se puede realizar mejoras continuas en la etapa de formulación del problema.
k) Es permitido incluir algoritmos avanzados, en los cuales se les permite llamar al optimizador o algún procedimiento específico que el problema así lo requiera (algoritmos basados en métodos de descomposición).
l) Facilita la interacción entre diferentes plataformas y sistemas operativos.

Las desventajas principales que se pueden mencionar son las siguientes:

a) No se recomienda su uso en la resolución para problemas de tamaño pequeño, esto para usuarios esporádicos, debido a la barrera del aprendizaje de un nuevo lenguaje
b) No es recomendable para la solución directa de problemas gigantescos.
c) Por su implementación en la etapa de ejecución se manejan tiempos para la creación del modelo y de interfaz con el optimizador ocasionando con esto que se ralentiza el proceso de obtención de la solución, por lo tanto y por consecuencia no es recomendable cuando el tiempo sea un factor crítico.

Estas herramientas complejas y poderosas son alternativas viables debido a capacidad para indexar las variables y ecuaciones de un modelo, facilitan el cambio de las dimensiones del modelo, por su constricción separan los datos de los resultados de forma natural. Permiten una detección de errores más fácil en la etapa de definición y verificación del modelo desde el punto de vista del modelador, para el usuario el mantenimiento del modelo se simplifica.

Dentro de los lenguajes de modelado más comunes se pueden mencionar AMPL y GAMS con origen estadounidense y XPRESS-MP y AIMMS de origen europeo entre otros.

Una de las herramientas utilizadas en el manejo de modelos matemáticos es OPLStudios de ILOG, esta maneja un lenguaje de modelado llamando (OPL) y diferentes optimizadores para la resolución del problema dependiendo del modelo propuesto. Fue desarrollada especialmente para resolver problemas del tipo de programación (scheduling) y planificación de tareas, del mismo modo resuelve problemas de programación lineal y lineal entera mixta. Se le considera como una herramienta integrada ya que incluye además de sus propios optimizadores el lenguaje de modelado. Dentro de estos optimizadores tenemos: Scheduler, Planner, Solverm CPLEX, los tres primeros se basan en programación de restricciones y el último en programación matemática.

Uno de los lenguajes de modelado algebraico es GAMS el cual ha sido ampliamente difundido comercialmente el cual cuenta con su lista de discusión de usuarios. Otro de los lenguajes es AMPL el cual se ha estado potencializando en diversas universidades de Estados Unidos.

Para establecer la interface del modelo matemático con el algoritmo de solución se seleccionó AMPL como lenguaje de modelado algebraico debido a su fácil interpretación de cualquier ecuación propuesta en el modelo del problema.

La formulación del modelo en el lenguaje AMPL se divide en dos partes, la primera correspondiente al modelo matemático, definiendo el conjunto de variables, parámetros, restricciones y función objetivo, y segundo el conjunto de datos concretos para la resolución del problema. Estos dos elementos pueden ser guardados por separado, uno llevando el modelo (modelo.mod) y el otro el conjunto de los datos (nombre.dat).

Una vez realizada la formulación del modelo o del problema, AMPL lo resuelve en este caso utilizando el optimizador CPLEX de ILOG, el cual implementa un algoritmo de ramificación y acotamiento.

Capítulo 5

Experimentación

En el presente capítulo se presenta la experimentación realizada con el modelo matemático descrito en el capítulo anterior, para ello se utilizaron diversos problemas de prueba, en donde se plantearon diversos escenarios a los cuales se puede enfrentar la empresa, los resultados obtenidos se muestran a continuación.

5.1. Problema práctico

Debido a las características especiales con las que cuenta este problema se realizó la construcción de un modelo de optimización con un enfoque más amplio de cadena de suministro. Para ello se consideró el uso de los vehículos y agrupamiento de clientes en zonas llamadas también territorios.

El problema presentado considera diferentes características como el conjunto de clientes considerados como corporativos en donde su demanda es determinista, las zonas o territorios deben ser compactos (compacidad), balanceados respecto al volumen de carga a mover (demanda). Esto con el propósito de que las distintas zonas tengan cargas de trabajo similares, evitando de esta forma posibles sobrecargas de trabajo y la utilización de terceros para estas recolecciones. También fue importante considerar la geografía de la ciudad ya que las zonas deben tener la propiedad de contigüidad, es decir, deben estar formados únicamente por unidades básicas que son colindantes entre sí, de manera que se pueda viajar entre las unidades básicas de las zonas sin salir de ésta. Se consideró también mantener un número fijo de territorios proporcionado por el tomador de decisiones, asegurando que cada zona este formada alrededor de un cliente especial y los clientes restantes serán asignados de forma a priori, buscando con esto que el criterio de agrupamiento sea el de minimizar el tiempo máximo de recorrido en cada zona.

Dentro de las características que conforman el problema de ruteo de vehículos con entregas y recolecciones simultáneas así como también ventanas de tiempo (VRPSPDTW), se encuentran aquellas que estructuran el modelo que aquí se presenta. El modelo incluye el conjunto de clientes localizados por zonas en una red de distribución. Cada cliente requiere de ambas operaciones, entrega de cierta cantidad de bienes d_i y recolección de materiales p_i, los cuales deben de ser visitados solamente una vez para ambas operaciones. Los clientes deben ser visitados o servidos por una cierta cantidad de vehículos limitados por su capacidad Q igual para todos los vehículos. Para cada zona el número de vehículos permitidos son iguales y pueden ser mayores a 1. Para cada punto en la ruta ningún vehículo puede transportar una carga superior a su capacidad. Todas las entregas son cargadas en un depósito central al inicio del servicio, así como también que las

recolecciones sean llevadas al mismo depósito al término de todos los servicios prestados a los clientes. La carga total de los vehículos es una mezcla de las entregas y recolecciones a lo largo de la ruta a seguir. Cada vehículo que parte del depósito central lleva una cantidad de mercancías igual a la cantidad total que se debe de entregar y vuelve al depósito central con una cantidad de materiales igual a la cantidad total de las recolecciones. Se considera solamente un solo depósito central para todos los vehículos y zonas el cual cuenta con la capacidad suficiente de recibir a todos los vehículos para carga o descarga. Los clientes deben de ser atendidos dentro de un intervalo de tiempo específico para cada uno de ellos $[a_i,\ b_i]$. Se emplea un tiempo para la operación de carga y descarga en cada cliente δ_i así como también el tiempo de recorrido θ_{ij} para ir de un cliente i a un cliente j. Para el caso de las ventanas de tiempo si en la operación se excede del máximo tiempo que puede esperar un cliente b_i para ser servido, entonces, no se puede visitar este cliente, y por el contrario, si el vehículo llega antes de que inicie a_i la ventana de tiempo entonces este vehículo debe esperar en la ubicación del cliente a servir. El tiempo total de la ruta de un vehículo es la suma del tiempo de viaje (proporcional a la distancia recorrida), el tiempo de espera y el tiempo de servicio. Se establece también que la distancia total de la ruta no debe exceder la distancia máxima que puede recorrer el vehículo en cada zona dada por H. Lo que se busca es minimizar la máxima distancia total recorrida de los vehículos.

El estudio se lleva a cabo en el área metropolitana de monterrey (ver figura 5.1) la cual la componen 12 municipios con una superficie de 6.680 km² lo que la sitúa dentro de tres más grandes de México. Dentro de esta área se encuentran distribuidos los clientes con sus diversas características y lo que se busca es una solución práctica al problema de logística presentado.

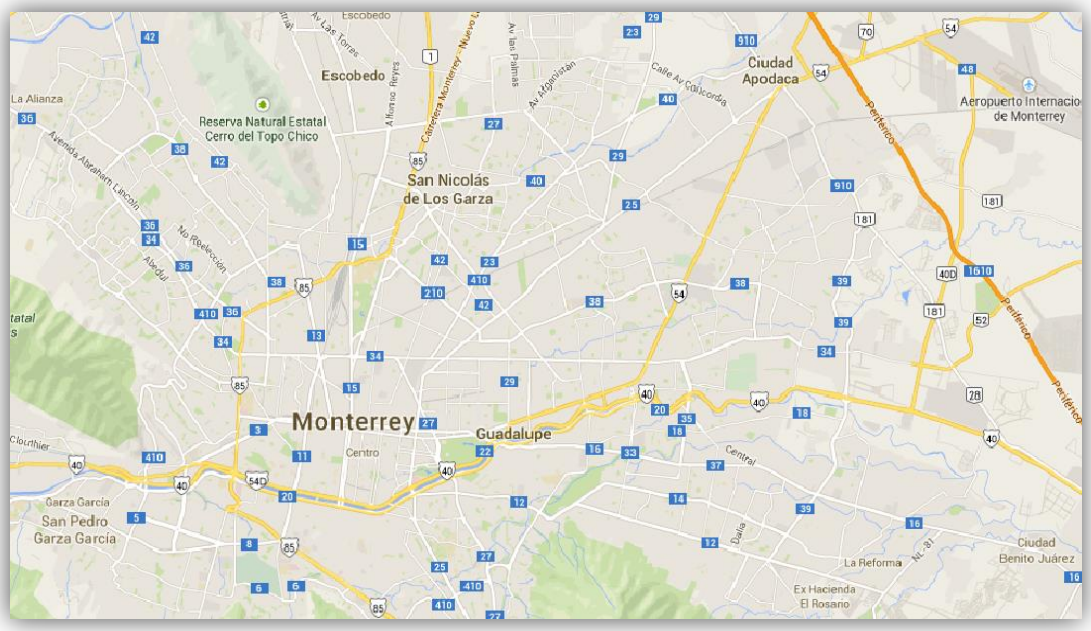

Figura 5.1. Área metropolitana de Monterrey (Google, maps, 2014)

Los diferentes parámetros y características utilizadas por el modelo son presentados a continuación en las Tablas 5.1 y 5.2.

Tabla 5.1. Parámetros utilizados en el problema práctico

Parámetro	***Cantidad***
Clientes	140
Áreas o Territorios	7
Vehículos	7
Depósito central	1
Distancia máxima permitida por ruta (Km)	350
Capacidad en los vehículos	200
Apertura de la ventana de tiempo	[9,17]

Cierre de ventana de tiempo	[13,18]

Tabla 5.2. Parámetros del problema práctico

Cliente	Tiempo de Servicio	Demandas	
		Entregas	Recolección
1	1.47012	7	4
2	1.18514	2	3
3	1.51999	6	4
4	2.22723	3	7
5	1.51645	6	4
6	0.77839	6	6
7	0.516663	7	4
8	0.990005	4	6
9	0.723212	7	4
10	2.41046	5	5
11	0.648564	6	8
12	1.15511	4	5
13	1.61197	7	3
14	2.39294	4	9
15	2.35253	2	9
16	2.29583	6	4
17	1.81132	7	9
18	1.79411	7	4
19	1.56186	7	3
20	2.19897	4	9
21	2.19994	6	8
22	2.25988	4	7
23	1.49185	7	5
24	1.75864	6	5
25	1.47531	5	5
26	0.558351	6	7
27	2.25726	3	4
28	2.37414	6	9
29	1.21047	4	5
30	1.65922	2	8
31	0.883984	7	6
32	2.16369	3	6
33	2.46155	2	8

Tabla 5.2. Continuación de la tabla

Cliente	Tiempo de Servicio	Demandas	
		Entregas	Recolección
34	1.16018	4	4
35	1.27841	6	5
36	2.30773	2	4
37	1.989	7	8
38	0.87495	6	9
39	0.715644	7	6
40	1.83329	6	7
41	1.15401	6	6
42	2.39251	2	4
43	2.41034	6	6
44	2.15239	2	7
45	1.55393	2	6
46	2.42206	5	9
47	0.731452	3	7
48	1.66654	2	8
49	2.45764	5	6
50	0.735908	5	7
51	0.62476	6	3
52	1.75059	2	7
53	2.10479	7	5
54	0.522401	3	4
55	1.8043	6	3
56	2.42773	2	4
57	1.93077	6	4
58	1.96074	2	6
59	1.27578	4	3
60	1.04836	6	8
61	1.77964	3	5
62	0.832102	4	9
63	0.755318	3	8
64	2.28576	4	8
65	1.16823	2	7
66	0.977737	5	7
67	0.544435	3	6
68	0.759774	7	5
69	0.663152	5	5
70	2.41742	6	9
71	2.4248	7	3

Tabla 5.2. Continuación de la tabla

Cliente	Tiempo de Servicio	Demandas		Cliente	Tiempo de Servicio	Demandas	
		Entregas	Recolección			Entregas	Recolección
72	0.603153	5	8	**110**	1.07393	5	9
73	2.43402	4	5	**111**	1.62619	5	6
74	1.94029	4	5	**112**	2.24371	6	6
75	1.13491	3	4	**113**	1.50473	5	8
76	1.2806	5	9	**114**	1.57126	6	6
77	2.04436	7	7	**115**	1.25143	5	5
78	1.98155	6	9	**116**	1.28524	3	7
79	0.991775	2	6	**117**	0.819468	3	4
80	1.9752	6	7	**118**	1.73484	7	9
81	0.544069	7	8	**119**	2.15996	2	7
82	0.595767	2	5	**120**	1.19417	2	4
83	1.21908	7	3	**121**	0.69306	3	7
84	1.85276	7	3	**122**	0.80079	5	8
85	0.92439	2	6	**123**	2.43695	4	8
86	2.34143	2	7	**124**	1.33303	7	5
87	0.544984	6	6	**125**	1.18368	5	6
88	0.518677	2	5	**126**	1.1581	2	8
89	1.99925	6	7	**127**	2.22539	6	7
90	0.887097	6	7	**128**	2.34393	6	4
91	0.632328	7	9	**129**	2.15117	3	7
92	1.97789	7	7	**130**	0.868786	6	4
93	1.77445	6	5	**131**	1.41397	2	8
94	1.15383	4	9	**132**	1.33535	6	5
95	0.902783	5	8	**133**	0.946547	4	9
96	2.41144	2	3	**134**	0.849437	7	4
97	1.36795	2	5	**135**	1.3442	2	6
98	1.8043	6	7	**136**	1.01045	3	8
99	2.31872	7	9	**137**	2.27776	6	4
100	1.08199	6	6	**138**	1.52426	4	4
101	1.54337	2	5	**139**	2.0996	5	8
102	1.89244	2	9	**140**	2.04924	4	4
103	0.683599	4	5				
104	0.680914	5	4				
105	0.91908	4	6				
106	2.48602	2	8				
107	1.02596	2	6				
108	2.42908	5	7				
109	1.91575	6	8				

Los resultados obtenidos con la implementación del modelo matemático de optimización en el lenguaje de programación algebraico AMPL con el optimizador CPLEX en su versión 12.6 para el problema práctico se presentan en la Tabla 5.3.

Tabla 5.3. Resultados del problema práctico.

Áreas	***Ruta***	***Clientes en el Área***	***Demanda***	***Distancia Recorrida***
A1	DC-63, 66, 54, 26, 37, 7, 41, 74, 14, 53, 16, 52, 61, 135, 15, 47, 22, 29, 112, 50, 6, 5, 99 -DC	23	125	349.3
A2	DC-18, 107, 34, 49, 137, 131, 85, 82, 73, 48, 70, 84, 13, 9, 60, 62, 119, 59, 35, 139 -DC	20	118	338.82
A3	DC-116, 3, 25, 127, 31, 128, 118, 88, 38, 42, 113, 4, 90, 114, 67, 124, 105 -DC	17	116	335.33
A4	DC-32, 11, 10, 80, 106, 125, 103, 19, 86, 56, 43, 58, 122, 64, 51, 39, 27 -DC	17	115	332.88
A5	DC-109, 65, 79, 8, 71, 92, 46, 1, 24, 78, 100, 132, 21, 133, 120, 123, 111, 96, 97, 40, 121 -DC	21	132	340.22
A6	DC-120, 20, 69, 130, 33, 134, 12, 36, 126, 89, 94, 45, 129, 83, 2, 57, 75, 136, 28, 98, 101, 93, 104, 95 -DC	24	132	345.81
A7	DC-68, 17, 138, 117, 30, 110, 77, 115, 23, 102, 108, 55, 76, 87, 72, 44, 91, 81 -DC	18	122	342.31
	Media	20	122.86	340.67
	Desviación Estándar	2.83	7.13	5.72

Los resultados obtenidos con el modelo de optimización implementado proporcionan de manera sistemática la asignación de los 140 clientes a cada una de las siete áreas o territorios, esta asignación se realiza respetando las condiciones establecidas por los criterios de planeación comercial de la empresa. De la misma forma el modelo arroja las diferentes rutas a seguir en cada uno de los territorios respetando las características propias del sistema logístico de la compañía, entre éstas podemos hacer mención de las distancias recorridas en cada uno de los territorios la cual no supera la cantidad máxima permitida, del mismo modo, se puede citar que la carga de trabajo establecida por la demanda (de recolecciones y entregas) en promedio es de 122.86 con una desviación estándar de 7.13 la

cual es considerada como aceptable para el sistema de distribución de las diferentes cargas de trabajo.

5.2. Experimentación con el modelo

En esta sección se presenta los resultados de los diferentes experimentos con el modelo de optimización, estos se realizaron con diferentes instancias variando en ellas los tamaños de clientes, áreas o territorios, demandas tanto para recolección como para entregas, vehículos con diferentes capacidades, distancias y tiempos, estos cambios ayudaran a evaluar el comportamiento del modelo de acuerdo a diferentes situaciones a las que se puede enfrentar la empresa o el tomador de decisiones.

5.2.1. ¿Cómo se generaron las instancias de prueba?

Para generar las distintas instancias de prueba que se utilizarán en los diferentes experimentos con el modelo, se requirió de un lenguaje de programación el cual debería de permitir la definición clara de la nomenclatura utilizada por el lenguaje algebraico, así como también permitir identificar las dimensiones de los diferentes problemas a generar, en la búsqueda de este lenguaje se seleccionó el lenguaje de programación C++ debido a que satisface con todos los requisitos necesarios para generar estas instancias.

Este programa en el lenguaje C++ permite generar los diferentes archivos o ficheros de datos con la extensión nombre.dat necesaria para que el lenguaje algebraico AMPL pueda interpretarlo, generar el modelo y resolver el problema. La justificación del porque utilizar el C++ como generador de instancias es que sería muy costoso en cuanto al tiempo el construir las diferentes tablas de datos para instancias grandes como, con 100 clientes se tendría una la tabla de distancias formada con una matriz de 100x100 dando 10000 datos. Estos problemas de prueba se generan introduciendo parámetros necesarios como: número máximo de clientes, número de áreas o territorios, vehículos, capacidad del vehículo, distancia máxima a recorrer por ruta. Este programa define el conjunto de datos que conforman el fichero para alimentar el modelo, generando aleatoriamente las ventanas de tiempo, demandas de recolección y entrega, distancias entre los clientes, así como también los tiempos de recorridos entre clientes.

5.2.2. Problema integrado de diseño de territorio con ruteo de vehículos

Se realizaron deferentes pruebas con instancias de distintos tamaños, se utilizaron los criterios del número de clientes variando entre 10 a 140, el número de áreas o territorios entre 1 y 7, para cada problema, también el número de vehículos entre 1 y 2 por territorio, se utilizó la misma capacidad para todos los vehículos.

Debido al tamaño de los problemas, se optó por utilizar criterios de parada del algoritmo de optimización para todos los casos, estos serían, el tiempo total de ejecución usado por el optimizador fijado en 8 horas CPU. Por lo tanto, si el algoritmo utilizado por AMPL en este caso CPLEX versión 12.6 no encuentra una solución entera en este lapso éste de detendrá. Otro criterio de parada fue el GAP (la relación o distancia que existe entre la mejor solución entera encontrada contra el valor objetivo del último nodo encontrado).

El modelo fue implementado en una PC con procesador Intel 8 Cores con 2.53 Ghz y sistema operativo Windows 7 de 64 bits con 16 GB de memoria en RAM.

Se presenta a continuación el funcionamiento el algoritmo con un caso de prueba pequeño y posteriormente los resultados de las instancias para problemas grandes.

Se puede apreciar (ver figura 5.2) la distribución de los clientes en el territorio, estos clientes poseen diferentes demandas de recolecciones y entregas así como también diferentes distancias entre ellos (6 Clientes C1-C6, deposito central DC).

Figura 5.2. Clientes en el territorio

Se puede observar (ver figura 5.3) que la solución presentada por el algoritmo proporciona la asignación adecuada de los clientes a los territorios así como también las rutas a seguir en cada uno de los territorios

Figura 5.3. Rutas a seguir por cada vehículo en cada territorio

Los resultados completos son presentados en la Tabla 5.4

Tabla 5.4. Resultados de la instancia con 6 clientes

Áreas	Clientes	Ruta	Demanda	F.O
A1	C1, C2, C6	DC-C6-C2-C1-DC	27	48
A2	C3, C4, C5	DC-C5-C3-C4-DC	30	53

La distancia total de viaje en cada territorio está dada por el valor de la función objetivo (F.O) en kilómetros (Km), la distribución de clientes así como también el balance de cada territorio está dada por la demanda de las recolecciones. Se muestra las rutas en cada territorio minimizando la distancia total de viaje en cada territorio.

Ahora es necesario para fines prácticos realizar los siguientes cuestionamientos: ¿Qué pasaría con la solución del algoritmo en el caso de que se creara un nuevo cliente? Para verificar esta situación muy común en la vida cotidiana se introdujo un nuevo cliente (C7) (ver figura 5.4). La solución del problema ahora con un nuevo cliente cambia (ver figura 5.5).

Figura 5.4. Nuevo cliente (C7) en el territorio

Figura 5.5. Nuevas rutas a seguir por los vehículos en los territorios

Se puede observar que la ruta a seguir en el área 1 ha cambiado con el nuevo cliente C7, pero en el área 2 se mantiene igual sin ningún cambio en su ruta o territorio. La solución completa se muestra en la Tabla 5.5.

Tabla 5.5. Resultados de la instancia con 7 clientes

Área	Cliente	Rutas	Demanda	F.O
A1	C1, C2, C6, C7	DC-C6-C2-C7-C1-DC	30	50
A2	C3, C4, C5	DC-C5-C3-C4-DC	30	53

En la Tabla 5.6 se puede observar las soluciones obtenidas del conjunto de instancias generadas para este problema especial, se puede observar la distancia total recorrida en cada territorio así como también el valor de la función objetivo (sombreada).

Tabla 5.6. Resumen de resultados de los experimentos con las instancias generadas

Clientes	**Distancia por área o territorio**					**Distancia promedio**	**Desviación estándar**	**Tiempo (Seg.)**	**Gap**
	A1	A2	A3	A4	A5				
20	123.95					123.95	0.00	0.56	Óptima
	65.69	61.84				63.76	2.72	14.67	Óptima
30	178.21					178.21	0.00	0.56	Óptima
	95.61	98.36				96.99	1.94	26.36	Óptima
	68.20	61.78	63.49			64.49	3.32	37.78	Óptima
40	228.59					228.59	0.00	6.06	Óptima
	109.03	119.56				114.29	7.44	298.36	Óptima
	95.32	89.96	97.39			94.22	3.83	897.33	0.05
	70.53	68.51	72.63	66.45		69.53	2.65	896.64	0.05
50	281.00					281.00	0.00	8.34	Óptima
	158.35	161.63				159.99	2.31	1134	0.05
	127.74	122.65	131.93			127.44	4.65	3600	0.05
60	342.50					342.50	0.00	49	Óptima
	215.39	221.10				218.24	4.03	10800	0.05
	135.44	140.51	132.96			136.30	3.85	12600	0.05
70	375.38					375.38	0.00	189	Óptima
	195.58	206.95				201.27	8.04	3362	0.05
	137.57	131.66	141.67			136.97	5.03	7800	0.05
80	441.28					441.28	0.00	47.88	Óptima
	226.24	219.46				222.85	4.79	685.50	Óptima
	137.79	145.25	136.96			140.00	4.56	14400	0.05
	101.83	100.96	109.65	103.35		103.95	3.93	28800	0.1
90	511.21					511.21	0.00	26.40	Óptima
	240.56	247.16				243.86	4.67	2617	0.021
	170.72	172.51	175.08			172.77	2.19	28800	0.076
	119.67	121.80	117.97	118.85		119.58	1.64	28800	0.24
	96.74	97.96	98.13	94.63	95.40	96.57	1.54	28800	0.28

Tabla 5.6. Continuación

Clientes	Distancia por área o territorio							Distancia promedio	Desviación estándar	Tiempo (Seg.)	Gap
	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7				
100	586.02							586.02	0.00	78.94	0.1
	265.45	278.27						271.86	9.06	28800	0.039
	258.58	247.69	252.87					253.05	5.45	28800	0.3
	226.39	229.83	233.73	224.95				228.72	3.92	28800	0.54
110	581.50							581.50	0.00	647	Óptima
	300.42	313.03						306.72	8.92	28800	0.0634
	320.02	325.92	322.62					322.85	2.96	28800	0.15
	573.49	562.77	578.09	571.56				571.47	6.42	28800	0.35
	477.38	477.00	475.21	470.41	480.55			476.11	3.72	28800	0.41
	355.04	362.03	366.02	363.20	362.07	359.14		361.25	3.76	28800	0.57
120	632.40							632.40	0.00	668	Óptima
	318.41	320.59						319.50	1.54	10781	Óptima
	333.17	329.45	326.98					329.87	3.11	28800	0.3
	327.95	338.20	331.37	341.62				334.78	6.24	28800	0.52
	321.29	327.85	324.57	318.01	314.73			321.29	5.18	28800	0.43
	284.89	275.99	296.76	293.79	290.83	278.96		286.87	8.32	28800	0.52
130	681.75							681.75	0.00	1831	Óptima
	364.95	361.30						363.12	2.58	22073	0.0657
	429.10	437.86	420.34					429.10	8.76	28800	0.45
	488.67	498.75	493.71	503.78				496.23	6.50	28800	0.34
	476.99	472.13	486.73	481.86	467.26			476.99	7.70	28800	0.45
	312.48	315.73	322.24	325.50	309.22	318.99		317.36	6.09	28800	0.56
	275.48	286.96	272.61	284.09	278.35	281.22	269.74	278.35	6.20	28800	0.64
140	727.87							727.87	0.00	1230	Óptima
	936.27	1052.0						994.13	81.83	28800	0.35
	943.84	924.96	934.40					934.40	9.44	28800	0.25
	575.00	563.39	580.81	564.55				570.94	8.40	28800	0.32
	446.21	437.11	450.77	440.75	455.32			446.03	7.35	28800	0.32
	567.42	588.00	575.65	570.36	576.29	582.12		576.64	7.54	28800	0.29
	439.24	434.37	432.15	427.28	442.78	425.51	426.40	432.53	6.68	28800	0.58

Se puede observar el desempeño del algoritmo integrado basado en la modelación matemática, que para problemas de pequeño y mediano tamaño es decir problemas de 20 a 90 clientes los resultados presentados en cuanto a la distancia recorrida en cada área o territorio son muy similares, esto es, observando la desviación estándar promedio de 4.79 en el conjunto de instancias analizadas. En cuanto al tiempo utilizado por el algoritmo para instancias hasta de 70 clientes con 3 áreas obtiene resultados en un tiempo relativamente

corto para estos tamaños de cliente. En instancias de 80 clientes con 1 a 3 territorios obtiene soluciones óptimas en tiempos razonables. Para problemas considerados como medianos a grandes es decir más de 90 clientes el algoritmo obtiene soluciones aceptables en términos prácticos aunque el tiempo de solución utilizado es alto, de 8 horas.

En términos de calidad de la solución se puede observar en la Tabla 5.7 las diferentes rutas reportadas para un conjunto de instancias de hasta 80 clientes con 1 a 4 territorios.

Tabla 5.7. Asignación de clientes a territorios y rutas de distribución.

Clientes	Áreas	Tiempo (Seg.)	Gap	Áreas	Distancia	Ruta	Demanda
10	1	0.42	Óptima	A1	121	1,2,6,8,9,7,10,5,3,4	82
	2	4.26	Óptima	A1	68	2,1,4,3,5	40
				A2	74	6,8,10,7,9	42
20	1	0.7	Óptima	A1	123.087	16, 5, 17, 7, 1, 2, 8, 4, 12, 11, 14, 10, 6, 18, 19, 3, 13, 15, 20, 9	134
	2	14.67	Óptima	A1	65.6863	16,5,17,7,10,18,19,3,4, 8,	68
				A2	61.8425	1,2,6,14,13,12,11,15,20,9	66
30	1	0.56	Óptima	A1	178.205	5,14,9,1,18,12,24,26,23,28,11,16,27,19,21,4, 25,8,7, 29,17,13,6, 10, 15,22,2,3,20,30	177
	2	26.36	Óptima	A1	95.612	5,14,9,1,18,12,24,26,23,28,11,16,27,30	88
				A2	98.358	13,6,10,15,22,2,3,20,17,21,4,25,8,7,29	89
	3	37.78	Óptima	A1	68.202	20,19,17,21,4,28,11, 16,27,30	62
				A2	61.783	9,1,18,12,26, 23,25,8,7,29,	63
				A3	63.492	24,2,3,13,6, 10,5,14,15,22,	52

Tabla 5.7. Continuación

Clientes	Áreas	Tiempo (Seg.)	GAP	Áreas	Distancia	Ruta	Demanda
40	1	6.06	Óptima	A1	228.591	39, 35, 7, 32, 40, 6, 9, 2, 24, 25, 34, 37, 36, 30, 4, 28, 23, 10, 12, 18, 19, 27, 13, 1, 5, 8, 16, 38, 33, 11, 17, 31, 20, 26, 29, 14, 15, 3, 22, 21	246
	2	298.36	Óptima	A1	109.03275	30, 4, 28, 23, 10, 12, 18, 19, 27, 13, 16, 8, 11, 6, 9, 2, 15, 3, 22, 21,	118
				A2	119.55825	39, 35, 7, 32, 40, 14, 38, 33, 17, 31, 20, 26, 29, 24, 1, 5, 25, 34, 37, 36	128
	3	897.33	0.05	A1	95.318	39, 35, 7, 37, 36, 1, 5, 8, 6, 33, 17, 32, 40	84
				A2	89.961	13, 16, 10, 20, 24, 9, 2, 38, 14, 15, 31, 19, 29, 27	87
				A3	97.39	30, 4, 28, 23, 3, 34, 11, 26, 25, 12, 18, 22, 21	75
	4	896.64	0.05	A1	70.525	37, 36, 38, 33, 11, 5, 8, 16	50
				A2	68.512	39, 35, 7, 17, 31, 20, 26, 29, 14	64
				A3	72.6316	1, 6, 9, 2, 24, 25, 34, 15, 3, 22, 21	66
				A4	66.4539	30, 4, 28, 23, 10, 12, 18, 19, 27, 13, 32, 40	66
50	1	8.34	Óptima	A1	281	12, 50, 31, 1, 44, 11, 8, 28, 36, 26, 5, 46, 19, 6, 34, 13, 30, 29, 49, 7, 25, 4, 20, 23, 17, 16, 42, 18, 39, 22, 40, 21, 38, 35, 43, 27, 15, 9, 24, 45, 2, 10, 33, 37, 3, 41, 32, 14, 48, 47	298
	2	1134	0.05	A1	158.352	14, 36, 32, 15, 9, 34, 33, 50, 2, 10, 39, 6, 17, 16, 49, 7, 25, 4, 20, 23, 24, 42, 18, 45	147
				A2	161.6257	12, 31, 37, 3, 41, 21, 38, 35, 40, 26, 5, 46, 8, 48, 47, 43, 1, 44, 28, 29, 22, 27, 11, 19, 13, 30	151
	3	3600	0.05	A1	127.7352	3, 31, 34, 33, 49, 46, 45, 6, 9, 14, 12, 19, 27, 25, 13, 26, 39	101
				A2	122.6491	36, 37, 35, 1, 16, 18, 2, 5, 10, 22, 44, 48, 43, 42, 17	98
				A3	131.9272	15, 8, 20, 7, 24, 4, 30, 28, 29, 11, 21, 32, 41, 38, 40, 47, 50, 23	99

Tabla 5.7. Continuación

Clientes	Áreas	Tiempo (SEG)	Gap	Áreas	Distancia	Ruta	Demanda
60	1	49	0.033	A1	343.5	43, 58, 45, 60, 18, 2, 14, 13, 44, 22, 38, 29, 12, 35, 26, 59, 50, 42, 19, 53, 15, 23, 36, 16, 17, 27, 49, 6, 32, 40, 25, 24, 46, 7,34, 37, 4, 1, 55, 56, 10, 28, 31, 30, 48, 3, 51, 33,52, 9, 5, 21, 57, 39, 11, 8, 47, 20, 41, 54	347
	2	10800	0.05	A1	215.3925	43, 58, 45, 60, 18, 2, 29, 12, 35, 26, 59, 50, 42, 19, 53, 15, 52, 9, 5, 21, 57, 23, 36, 16, 17, 34, 37, 4, 1, 55, 27, 49	170
				A2	221.09595	14, 13, 44, 22, 38, 6, 32, 40, 25, 24, 46, 7, 56, 10, 28, 31, 30, 48, 3, 51, 33, 39, 11, 8, 47, 20, 41, 54	177
	3	12600	0.05	A1	135.4352	27, 12, 37, 4, 1, 55, 36, 45, 60, 50, 25, 30, 19, 54, 49, 46, 7, 52, 29, 38, 10	112
				A2	140.50766	5, 20, 14, 26, 8, 47, 15, 40, 53, 22, 18, 42, 48, 3, 24, 51, 9, 23, 56, 2, 58	116
				A3	132.9632	6, 59, 13, 43, 35, 21, 27, 44, 28, 31, 41, 34, 16, 17, 33, 39, 11, 32	119
70	1	189	Óptima	A1	375.3782	10, 67, 45, 4, 61, 70, 46, 53, 8, 65, 12, 32, 3, 5, 50, 42, 49, 66, 59,40, 11, 47, 55, 64, 16, 23, 69, 21, 2, 38, 51, 36, 6, 29, 17, 19, 26, 25, 4, 31, 68, 22, 41, 37, 39, 58, 56, 20, 13, 9, 28, 27, 54, 60, 63, 52, 57, 15, 33, 7, 34, 43, 48, 24, 44, 35, 30, 68, 18, 1	435
	2	3362	0.05	A1	195.5825	53, 8, 65, 12, 32, 3, 5, 50, 42, 49, 66, 59, 21, 2, 38, 51, 36, 6, 29, 17, 19, 26, 25, 4, 31, 33, 7, 34, 43, 48, 24, 44, 20	210
				A2	206.9495	10, 67, 45, 4, 61, 70, 46, 68, 40, 11, 47, 55, 64, 16, 23, 69, 22, 41, 37, 39, 58, 56, 54, 60, 63, 52, 57, 15, 13, 9, 28, 27, 35, 30, 68, 18, 1	225
	3	7800	0.05	A1	137.5695	10, 67, 45, 4, 68, 40, 11, 47, 55, 64, 16, 23, 57, 15, 13, 9, 28, 27, 35, 30, 68, 18, 1	145
				A2	131.6595	69, 22, 41, 37, 39, 58, 56, 54, 60, 63, 52, 32, 3, 5, 50, 42, 49, 66, 59, 21, 2, 61, 70, 46	148
				A3	141.6702	53, 8, 65, 12, 38, 51, 36, 6, 29, 17, 19, 26, 25, 4, 31, 33, 7, 34, 43, 48, 24, 44, 20	142

Tabla 5.7. Continuación

Clientes	Área	Tiempo (Seg.)	Gap	Área	Distancia	Ruta	Demanda
80	1	47.88	Óptima	A1	441.283	25, 69, 76, 61, 30, 11, 42, 43, 36, 24, 14, 54, 59, 12, 37, 64, 17, 35, 32, 31, 4, 55, 10, 71, 66, 19, 48, 8, 33, 49, 9, 68, 38,34, 20, 63, 77, 15, 47, 65, 60, 73, 3, 7, 6, 22, 23, 62, 21, 45, 79, 56, 16, 1, 13, 72, 51, 67, 52, 57, 74, 75, 53, 28, 70, 44, 27, 41, 40, 26, 39, 18, 50, 78, 5, 46, 2, 29, 58, 80	495
	2	685.5	Óptima	A1	219.4595	25, 69, 76, 61, 30, 11, 37, 64, 17, 7, 6, 22, 23, 62, 21, 45, 79, 56, 16, 1, 13, 72, 51, 67, 52, 57, 35, 32, 31, 4, 55, 10, 71, 66, 19, 48, 8, 33	240
				A2	226.2403	49, 9, 68, 38,34, 20, 63, 77, 15, 47, 65, 60, 73, 3, 74, 75, 53, 28, 70, 44, 27, 41, 40, 26, 39, 18, 50, 78, 5, 42, 43, 36, 24, 14, 54, 59, 12, 46, 2, 29, 58, 80	255
	3	14400	0.05	A1	137.7891	30, 11, 37, 44, 27, 41, 40, 26, 64, 17, 7, 6, 22, 23, 62, 21, 45, 79, 56, 16, 46, 2, 29, 58, 80	160
				A2	145.2463	25, 69, 76, 61, 1, 13, 72, 51, 67, 52, 57, 35, 32, 31, 4, 55, 10, 71, 66, 19, 48, 8, 33, 34, 20, 63, 77, 15	169
				A3	136.9565	49, 9, 68, 38, 47, 65, 60, 73, 3, 74, 75, 53, 28, 70, 39, 18, 50, 78, 5, 42, 43, 36, 24, 14, 54, 59, 12	166
	4	28800	0.1	A1	101.8265	57, 74, 75, 53, 28, 70, 44, 27, 41, 40, 26, 39, 18, 50, 78, 5, 46, 2, 29, 58, 80	124
				A2	100.9562	31, 4, 55, 10, 71, 66, 19, 48, 8, 33, 49, 9, 68, 38,34, 20, 63, 77, 15, 47	120
				A3	109.6496	25, 69, 76, 61, 30, 11, 42, 43, 36, 24, 14, 54, 59, 12, 37, 64, 17, 35, 32	122
				A4	103.3489	65, 60, 73, 3, 7, 6, 22, 23, 62, 21, 45, 79, 56, 16, 1, 13, 72, 51, 67, 52	129

Los resultados presentados con la experimentación de las diferentes instancias proporcionan la asignación de los clientes a los diferentes territorios (validación), así como también las series de rutas a seguir por cada vehículo en cada una de las áreas en las que se tiene que visitar a cada cliente para cumplir con su demanda tanto de entrega como de recolección. Se puede observar en la última columna de la demanda como se encuentra el

balance de las cargas de trabajo en cada área dependiendo del tamaño de la instancia y del número de territorios que en ellas se plantean. De la misma forma reporta la distancia recorrida en cada área por cada vehículo manteniendo un equilibrio entre la distancia recorrida y la carga de trabajo para cada operador de cada vehículo utilizado. Estos resultados son de suma importancia en el uso eficiente de los recursos de logística disponibles, así mismo nos proporciona una base sólida para la publicación de un artículo de investigación en **Journal of Computer and Systems Sciences International** (Integrating territory design and routing problems), en revistas científicas nacionales como: **revista de Ciencia, Ingeniería y Ambiente de la División de Ciencias e Ingeniería de la Universidad de Sonora**, de la misma manera la presentación en congresos internacionales del área de logística como el **CiLog (2013 y 2014).**

Capítulo 6

Conclusiones

En el presente capítulo se presentan las aportaciones generales y específicas del algoritmo integrado de solución, estas estuvieron enfocadas en proporcionar una respuesta las preguntas de investigación. Del mismo modo se presentan las diferentes limitaciones del algoritmo así como también su línea de investigación futura.

6.1. Conclusiones y Aportaciones

Como resultado de un amplio análisis de la literatura existente, se pudo identificar una interesante área de oportunidad para desarrollar tanto una aportación científica, como práctica. En éste sentido, debido a las características del problema aquí abordado, se establecen las aportaciones de forma específica.

Como aportación científica, el presente trabajo presenta un nuevo algoritmo en el que se incluye el efectivo diseño de territorios y de ruteo. Al mismo tiempo se hace una investigación con base en las técnicas exactas (comerciales). Cabe señalar que la deducción que los resultados es importante debido a que es un problema práctico (real) aunque el tiempo de respuesta (tiempo de computo) es grande para algunas instancias.

En cuanto a la contribución práctica, la resolución del algoritmo específico permite al tomador de decisiones definir el número de territorios y el balanceo de los mismos así como el tamaño y composición de la flotilla de vehículos necesarios para satisfacer la demanda, número de centros, secuencia visitas en entregas y recolección a los clientes. Ayudando con esto a la disminución de gastos de logística, como los costos de transportación y cumplimiento de la demanda del cliente en la ventana de tiempo establecida (calidad de servicio al cliente).

Debido a la complejidad del problema abordado fue necesario guiar los esfuerzos en búsqueda de dar respuesta a diferentes preguntas de investigación tales como: **¿Sería factible el diseño eficaz de un algoritmo de solución integrando los problemas del diseño de territorio y diseño de rutas? Y ¿Cuál sería la estructura del algoritmo integrado?** Para proporcionar una respuesta que sea integral, se realizó un análisis crítico extenso del estado del arte para ambos problemas, por lo tanto y debido a este se decidió tomar como base los trabajos publicados por Mingyong y CaoErbao (2010) para el VRP y Ríos y López (2013) para DTP en los cuales se pueden observar diferentes áreas de oportunidad como el manejo de un modelo matemático que integre las características especiales de ambos problemas. Debido a esto se ha desarrollado el modelo de optimización integrando los aspectos generales de los problemas mencionados. Para poder responder a la segunda pregunta es necesaria una búsqueda extensa entre las diferentes técnicas de modelación existentes, así como también tener en consideración las técnicas o

algoritmos de solución y los optimizadores comerciales con los que se cuenta. Es por esto que el modelo está formulado bajo la programación lineal entera mixta, es de suma importancia el mantener la linealidad de las ecuaciones para poder aplicar el optimizador adecuado para resolverlo.

Una de las principales preocupaciones es la selección y ubicación adecuada de los clientes en las diferentes áreas, es por esto que se ha planteado la siguiente pregunta de investigación: **¿Cómo se agrupan los clientes en los territorios considerando las medidas de actividad de densidad, demanda?** Para dar una respuesta acorde a lo que se busca en cada territorio, se han desarrollado diferentes restricciones en el modelo de optimización que asignen a los clientes en cada territorio, esta asignación se realiza tomando en cuenta la demanda de cada cliente de forma que es posible formar territorios con cargas de trabajo balanceadas, así como también equilibrar el tamaño de cada territorio de acuerdo al número de clientes pertenecientes a él.

Con respecto al desempeño del algoritmo en cuanto a los resultados que se obtiene de él, es de suma importancia el cuestionarse el grado de robustez que puede soportar el modelo y que permita resolver problemas cambiando los diferentes parámetros variando los tamaños, composición de la demanda, ventanas de tiempo, tiempos de servicio etc., debido a esto se establecieron las siguientes preguntas de investigación: **¿Cómo afecta el desempeño del algoritmo el manejo de diferentes ventanas de tiempo de clientes por día en cuanto a la calidad y al tiempo de computo de la solución reportada?** y **¿Cómo afecta el desempeño del algoritmo el manejo múltiples clientes con diferentes ventanas de tiempo por día en cuanto al nivel de servicio dado?** Para proporcionar una respuesta a la primera pregunta, fue necesario realizar diferentes experimentos con diferentes instancias. Estas fueron generadas con la ayuda de un generador programado en lenguaje C++, se dividieron en dos grupos con ventanas iguales para todos los días y con ventanas distintas para días distintos, manteniendo la misma demanda. El desempeño del algoritmo en el primer grupo fue aceptable en cuanto a la resolución de instancias de pequeño a mediano tamaño y no así para instancias de tamaño grande, se pudo obtener soluciones de calidad para este tipo de problemas asignando de manera adecuada los clientes a los territorios respetando los criterios de balance en las áreas y las características del problema

del ruteo en un periodo de tiempo razonable. En cuanto al desempeño del algoritmo en el segundo grupo se logró obtener resultados aceptables en problemas de tamaño pequeño y no así para problemas de medianos a grandes, aunque las soluciones reportadas por el modelo se consideraron como aceptables el tiempo de cómputo se incrementaba de acuerdo al número de los clientes en cada instancia.

Cabe resaltar que el algoritmo propuesto tiene como objetivo principal establecer una solución práctica y rápida a este tipo de problemas que ayude a las PyMEs a eficientar el manejo de los recursos logísticos existentes en este tipo de mercados llamados emergentes como México. En la búsqueda para encontrar la respuesta a la pregunta **¿El manejo adecuado de los recursos de distribución actuales será suficiente para disminuir el costo por paquete?** Para proporcionar una respuesta es necesario realizar un análisis de las ventajas que el algoritmo de solución entre ella se tiene:

a) Proporcionar la asignación de los clientes a cada uno de los diferentes territorios acorde a los fines comerciales.
b) Presentar la programación de recolecciones y entregas a cada cliente en cada uno de los territorios establecidos minimizando la distancia recorrida.
c) Ahorrar tiempo y esfuerzo de cálculo computacional, garantizando el contar con la información necesaria en tiempo real para la rápida toma de decisiones operativas, disminuyendo así los costos por recolecciones o entregas tardías.

Como se puede observar en las ventajas se muestra un ahorro en cuanto a la distancia recorrida por cada vehículo en cada territorio, esto como consecuencia del balance de las cargas de trabajo en cada área, así como también, debido a la configuración propia del problema de transporte el cuan busca encontrar todas aquellas rutas a cada cliente en cada territorio que minimicen la distancia total recorrida por vehículo, esto beneficia en que a menor distancia recorrida menor serán los costos relacionados con la operación y mantenimiento de los vehículos en el sistema logístico.

6.2. Línea de investigación futura

Dada la utilidad demostrada del enfoque, se trabaja en el desarrollo futuro de una herramienta informática especializada de ayuda para la toma de decisiones relacionadas con el cálculo del problema del diseño de territorios así como el de recolección y entrega de producto en una red de distribución. Esta proveerá al tomador de decisiones la suficiente información en tiempo reducido, sobre las características propias del caso analizado. Por lo tanto, el desarrollo de un método de aproximación para resolver instancias de tamaño grande en un tiempo razonable y de calidad, será el objetivo principal en investigaciones futuras para encontrar soluciones factibles fáciles de implementar que ayuden al crecimiento de las pequeñas y medianas empresas en México.

6.3. Recomendaciones

Dentro del análisis realizado al modelo, se observaron diferentes áreas de oportunidad para mejorar el algoritmo, una de ellas es que el modelo resuelve de manera eficiente problemas de pequeños a medianos en periodos razonables de tiempo utilizando las mismas ventanas de tiempo para todos los clientes, en cambio el comportamiento del algoritmo modificando estas condiciones y para problemas de tamaño mediano a grandes sería necesario entonces desarrollar un método más rápido basado en algoritmos de aproximación que proporcione una solución en un tiempo razonable.

Se puede recomendar el rediseño o modificaciones a la formulación matemática del modelo de optimización de manera que pueda soportar diferentes cambios en los tamaños de los problemas haciéndolo más robusto en la búsqueda de obtener resultados de calidad y en tiempo razonable, se buscaría que el algoritmo sea capaz de resolver problemas con situaciones como:

a) Con el manejo de varias medidas de actividad para la asignación de clientes a territorios.
b) Mejor uso de las restricciones de balanceo de los territorios.
c) El soporte al manejo de múltiples ventanas de tiempo. Esto es, que exista diferentes horarios de atención por día para cada cliente.

d) El manejo de un método de aproximación (heurístico) que funcione como un pre-procesamiento antes de implementar un algoritmo exacto.

REFERENCIAS

A. Drexl & K. Haase. (1999). Fast approximation methods for sales force deployment. Management Science, 45(10):1307–1323.

A. Mehrotra, E. L. Johnson & G. L. Nemhauser. (1998). An optimization based heuristic for political districting. Management Science, 44(8):1100–1113, 1998.

Ai, T. J., & Kachitvichyanukul, V. (2009). A particle swarm optimization for the vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery. Computers and Operations Research, 36, 1693–1702.

A.L. Kok, E.W.Hans, J.M.J.Schutten. (2012). Vehicle routing under time-dependent travel times: The impact of congestion avoidance Computers & Operations Research 39: 910–918.

A. Serdar & M. Gen (2012), A genetic algorithm based approach to vehicle routing problem with simultaneous pick-up and deliveries. Computers & Industrial Engineering Vol. 62. Pág. 755–761.

Anbuudayasankar, K. Ganesh, S.C. Lenny Koh, Yves Ducq. (2012). Modified savings heuristics and genetic algorithm for bi-objective vehicle routing problem with forced backhauls. Expert Systems with Applications 39: 2296–2305.

Azi, N., Gendreau, M., Potvin, J.Y. (2010), An exact algorithm for a vehicle routing problem with time windows and multiple use of vehicles , European Journal of Operational Research, 202 (3), p.756-763.

B Yu, Z-Z Yang, J-X Xie, (2010). A parallel improved ant colony optimization for multi-depot vehicle routing problem, Journal of the Operational Research Society, pag. 1—6.

B. Bozkaya, E. Erkut y G. Laporte, (2003). A tabu search heuristic and adaptive memory procedure for political districting. European Journal of Operational Research, 144(1):12–26.

B. Dimitris, Tsitsiklis, John N. (1997). Introduction to Linear Optimization, Athena Scientific.

B. Fleischmann & J. N. Paraschis, (1988). Solving a large scale districting problem: A case report. Computers & Operations Research, 15(6):521–533.

Beaulieu M., & Gamache M. (2006). An enumeration algorithm for solving the fleet management problem in underground mines, Computers & Operations Research, 33: 1606–1624.

Cano I. (2005), Asignación de Recursos de Transporte: Un Enfoque Práctico de VRPTW, MS thesis, Posgrado en Ingeniería de Sistemas, FIME/UANL.

Chuan-Kang Ting, & Xin-LanLiao (2012). The selective pickup and delivery problem: Formulation and a memetic algorithm. Int. J. Production Economics Vol. 141 Pág. 199–211.

Clarke G., & Wright J. (1964), Scheduling of vehicle from a central depot to a number of delivery points. INFORMS, Operation Research 12:568-581

Daniel Soto, Wilson Soto, Yoan Pinzón, (2008). A hybrid metaheuristic applied to a route planning problem, Revista Avances en Sistemas e Informática, Vol. 5 No. 3, Medellín, ISSN 1657766.

Desrochers M., & Verhoog T. (1989), A matching based savings algorithm for the vehicle routing problem. Cahiers du GERAD, ISSN 0711-2440.

Drexl A, & Haase K. **(1999).** Fast approximation methods for sales force deployment. Management Science. 45(10):1307–1323.

Elizondo-Amaya Mónica G., Ríos-Mercado Roger Z., Díaz Juan A. (2014). A dual bounding scheme for a territory design problem. Computers & Operations Research 44: 193–205

F. Bacao, V. Lobo, M. Painho (2005). Applying genetic algorithms to zone design. Soft Computing, 9(5):341–348.

F. Caro, T. Shirabe, M. Guignard, A. Weintraub (2004). School redistricting: Embedding GIS tools with integer programming. Journal of the Operational Research Society, 55(8):836–849.

F. Pezzella & B. Nicoletti (1981). A system approach to the optimal health-care districting. European Journal of Operational Research, 8(2):139–146.

F. Ricca & B. Simeone (2008). Local search algorithms for political districting. European Journal of Operational Research, 189(3):1409–1426.

Fischetti M., Toth P., Vigo D. (1994), A Branch-and-Bound algorithm for the capacitated vehicle routing problem on directed graphs. Informs Operation research Vol. 42 No. 5.

Frangioni A. (2005), About Lagrangian methods in integer optimization, Ann. Operations. Research. vol. 139. pág. 163-169.

G. Gutiérrez-Jarpa, G. Desaulniers, G. Laporte, V. Marianov (2010). A branch-and-price algorithm for the Vehicle Routing Problem with Deliveries, Selective Pickups and Time Windows. European Journal of Operational Research Vol. 206 Pág. 341–349.

Guignard M. (2007), En hommage a Joseph-Louis Lagrange, Pierre Huard. Ann. Operations. Research. vol. 149. pág. 103-116.

H. Nazif & L.S. Lee,(2010). Optimized Crossover Genetic Algorithm for Vehicle Routing Problem with Time Windows, American Journal of Applied Sciences 7 (1): 95-101, ISSN 1546-9239.

Hong Ma, Brenda Cheang, Andrew Lim, Lei Zhang, YiZhu (2012). An investigation in to the vehicle routing problem with time window sand link capacity constraints, Omega 40:336–347.

Hsiao-Fan Wang & Ying-Yen Chen (2012). A genetic algorithm for the simultaneous delivery and pickup problems with time window. Computers & Industrial Engineering 62: 84–95

J. A. Segura-Ramiro, R. Z. Ríos-Mercado, A. M. Álvarez-Socarrás, K. de Alba-Romenus (2007). A location-allocation heuristic for a territory design problem in a beverage distribution firm. En Proceedings of the 12th Annual International Conference on Industrial Engineering Theory, Applications and Practice, pp. 428–434, Cancún, México.

J. Kalcsics, S. Nickel, M. Schroder (2005). Toward a unified territorial design approach Applications, algorithms, and GIS integration. Top, 13(1):1–56.

J.J.van Hoorn, A.L.Kok, J.M.J.Schutten J. Gromicho (2012). Restricted dynamic programming: A flexible framework for solving realistic VRPs. Computers & Operations Research vol. 39: 902–909.

L. A. N. Lorena & E. L. F. Senne (2004). A column generation approach to capacitated p-median problems. Computers & Operations Research, 31(6):863–876.

L. Mingyong & C. Erbo (2010). An improved defferencial evolution algoritnm for vehicle routing problem wuth simultaneous pickup and deliveries and time windows. Engineering Applications of artificial intelligence. Vol. 23. Pág. 188-195.

L. Vargas-Suárez, R. Z. Ríos-Mercado y F. López (2005). Usando GRASP para resolver un problema de definición de territorios de atención comercial. En M. G. Arenas, F. Herrera, M. Lozano, J. J. Merelo, G. Romero y A. M. Sánchez, editores, Actas del IV

Congreso Español de Metaheurísticas, Algoritmos Evolutivos y Bioinspirados (MAEB), pp. 609–617, Granada, España.

Lamarechal C. (2001), Lagrangian relaxation, Comput. Combinatorial Optimizat. Heidelberg: Springer. p. 115-160.

Lamarechal C. (2007), The omnipresence of Lagrange, Ann. Operations. research. v. 153. p. 9-27.

Laporte G., Mercure H., Norbert Y. (1986), An exact algorithm for the asymmetrical capacitated vehicle routing problem. Networks, 16:33-46.

Lasdon L.(2002), Optimization Theory for Large Systems, Dover, N.Y.

Lenstra J, & Rinnooy A. (1981). Complexity of vehicle routing and scheduling problems. Networks, 11:221-227.

Litvinchev I., Rangel S., Saucedo J. (2008), A Lagrangian bound for many-to-many assignment problems, Journal of Combinatorial Optimization.

Litvinchev I. (2007), Refinement of lagrangian bounds in optimization problems, Comput. Maths and Math. Phys. Vol. 47(7), p. 1101-1109.

M. Salazar-Aguilar, R. Z. Ríos-Mercado, M. Cabrera-Ríos (2011). New Models for Commercial Territory Design. Springer Science Business Media, LLC.

M. Salazar-Aguilar, R. Z. Ríos-Mercado, J. L. González-Velarde (2011). A bi-objective programming model for designing compact and balanced territories in commercial districting. Transportation Research part C, 19: 885-895.

M. Salazar-Aguilar, R. Z. Ríos-Mercado, J. L. González-Velarde (2011). GRASP strategies for a bi-objective commercial territory design problem. Springer Science Business Media, LLC.

M. Blais, S. D. Lapierre, G. Laporte (2003). Solving a home-care districting problem in an urban setting. Journal of the Operational Research Society, 54(11):1141– 1147.

M. Hojati (1996). Optimal political districting. Computers & Operations Research, 23(12):1147–1161.

Méndez, D. Palumbo, M. Carnero, J. Hernández (2009). Algoritmos meméticos aplicados a la resolución de un problema de ruteo de vehículos periodico Mecánica Computacional Vol 27, págs. 2675-2685. Tandil, Argentina, 3-6.

Mula, J., Peidro, D., Diaz-Madronero, M., Vicens, E. (2010), Mathematical programming models for supply chain production and transport planning , European Journal of Operational Research, 204 (3), p.377-390.

Muñoz Z. Angel E. (2009). Multi-State System Reliability Design via Particle Evolutionary Swarm Optimization Dissertation submitted to the Computer Science Department in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctorado en Ciencias con Orientación en Ciencias de la Computación At CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN MATEMÁTICAS A.C.

Petrica C. Pop, Imdat Kara, Andrei Horvat Marc (2012). New mathematical models of the generalized vehicle routing problem and extensions. Applied Mathematical Modelling 36:97–107.

R. Martí (2005). Algoritmos heurísticos en optimización combinatoria. Departamento de Estadística e Investigación Operativa, Universidad de Valencia. Valencia, España,.

R. S. Garfinkel & G. L. Nemhauser (1970). Solving optimal political districting by implicit enumeration techniques. Management Science, 16(8):B495–B508.

R. Z. Ríos-Mercado & E. Fernández (2009). A reactive GRASP for a commercial territory design problem with multiple balancing requirements. Computers & Operations Research, 36(3):755-776.

R. Z. Rios-Mercado & J. Fabián López-Pérez (2013). Commercial territory design planning with realignment and disjoint assignment requirements. Omega 41 (2013) 525–535.

S. J. D'Amico, S.-J. Wang, R. Batta, C. M. Rump (2002). A simulated annealing approach to police district design. Computers & Operations Research, 29(6):667–684.

S. Ugurlu1, B. Bozkaya, R. de Kervenoael (2013). A New VRPPD Model and a Hybrid Heuristic Solution Approach for E-Tailing, European Journal of Operational Research. S 0377-2217 (13) 00422-0.

S. W. Hess, J. B. Weaver, H. J. Siegfeldt, J. N. Whelan, P. A. Zitlau (1965). Nonpartisan political redistring by computer. Operations Research, 13(6):998–1006.

Sevgi Erdog˘an, & Elise Miller-Hooks (2012). A Green Vehicle Routing Problem. Transportation Research Part E 48: 100–114.

Toth P, & Vigo D.(2002). The vehicle routing problem. Philadelphia: SIAM Monographs on Discrete Mathematics and Applications.

Toth P. & Vigo D, (2002), The Vehicle Routing Problem, SIAM monographs on discrete mathematics and applications, Society for Industrial and Applied Mathematics.

Velarde M. (2007), Optimización de Flotilla y Asignación de Vehículos en una Red de Transporte, MS thesis, Posgrado en Ingeniería de Sistemas, FIME/UANL.

Vitória Pureza, Reinaldo Morabito, Marc Reimann (2012). Vehicle routing with multiple deliverymen: Modeling and heuristic approaches for the VRPTW. European Journal of Operational Research 218: 636–647.

Wark P., & Holt J. (1994). A repeated matching heuristic for the vehicle routing problem. Journal Operation Research Society Vol. 45:1156-1167.

Yeh, W. (2006). A simple algorithm to search for all MCs in networks. European Journal of Operational Research, 174(3):1694–1705.

Yeh, W. (2009). A simple universal generating function method for estimating the reliability of general multi-state node networks. IIE Transactions, 41(1):3–11.

Yiyong Xiao, Qiuhong Zhao, IkouKaku, Yuchun Xu (2012). Development of a fuel consumption optimization model for the capacitated vehicle routing problem. Computers & Operations Research 39:1419–1431.

Anexo 1

Modelo en AMPL

Se presenta la codificación del algoritmo integrado para los problemas del diseño de territorios y ruteo de vehículos basado en el modelo matemático de optimización utilizando el lenguaje algebraico AMPL

Conjunto de índices utilizados por el modelo

```
set V;        #conjunto de clientes
set I;       #conjunto de cliente con el deposito central
set K;        #conjunto de vehículos
set M;        #conjunto de zonas
```

Conjunto de Parámetros

```
param Q >=0;                      #Capacidad de los vehículos
param n {l in M,j in I}>=0;       #Número total de cliente n=|v|
param C {i in I,j in I}>=0;       #Distancia entre los clientes
param δ {i in I}>=0;              #Tiempo de servicio en el cliente i
param θ {i in I,j in I}>=0;       #tiempo de viaje del cliente i al j
param d {i in I}>=0;              #Demanda de entregas en cliente i
param p {i in I}>=0;              #Demanda de recolecciones en cliente i
param a {i in I}>=0;              #Apertura ventana de tiempo cliente i
param b {i in I}>=0;              #Cierre de ventana de tiempo cliente i
param H >=0;
```

Declaración de Variables

Variables Binarias

Variable para definir los territorios Wlj

```
var W{l in M,j in I} binary;
```

Variable para definir las rutas Xlijk

```
var X{l in M,i in I,j in I,k in K} binary;
```

Variables continuas

Variable Sik para calcular el tiempo de llegada al cliente i

var S{i in I,k in K}>=0;

Variable Yij de la demanda a recolectar

var Y{i in I,j in I}>=0;

Variable Zij de la demanda a entregar

var Z{i in I,j in I}>=0;

Variable que toma el valor reportado en la función objetivo

var L>=0;

Función Objetivo 1

minimize Distancia_Total: L;

Restricciones

Restricción 1 (distancia recorrida por territorio)

subject to R1 {l in M,k in K}: L >= sum{i in I,j in I} C[i,j]*X[l,i,j,k];

Restricción 2 (asignación de clientes a territorios)

subject to R2 {j in I}: sum {l in M} W[l,j]=1;

Restricción 3 (asignación de clientes a territorios

subject to R3 {l in M}: W[l,l]=1;

Restricción 4 y 5 (Los clientes pertenecen al mismo territorio)

subject to R4 {l in M,i in V,j in V,k in K}: X[l,i,j,k] <= W[l,i];

subject to R5 {l in M,i in V,j in V,k in K}: X[l,i,j,k] <= W[l,j];

Restricción 6 (Se visita solamente 1 vez a cliente)

subject to R6 {l in M,j in V}: sum {i in I,k in K} X[l,i,j,k] = 1;

Restricción 7 (Entrar y salir del cliente con el mismo vehículo)

subject to R7 {l in M,j in I,k in K}: sum {i in I} X[l,i,j,k] - sum {i in I} X[l,j,i,k] = 0;

Restricción 8 (Vehículos a ser utilizados)

subject to R8 {l in M,i in I,k in K}: sum {j in I} X[l,i,j,k] <= 1;

Restricción 9 (Demanda de recolecciones)

subject to R9 {j in V}: sum {i in I} Y[j,i] - sum{i in I} Y[i,j] = p[j];

Restricción 10 (Demanda de las entregas)

subject to R11 {j in V}: sum {i in I} Z[i,j] - sum{i in I} Z[j,i] = d[j];

Restricción 11 (Capacidad de los vehículos)

subject to R11 {l in M,i in I,j in I}: Q*sum{k in K} X[l,i,j,k] >= Y[i,j] + Z[i,j];

Restricción 12 (Cumplimiento con tiempos de llegada)

subject to R12 {l in M,i in V,j in V,k in K}:

S[i,k] + δ [i] + θ [i,j] - 2000*(1-X[l,i,j,k]) <= S[j,k];

Restricción 13 y 14 (Cumplimiento ventanas de tiempo)

subject to R13 {i in V,k in K}: S[i,k] <= b[i];

subject to R14 {i in V,k in K}: S[i,k] >= a[i];

Restricción 15 (No exceder la distancia máxima permitida)

subject to R15 {l in M,k in K}: sum {i in I,j in I} C[i,j]*X[l,i,j,k] <= H;