

**CORPORACIÓN MEXICANA DE INVESTIGACIÓN
EN MATERIALES**

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



**COMPARACIÓN DE UN MÉTODO EXACTO Y ALGORITMOS
EVOLUTIVOS EN UN PROBLEMA DE FLUJO MÁXIMO**

TESIS

PRESENTA

Julieta Artemisa Meza Calvillo

**MAESTRÍA EN CIENCIA Y TECNOLOGÍA EN INGENIERÍA
INDUSTRIAL Y DE MANUFACTURA**

Saltillo, Coahuila. Noviembre del 2017

**COMPARACIÓN DE UN MÉTODO EXACTO Y ALGORITMOS
EVOLUTIVOS EN UN PROBLEMA DE FLUJO MÁXIMO**

Por

ING. JULIETA ARTEMISA MEZA CALVILLO

Comité Revisor

Tutor Académico: Dr. Rolando Javier Praga Alejo
PICYT Ing. Industrial y Manufactura COMIMSA

Co-Director: Dr. Mario Cantú Sifuentes

Asesor: Dr. David Salvador González González

Saltillo, Coahuila

Noviembre 2017

Cooperación Mexicana de Investigación en Materiales
Gerencia de Desarrollo Humano
División de Estudio de Posgrado

Los abajo firmantes, miembros del Comité Tutorial recomendamos que la Tesis “**COMPARACIÓN DE UN MÉTODO EXACTO Y ALGORITMOS EVOLUTIVOS EN UN PROBLEMA DE FLUJO MÁXIMO**”, realizada por el alumno **JULIETA ARTEMISA MEZA CALVILLO** matrícula **15SOLCMIIM212** sea aceptada para su defensa como Maestro en Ciencia y Tecnología en **Ingeniería Industrial y de Manufactura**.

El Comité Tutorial

Dr. Rolando Javier Praga Alejo

Director de Tesis

Dr. Mario Cantú Sifuentes

Co-Director de Tesis

Dr. David S. González González

Asesor

Dr. Pedro Pérez Villanueva

Coordinación General de Estudios de Posgrado

COMIMSA

Cooperación Mexicana de Investigación en Materiales
Gerencia de Desarrollo Humano
División de Estudio de Posgrado

Los abajo firmantes, miembros del Jurado del Exámen de Grado del alumno Julieta Artemisa Meza Calvillo, una vez leída y revisada la tesis titulada “**COMPARACIÓN DE UN MÉTODO EXACTO Y ALGORITMOS EVOLUTIVOS EN UN PROBLEMA DE FLUJO MÁXIMO**”, aceptamos que la referida tesis sea presentada por el alumno para aspirar al grado de Maestro en Ciencia y Tecnología en **Ingeniería Industrial y de Manufactura** durante el Grado de Exámen correspondiente.

Y para que así conste firmamos la presente el **9 de Noviembre del año 2017**.

Dr. Felipe de Jesus García Vázquez

Presidente

Dra. Irma Delia García Calvillo

Secretario

Dr. Mario Cantú Sifuentes

Vocal

Dedicado

A MIS PADRES

Juanita y Felipe

A MI HERMANA

Esther

EN ESPECIAL A MI ESPOSO

Alejandro

Y A MI AMIGO

Marco

Agradecimientos

A **Dios** por el don de la vida y permitirme concluir una de las metas más importantes de mi vida profesional.

A mis padres **Juanita Calvillo Torres** y **Felipe Meza Tripp**; a mi hermana **Esther Meza** por su apoyo incondicional.

A mi esposo **Alejandro Maldonado** por su apoyo incondicional a lo largo de todos estos años.

A mi amigo **Marco Fuentes** por su amistad y apoyo.

A mi tutor **Dr. Rolando Praga** por compartir sus conocimientos y consejos.

A los académicos que de forma directa o indirectamente contribuyen en mi formación **Dr. Pedro Pérez**; principalmente al **Dr. Mario Cantú** y **Dr. David González** por su apoyo y conocimientos.

A mi tutor de planta **Ing. Ricardo Pérez** por su apoyo durante el proyecto.

Al jurado **Dr. Felipe García Vázquez**, **Dra. Irma Delia García Calvillo** y al **Dr. Mario Cantú Sifuentes** por sus comentarios y recomendaciones, que contribuyeron en la mejora de esta investigación.

Al **personal administrativo del posgrado** de COMIMSA por su apoyo en cada una de las actividades para mi formación académica.

Agradezco los apoyos recibidos durante mi formación de maestría a dos importantes Instituciones del ámbito Científico y Tecnológico de este país; sin ellas mi progreso y desarrollo académico, actividades de movilidad e investigación y producción científica no hubiera sido posibles: **El Consejo Nacional en Ciencia y Tecnología (CONACYT)** y a la **Corporación Mexicana de Investigación en Materiales**.

Resumen

Hoy en día el mercado a nivel mundial es un ambiente que cambia rápidamente, éste se va adaptando a los requerimientos de los clientes. Actualmente el mercado puede verse como una inmensa Cadena de Suministro (CdS) la cual tiene a proveedores y clientes distribuidos por todo el mundo. Por tal motivo, asegurar la fluidez de los materiales y/o productos que viajan dentro de este sistema es de suma importancia.

La importancia de mantener el buen funcionamiento de la CdS es obtener la satisfacción de los consumidores finales. En un sistema tan grande como éste, interactúan factores que pueden evitar cumplir con esta meta. Un posible escenario que dificulta esta tarea es establecer una adecuada distribución de los materiales, para brindar la mayor cantidad de producto a un costo mínimo.

A este tipo de situaciones se le conoce como un problema de flujo máximo. Para representarlo dentro de la CdS, se utiliza el apoyo de la teoría de grafos, debido a ello, se tienen en consideración diversos métodos de resolución. Uno de los métodos que brinda mejores resultados es el algoritmo NSA. Éste posee diversas características para adaptarse a este tipo de problemas y brindar una buena solución.

Los resultados obtenidos son comparados con 2 algoritmos metaheurísticos: el algoritmo genético (GA) y el enjambre de partículas (PSO). La comparación realizada, muestra que la distribución de flujo obtenida por el NSA es mejor que los metaheurísticos. No obstante, dichos algoritmos proveen 2 alternativas a emplear al momento de determinar la cantidad de producto que se desea obtener de acuerdo a las necesidades que se tengan.

Palabras Clave: NSA, Flujo en Redes, Cadena de Suministro, Teoría de Grafos.

Índice general

1. Introducción	1
2. Planteamiento del Problema	5
2.1. Descripción del Problema	5
2.2. Preguntas de Investigación	10
2.3. Hipótesis	10
2.4. Objetivos	11
2.4.1. Objetivo General	11
2.4.2. Objetivos Específicos	11
2.5. Justificación	11
2.5.1. Delimitaciones	12
3. Estado del Arte	13
3.1. Flujo en Redes de Manufactura	15
3.2. Problema del Costo Mínimo	17
3.3. Problema del Flujo Máximo	20
3.4. Algoritmo Simplex de Red	22
4. Marco Teórico	31
4.1. Cadena de Suministro	32
4.2. Flujo en Redes	33
4.2.1. Tipos de Problemas	34
4.2.2. Redes de Manufactura	36
4.3. Algoritmo Simplex	40
4.3.1. NSA	41

<i>ÍNDICE GENERAL</i>	VIII
4.4. Algoritmo Genético	43
4.5. Enjambre de Partículas	45
5. Metodología	47
6. Aplicación	51
6.1. Aplicación Teórica	51
6.2. Aplicación Industrial	60
6.2.1. Demanda Baja	62
6.2.2. Demanda Alta	70
7. Conclusiones	77

Índice de figuras

2.1. Red del Problema Expuesto en Venkateshan et al. (2008)	7
4.1. Cadena de Suministro de (Wisner et al., 2014).	33
4.2. a) Grafo direccionado y b) No direccionado (Orlin, 2016) (Prasad et al., 2015).	34
4.3. Red de manufactura (Huang, 2011).	36
4.4. Nodo Fuente	37
4.5. Nodo Ordinario	37
4.6. Nodo Combinatorio	38
4.7. Nodo Intermedio	39
4.8. Nodo de Destilación	39
4.9. Nodo de Terminación o Salida	40
4.10. Funcionamiento del Método Simplex	40
4.11. Ejemplo del Planteamiento del Método Simplex (Hillier Frederick and Lieberman Gerald, 2010)	41
4.12. Árbol de expansión factible: Fuertemente factible y No factible (Ahuja, 1993)	43
5.1. Metodología Propuesta	47
5.2. Metodología para la Abstracción de una Red	48
6.1. Red de Manufactura	52
6.2. Red Original y Red Estandarizada	53
6.3. Solución Básica Factible	54
6.4. Iteración 1	55

6.5. Iteración 2	55
6.6. Iteración 3	56
6.7. Árbol de Expansión	56
6.8. Solución con Algoritmo Genético	57
6.9. Solución con Enjambre de Partículas	58
6.10. Abstracción del Sistema de Ensamblado	61
6.11. Red de Manufactura con Demanda Baja	62
6.12. a) Red original y b) Red Estandarizada	63
6.13. Resultados obtenidos con el NSA	64
6.14. Resultados obtenidos con el GA	66
6.15. Resultados obtenidos con el PSO	67
6.16. Red de Manufactura con demanda alta	70
6.17. a) Red Original y b) Red Estandarizada	71
6.18. Resultados obtenidos del NSA con Demanda Alta	72
6.19. Resultados obtenidos con el GA	73
6.20. Resultados obtenidos con el PSO	74

Índice de tablas

6.1. Parámetros del GA	57
6.2. Parámetros del PSO	58
6.3. Tabla de resultados	59
6.4. Parámetros del GA	65
6.5. Parámetros del PSO	66
6.6. Resultados de Demanda Baja	68
6.7. Impacto Económico de la Empresa	69
6.8. Impacto Económico de los Métodos de Solución	69
6.9. Parámetros del GA	72
6.10. Parámetros del PSO	73
6.11. Resultados de Demanda Alta	75
6.12. Impacto Económico de la Empresa	76
6.13. Impacto Económico de los Métodos de Solución	76

Capítulo 1

Introducción

Actualmente las empresas compiten por expandir su cobertura en el mercado adaptándose a los cambios tecnológicos, principalmente a las preferencias de los clientes. Para afrontar esta creciente competitividad, nacen las Cadenas de Suministro (CdS) (Ornelas, 2015).

Las CdS son sistemas complejos y dinámicos que transportan bienes y/o servicios a través de los diferentes proveedores que la componen para así obtener un producto o servicio final que es ofertado a los clientes finales. La rapidez con que estos productos y/o servicios viajan a través de este sistema depende de diferentes factores, algunos de ellos son: la demanda que se tenga en el momento, el flujo de información que se posea y las políticas que cada integrante tenga (Daganzo, 2012).

Debido a que las CdS pueden ser vistas como la conexión o agrupamiento de diversas empresas son usualmente representadas como una red que transporta bienes, sean tangibles o intangibles. Las redes están presentes en diversas aplicaciones de diferentes campos de la ciencia. Las más representativas son las redes físicas, un ejemplo de ello es una red de transporte y en consecuencia, es una de las más estudiadas. Sin embargo las redes físicas no solo emplean a un problema de transporte, también son una forma de modelar escenarios en otras disciplinas como las matemáticas, química, eléctrica, comunicaciones, mecánica, etc, (Ahuja, 1993).

Debido a que el concepto de CdS y “red” están ligados, se pueden representar diferentes problemas de una manera más comprensible y manipulable. Tal es el caso del flujo de los materiales que viajan en la CdS. Este sistema tiene que asegurar que los materiales y/o productos partan desde un punto origen y lleguen hasta un punto destino, siendo su principal objetivo el agilizar dicho flujo. Éste debe de ser coordinado para cumplir en tiempo y forma los requisitos que se tengan en la siguiente fase del proceso. A este escenario se le conoce como un problema de flujo en red (Harrison, 2008) (Skiena, 1998).

Una CdS puede apreciarse en 2 formas: desde una perspectiva macro y micro. Para este caso en particular nos enfocaremos en un ejemplo donde se adaptó esta herramienta a un escenario micro: un proceso de manufactura. La red inicia con el ingreso de las materias primas que recorren la línea de producción obteniendo un producto terminado. A raíz de este enfoque nace un modelo generalizado llamado **flujo en redes de manufactura**, en este modelo se puede representar la producción de múltiples productos utilizando diversos materiales (Fang, 2003).

Las propiedades de una red de manufactura son diferentes a los de una red de distribución, esto debido a que en un sistema de manufactura existen diferentes operaciones que ocupan productos semi-terminados los cuales son ensamblados o mezclados en diferentes proporciones (Huang, 2011). Estas redes cobran importancia debido a la necesidad de distribuir de manera acertada las materias primas, sin afectar la cantidad de materiales que ingresan y el número de personas que se tienen en la operación. La distribución de los materiales otorga como principal beneficio el incremento del número de unidades producidas.

Se presenta un caso de la industria, donde una PYME fabrica diversos productos que son ofertados a otras empresas que radican en la zona industrial de Saltillo, Coahuila. Uno de los productos que elabora dicha empresa son bombas de lavadora, que son ofertadas a diferentes clientes. El principal problema que tiene es que no puede cumplir con la demanda establecida por uno de sus principales compradores, debido a

diversas restricciones en sus costos. Las restricciones consisten en el número de personal que se tiene así como los costos de almacenaje y multas por incumplimiento en el plan de producción.

Dicho escenario refleja un problema de flujo máximo, el cual consiste en enviar la máxima cantidad de materiales dentro de la red, sin aumentar los costos que se tengan dando como resultado el incremento en la producción de las unidades. Gracias a la literatura se identificó un método de solución: El algoritmo NSA. El NSA forma parte de la familia de los algoritmos simplex y dado sus propiedades se adapta fácilmente a problemas en redes de flujo. Sin embargo el hecho de pertenecer a esta familia no fue un factor decisivo, las ventajas que conllevaba su aplicación son las siguientes:

- El problema de flujo máximo puede ser modelado como un problema de costo mínimo. Siendo el resultado de éste último un árbol de expansión. El algoritmo al momento de resolver el problema, genera en cada iteración ésta misma estructura.
- Gracias a la generación del árbol de expansión se tiene garantía de que el flujo enviado desde cualquier nodo en la red no violara ninguna capacidad de los arcos hasta llegar al nodo destino.
- A diferencia del algoritmo simplex tradicional, se puede eliminar el paso de realizar los cálculos en un tabla.
- Gracias a que no se utiliza una tabla para realizar los cálculos también se puede eliminar la tarea de estar invirtiendo las matrices para obtener un resultado.
- Por último, considerando el particular caso del ensamblado de un producto, se necesita garantizar un el resultado óptimo, repercutiendo esta solución directamente en los costos y la cantidad de materiales a utilizar.

Gracias a la aplicación del NSA se obtuvo una mejor distribución del flujo dentro de la red de manufactura teniendo como principal consecuencia el incremento del producto terminado. Para tener la certeza de haber obtenido el mejor resultado, se

contemplaron otros métodos como lo son los algoritmos metaheurísticos. El algoritmo genético (GA) y el enjambre de partículas (PSO), mostraron diferentes formas de distribuir el flujo, y a pesar de que brindaron muy buenos resultados, no superaron al NSA.

El presente documento esta estructurado por secciones. En la siguiente sección se describe el problema central de la investigación y se plantean las preguntas de investigación, objetivos, hipótesis, justificación y la delimitación de la investigación. En la tercera sección se hace una revisión del estado del arte asociado con el problema que se tiene y algunos similares. En la cuarta sección se muestran los conceptos técnicos necesarios para comprender la investigación. La quinta sección consta sobre la metodología propuesta para el desarrollo y solución de la misma. En la sexta sección se muestra la aplicación en un contexto teórico y práctico, siendo la última sección dedicada a las conclusiones y trabajo futuro.

Capítulo 2

Planteamiento del Problema

En esta sección se realiza una descripción del problema a analizar, nacen las preguntas de investigación, las hipótesis, los objetivos y la justificación, a su vez también se definen las delimitaciones de la misma.

2.1. Descripción del Problema

El concepto de manufactura ha estado continuamente innovándose tanto en sus procesos como en sus herramientas. Tradicionalmente cuando se utiliza el término *manufactura*, se hace referencia a un proceso de producción industrial en el cual, las materias primas son transformadas en productos terminados para ser ofertados a un cliente o consumidor final. Debido a la necesidad de satisfacer en su totalidad a los consumidores finales, en los últimos años ha habido un gran desarrollo en la tecnología y en consecuencia ha revolucionado los procesos concernientes en dicha área.

La industria manufacturera, además de buscar tecnologías que ayuden a agilizar la producción, buscan la reducción de los costos de fabricación y al mismo tiempo que el producto final cumpla con los estándares de calidad establecidos. Un ejemplo está en la industria química, los procesos de fabricación de materiales sintéticos contienen instrucciones precisas respecto a la combinación de sus reactivos, esto para obtener el producto deseado. Así mismo, este escenario se observa en la industria alimenticia al momento de cumplir con los estándares internacionales de calidad del producto. Otros

sistemas de manufactura como la industria automotriz aplica el concepto de ensamble. Por definición “ensamble” es la unión de diversos elementos que se ajustan entre sí creando un producto final. Este producto final puede estar compuesto por subensambles y a su vez cada subensamble por otros. Debido a esta situación, los materiales no pueden ser cuantificados en la misma manera, debido a que no siempre se utiliza la misma cantidad para cada elemento (Huang, 2011).

Una forma de representar estos procesos de manufactura es mediante el análisis de flujo en redes. Esta herramienta a pesar de ser mayormente utilizada en problemas de transporte, puede ser adaptada y empleada para resolver problemas de flujo de materiales en sistemas productivos. La adaptación de esta herramienta a un ambiente de manufactura, recibe el nombre de **flujo en redes de manufactura** (Fang, 2003). Este término nació como un modelo matemático generalizado para representar de forma abstracta los conflictos que existen en ésta área. La diferencia principal que posee la aplicación de esta herramienta en la manufactura se encuentra en los diferentes tipos de nodos que existen y las características y funciones que posee cada uno de ellos.

Los escenarios en que se desarrollan las redes de flujo de manufactura pueden verse desde dos perspectivas: macro y micro. El enfoque micro es una representación de un proceso de manufactura. Mientras que el enfoque macro puede ser vista como una red que involucre diversas empresas que tengan como objetivo ofrecer un producto final, tal como Venkateshan et al. (2008) presentó en su trabajo. En la Figura 2.1 se muestra el grafo del problema expuesto, que consiste en que cada cluster tiene una demanda específica de un producto final en particular, cada unidad está conformada por un porcentaje del componente 1 y del componente 2. Para satisfacer la demanda del cluster 1, el ensamblador requiere un suministro de los componentes en las cantidades apropiadas. La complejidad radica en que no se puede plantear la demanda de un producto en las demandas particulares de sus componentes.

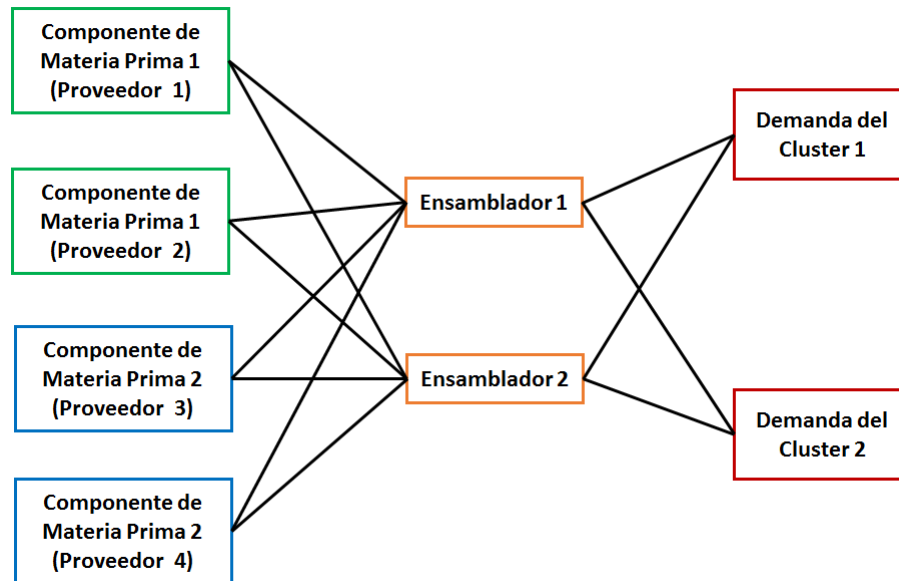


Figura 2.1: Red del Problema Expuesto en Venkateshan et al. (2008)

Esto tiene una relación estrecha con la metodología MRP, sin embargo el enfoque que los autores dan a este caso de estudio es realizar la adecuada distribución de las materias primas para cubrir la demanda que se tiene. En otras palabras, cuanta materia prima se necesita enviar por la red de manufactura, para no generar cuellos de botella, sin incrementar los costos de almacenaje y además, de ser posible reducir o mantener los costos de producción, teniendo como objetivo maximizar la cantidad de producto terminado. Gracias a la teoría de grafos y a la adaptabilidad de las redes de flujo a la manufactura este escenario puede ser modelado como un problema de costo mínimo.

El problema de costo mínimo consiste en obtener el costo más bajo de envío de un producto a través de una red con el fin de satisfacer las especificaciones de los nodos intermedios entre el punto de origen y el punto destino. Este escenario tiene diversas variantes y una de ellas es el problema de flujo máximo. El problema de flujo máximo consiste en enviar materiales a través del sistema (un nodo origen y un nodo destino) buscando los caminos más viables para hacerlo. Ambos problemas comparten una propiedad la cual ayudó a los autores a resolver el problema planteado, la dualidad. Al momento de utilizar el concepto de *dualidad* se pretende establecer que un problema de flujo máximo se pueda representar como un problema de costo mínimo

y viceversa (Ahuja, 1993). Cada uno de estos problemas requiere información distinta para trabajar y por lo general ésta suele ser una de las razones principales por las cuales se utiliza dicha propiedad.

En el ejemplo tomado de la literatura se modeló dicho escenario como un problema de costo mínimo, gracias a la propiedad de dualidad antes mencionada los autores plantearon la siguiente programación lineal en base a la red:

$$\text{Minimizar } c^t z \quad (2.1)$$

s.a.:

$$Az = d \quad (2.2)$$

$$Bz = 0 \quad (2.3)$$

$$LB \leq Z \leq UB \quad (2.4)$$

Para resolver el problema de costo mínimo, los autores emplearon un algoritmo adaptado especialmente para problemas de flujo en redes. Este algoritmo es el **método de resolución de red simplex**, mejor conocido como **NSA** (por sus siglas en inglés *Network Simplex Algorithm*) y se caracteriza por resolver problemas lineales en redes a diferencia del simplex clásico (Huss, 2013) y (Venkateshan, 2008). Fue creado por Danzing en los años 50, éste adaptó su propio algoritmo para resolver un problema de flujo en red, específicamente un problema de costo mínimo (Disser, 2015). La principal diferencia que existe entre ambos algoritmos, es que al momento de utilizar el algoritmo simplex tradicional en un problema de flujo en red se tendría una programación lineal (PL) difícil de manejar además de ser altamente *degenerativa* (Huss, 2013).

No obstante los autores, hablan sobre un escenario macro, una CdS sencilla, donde existen 4 proveedores, 2 ensambladores y 2 clientes. Sin embargo el escenario macro presenta un enorme reto, debido al sin número de factores internos y externos que

interceden en el desarrollo y composición de dicho sistema. Ésto sin contar con percances que puedan surgir en el momento, convirtiendo al sistema impredecible.

El segundo escenario se enfoca en una situación micro. Este caso puede identificarse de manera más fácil y se puede controlar. El ejemplo es sencillo: el ensamble de un producto. El sistema de producción de una PYME es el ambiente ideal para poder observar de manera más concreta y notoria la problemática de esta investigación.

La PYME en cuestión elabora diferentes productos y los ofrece a diversas empresas del asentamiento industrial de la zona. Uno de sus principales clientes es una empresa que elabora diversos electrodomésticos, entre ellos, lavadoras. Debido al tipo de cliente que se tiene, se debe de cumplir con los requerimientos de producción en cuanto al suministro de los artículos que dicho cliente solicite. El principal insumo que provee la PYME son las bombas de lavadoras. En el pasado se tuvieron dificultades debido a que a veces se podía cumplir con el requerimiento del cliente y cuando no se cumplía en su totalidad se debía de reponer la unidades faltantes en el siguiente pedido, ocasionando paulatinamente un incremento en la cantidad de unidades a producir y a su vez un retraso en la producción.

Debido a lo anterior, se tienen diversas restricciones a considerar que impiden cumplir en su totalidad con las solicitudes del cliente. La principal restricción es el costo de contratar más personal, ésto sin duda aumentaría el nivel de producción sin embargo traería otros problemas, como el incremento en los costos de almacenaje de las unidades que estuvieran guardándose por sobre producción.

Entonces, el problema centrar radica en determinar la distribución del flujo de materiales dentro de la red de manufactura, de tal manera que con el personal que se tiene aumente el número de unidades producidas, se cumpla con la demanda del cliente y sea eliminado el costo de almacenaje.

2.2. Preguntas de Investigación

- Teniendo en cuenta que la proporcionalidad muchas veces no brinda un resultado discreto, ¿cuál será el comportamiento que presente el NSA con respecto a la proporcionalidad de las redes de manufactura?
- ¿Cuál será la diferencia de utilizar un NSA sin modificar en lugar de emplear uno con modificaciones?
- ¿Qué modificación en general se podrá realizar al NSA para poder obtener una solución óptima además de facilitar su pivotaje y manipulación de variables?
- Existen algoritmos tipo simplex de punto exterior e interior, combinando este tipo de algoritmos con el NSA, ¿se podrá obtener un mejor resultado, sin importar que el NSA no se le hagan modificaciones como tal?
- ¿Será más efectivo realizar una hibridación del NSA con otro algoritmo de naturaleza no exacta en lugar de aplicar solamente el NSA?

2.3. Hipótesis

H1: El algoritmo exacto podrá brindar mejores resultados que los algoritmos metaheurísticos en cuanto a la distribución del flujo en la red de manufactura.

H2: La adaptación de una red de manufactura a un proceso, podrá brindar una solución en la determinación de la adecuada distribución del flujo de los materiales.

H3: La distribución del flujo dentro de una red de manufactura asegurará la fluidez del proceso, el incremento del nivel de producción y la reducción de costos.

2.4. Objetivos

2.4.1. Objetivo General

Aplicar la metodología de teoría de grafos en un proceso de manufactura, tomando en cuenta las actividades de ensamble, logrando su modelado y por consiguiente facilitar su resolución.

2.4.2. Objetivos Específicos

1. Identificar cada una de las etapas de un proceso de manufactura, segmentarlo y definir cada una de las capacidades y proporcionalidades que el sistema requiere.
2. Verificar la topología de una red de manufactura para identificar y analizar sus propiedades.
3. Aplicar el NSA y analizar el comportamiento que tiene dentro de la red y los efectos que su pivotaje ocasiona dentro de la misma.
4. Determinar si se realiza una modificación o hibridación del NSA para obtener la mejor solución al problema.
5. Validar los resultados obtenidos respecto al comportamiento del sistema.

2.5. Justificación

Desde la creación del Tratado Libre Comercio de América del Norte, México tuvo un acelerado crecimiento en el sector manufacturero. Este crecimiento se observó de una manera más sobresaliente en la frontera del país, debido a la facilidad con la que se pueden enviar productos a Estados Unidos y Canadá.

Actualmente en el país las empresas manufactureras están localizadas en su gran mayoría en estados colindantes con Estados Unidos, reconocidas por sus procesos altamente eficientes y tecnología de punta, han llegado a ser líderes en los diversos procesos de manufactura que se tienen junto con la manipulación de las materias primas

que se utilizan. Además de brindar un derrame económico enorme en la zona donde operan.

Las empresas tienen diversas necesidades al momento de reducir sus costos, y así ser más rentable la creación de sus productos. Uno de los puntos que más influye es la manipulación de las materias primas y como éstas viajan por el sistema, esto repercute directamente en la reducción de los costos y el incremento de la cantidad de productos a producir.

2.5.1. Delimitaciones

El problema de flujo máximo en una red de manufactura puede ser semejante a un problema de balanceo de línea. Sin embargo es importante definir que el principal objetivo de un balanceo de línea es igualar los tiempos de operación en cada estación de trabajo tomando en cuenta diversas variables como: inventarios, tiempos y entregas parciales de los materiales, entre otros.

El problema de esta investigación consta de enviar materias primas y distribuir las de tal manera que se pueda obtener la mayor cantidad de producto terminado a un bajo costo.

La delimitación principal será resolver dicho problema aplicando el NSA y realizar una comparación con algoritmos metaheurísticos. Además de solo analizar el comportamiento de los materiales dentro del sistema, bajo el supuesto que las estaciones de trabajo no fallen, que el material este siempre disponible y no existan retrasos de ningún tipo.

Capítulo 3

Estado del Arte

Desde mediados del siglo pasado, al término de la Segunda Guerra Mundial surge la necesidad de mejorar los procesos que se tenían, siendo la clave del desarrollo de cada país. Uno de los ámbitos a mejorar son las Cadenas de Suministro (CdS) las cuales jugaron un papel muy importante en la guerra, siendo la clave del éxito. No obstante para mejorar estos sistemas se tuvieron que recurrir a instancias científicas. Para fines de esta investigación se centrará especial atención en una CdS enfocada en el ámbito de manufactura. Esta adaptación está diseñada para coordinar el suministro de partes, la acción de ensamblaje y la distribución del producto final de una manera que beneficie tanto a proveedores, ensambladores y clientes, siendo esta sección una parte fundamental de una CdS aún mayor (Pereira, 2016).

Existen diversos sistemas de manufactura y cada uno con características muy específicas, ya sean estos modelos asíncronos, síncronos y/o continuos. Dallery y Gershwin (1992) mencionaron que estos sistemas pueden también restringir ciertas cosas como el tiempo de procesamiento, fallas y reparaciones para poder obtener propiedades como la conservación del flujo de materiales. Los sistemas de líneas de flujo de materiales (también conocidos como líneas de producción) consisten en 3 elementos básicos: materias primas para trabajar, estaciones de trabajo y áreas de almacenaje. Para analizar estos escenarios se tienen dos métodos: métodos exactos y métodos aproximados.

Para poder decidir que tipo de método de análisis se empleará en el sistema se

tienen que tomar en cuenta diversos factores. El primer aspecto es considerado por Paquet et al. (2004) donde mencionó la importancia del diseño de dichos sistemas debido a que en la topografía del mismo, se podría trabajar para poder realizar modificaciones o inclusive mejoras. De manera similar Zhuge (2006) mencionó que este diseño debe de ser realizado por personal que tiene experiencia en el proceso además de facilitar la planeación de las tareas y tener un mayor control de los procesos logísticos. Debido a la importancia del diseño de las líneas de flujo, en la literatura científica existe una rama de las matemáticas llamada *teoría de grafos*, la cual ayuda a representar de forma adecuada dichos sistemas. Fang y Qi (2003) definieron por primera vez el término de **flujo en redes de manufactura**, debido a que descubrieron que los escenarios de la manufactura eran difíciles de abstraer con el fin de facilitar su manipulación. Además que gracias a este nuevo modelo se tenía la ventaja de poder modelar diversos materiales que entraban al sistema de producción para la obtención de subproductos o algún producto terminado.

A partir de los principios de la teoría de grafos, se definieron las redes de manufactura, éstas contienen casi las mismas propiedades que las redes de distribución. Las redes de distribución también son conocidas como redes de transporte. Un trabajo que menciona algunas de sus propiedades es el realizado por Banasiak (2016) donde mencionó la función de las matrices adyacentes en estos escenarios y la facilidad que éstas aportan al momento de resolver algún problema que se presente en el grafo. Un caso de esta aplicación es el realizado por Lin y Tordesillas (2014) donde aplicaron dichas redes para entender el comportamiento de la fuerza de transmisión de la densidad granular de los materiales. El problema que plantearon fue un problema de costo mínimo/flujo máximo donde obtuvieron la mayor fuerza de transmisión a un costo mínimo.

Se tiene registro que desde antes de que apareciera el término de flujo en red, estos escenarios ya se presentaban, un ejemplo es el trabajo realizado por Helber (1998) el cual mencionó que tenía un sistema de manufactura el cual realizaba tareas de ensamblaje y descomposición de productos. La topografía del sistema ayudo enormemente a su análisis, donde se utilizó la herramienta de las Cadenas de Markov para determinar

el desempeño que tenía el sistema.

En base a todo lo anterior, Ahuja et al. (1993) y Ahuja et al. (1995), mencionaron que existen 3 problemas icónicos de la teoría de grafos los cuales afectan a todas las redes, entre ellos esta el problema del camino más corto, flujo máximo y costo mínimo. Dentro de estos 3 problemas se pueden derivar otros subproblemas y obtener diversos escenarios.

3.1. Flujo en Redes de Manufactura

A pesar que el término de *flujo en redes de manufactura* es relativamente nuevo, se ha visto en la literatura diversas aplicaciones de este modelo. Antes de formalizar dicho término, en 1995, Sinriech mostró una recopilación de casos en los cuales se aplicaron los modelos de flujo en redes en sistemas de manufactura. Se resaltaron las facilidades que estos modelos aportaron en cuanto a la manipulación de los materiales dentro del proceso y brindaron diversas opciones de configuraciones respecto a la distribución de las estaciones de trabajo y por consiguiente el flujo que debieron de tener los materiales dentro del sistema.

Un caso particular de esta aplicación es mencionada por Armentano et al. (1999) donde dieron a conocer sobre la facilidad de poder plantear un modelo matemático en forma de un problema de costo mínimo para determinar el costo de producción y que además el sistema pudiera hacer frente a la demanda de dicho producto. Para la resolución de este modelo se utilizó un método de Branch-and-Bound. Este concepto fue creciendo hasta que Zhao y Fang (2002) hicieron mención sobre las ventajas de integrar un sistema de manufactura y una red de flujo como uno. Mientras que Foulds y Neumann (2003) implementaron la metodología de flujo en redes para un problema de costo mínimo, en la resolución de la integración de maquinas individuales y la formación de celdas de manufactura.

Una vez formalizado el término, en el 2005 Mo et al., plantearon un modelo sim-

ple. Este sistema lo utilizaron para caracterizar dicho escenario, debido a que también le agregaron las propiedades de una red multiproducto. En este escenario se buscó obtener el costo mínimo tomando en cuenta algunas variables limitadas. Para resolver este problema los autores desarrollaron un **algoritmo simplex de red** modificado (NSA).

En otro trabajo realizado por Venkateshan et al. (2008) se empleó un modelo generalizado de flujo en red de manufactura. La particularidad de estas redes radicó en la proporcionalidad que deben de tener los nodos al momento de ensamblar los componentes para crear un producto final. Los autores desarrollaron un NSA para resolver el problema de costo mínimo.

Otro trabajo relacionado con las redes de manufactura fue el realizado por Huan (2011) donde modela una CdS de la compañía Apple, esta red elabora los productos clásicos de esta marca y el objetivo principal es maximizar el flujo de las materias primas, convirtiéndose en un problema de flujo máximo y al mismo tiempo minimizar los costos de fabricación siendo también un problema de costo mínimo. El problema se resolvió con un NSA modificado.

Dentro de las redes de manufactura existen 2 tipos de escenarios, el primero es el ensamblaje de un producto y el segundo escenario es la descomposición de ellos. En el trabajo realizado por Wan y Lin (2016) donde plantearon un problema en una red de manufactura que se dedica a la descomposición de un producto o materia prima en diversos componentes o subproductos. Exponen el ejemplo del petróleo siendo éste una materia prima que se descompone en diversos productos tales como gasolina, diesel, gas, entre otras cosas. El objetivo que ellos querían lograr fue el aumento de la descomposición del flujo dentro del sistema, planteando así un problema de flujo máximo y a su vez su problema dual de costo mínimo. Se adaptó un NSA para lograr dicho objetivo.

Los autores Holzhauser et al. (2016) describieron un escenario similar donde modelaron una red de manufactura enfocada a la descomposición del material cuyo ob-

jetivo era el maximizar el flujo de dicha descomposición. Sin embargo la peculiaridad de dicho escenario radicó en que la red contenía la característica de ser acíclica, a raíz de ello los autores determinaron una forma de poder saber la cantidad de flujo que será emitida en cada arco de la red. Además esto originó una generalización del problema de flujo máximo a cualquier topografía de red.

3.2. Problema del Costo Mínimo

En la sección anterior se describió la evolución que ha tenido el concepto de flujo en redes de manufactura, sin embargo dentro de todos estos trabajos en la literatura, resaltan 2 problemas de importancia: costo mínimo y flujo máximo. Estos problemas comparten la relación de la dualidad, por lo tanto al resolver un problema por default se resuelve el segundo. En esta sección se enfocará a la revisión del problema de costo mínimo.

El problema de costo mínimo a sido ampliamente estudiado desde el nacimiento de las redes de flujo. Aunado a ello, también se han desarrollado y propuesto diversos métodos de solución para hacer frente a este problema. Uno de ellos es mencionado por Helgason y Kennington (1995) quienes propusieron un algoritmo de la familia simplex: un algoritmo simplex primal. Esta propuesta surgió en base a la estructura de programación lineal que presenta este problema en las redes. Así mismo en el trabajo realizado por Adlakha y Arsham (1998) se planteó un problema de costo mínimo en problemas de transportación y de comunicaciones. Se construyó una programación lineal para implementar el algoritmo simplex, sin embargo el método simplex propuesto en este trabajo inicia teniendo un conjunto incompleto de variables básicas y termina completando dicho conjunto mientras “empuja” hacia el vértice final. Si este resultado empuja demasiado hacia la inviabilidad, el siguiente paso “jala” hacia una solución más viable. Ambas fases usan el método de pivoteo Gauss-Jordan el cual se utiliza en problemas comunes del método simplex primal y dual.

Otro trabajo realizado por Calvete (2003) donde expuso un problema de flujo igua-

lativo, fue transformado a un problema de costo mínimo con restricciones adicionales las cuales requieren que en un grupo de arcos el flujo tome el mismo valor. Este tipo de problemas se ven generalmente en problemas multi-períodos logísticos los cuales toman en cuenta las restricciones de políticas. Sin embargo, las bases del problema general de flujo igualativo no son árboles de expansión, pero se caracterizaron las bases de este tipo de problema y se llegó a la conclusión que tienen sus orígenes en redes tipo bosque, para ello se implementó un algoritmo primal simplex.

En otro caso de estudio Paparrizos et al. (2009) expuso un problema de costo mínimo el cual fue solucionado con un nuevo algoritmo de punto exterior perteneciente a la familia simplex. La idea principal de este algoritmo fue calcular 2 flujos: uno básico pero no siempre factible y el otro es factible pero no siempre es básico. Wang et al. (2009) presentaron una red de manufactura de destilación donde el objetivo era resolver el problema de costo mínimo. Para resolver dicho problema utilizaron un NSA modificado especialmente para la adaptación a los nodos de descomposición que se presentan en dicha red.

Así mismo Kolisch y Heimerl (2012) describieron la aplicación del problema de costo mínimo en la asignación de proyectos en el área de recursos humanos. Los autores describen la complejidad de esta tarea debido a las diferentes habilidades que tiene el personal y resulta difícil el poder clasificarlas. Para ello el problema se modeló con una red y se resolvió con una metaheurística (un algoritmo genético), para determinar la correcta asignación de los proyectos al personal ya existente.

Su et al. (2013) resolvió un problema de programación pre-emptiva en máquinas paralelas con ayuda de flujo en redes. Se planteó como un problema de costo mínimo. Morrison et al. (2013) describió un problema de costo mínimo en una red generalizada, la diferencia radicó en el establecimiento de la restricción que cada arco en la red debería de contener la misma cantidad de flujo. Debido a la estructura del problema se implementó el NSA, éste realiza las operaciones dentro de la red misma, sin embargo se pueden implementar otros algoritmos que ofrecen esta misma cualidad.

Otro caso de estudio donde se presenta el problema de costo mínimo es en el trabajo realizado por Confessore et al. (2013) donde se enfocaron a resolver el problema del ruteo de los vehículos autónomos en las líneas de producción. El objetivo principal era encontrar la ruta que brinde el costo mínimo dentro de la red. Los nodos son representados como la tarea que deben de realizar considerando diversas variables como el peso, asegúnes del sistema, tiempo de duración de la batería de dichos vehículos, entre otras. Para la resolución de este problema se utilizó una heurística. No obstante, Paraskevopoulos et al. (2016) en su trabajo utilizó un algoritmo evolutivo para hacer frente a un problema con una red multiproductos, la cual consta de la entrada de diversos materiales y la salida de diversos productos. La complejidad radicó en obtener el costo mínimo de la ruta por la cual viajaran estos productos, para lograr este objetivo se implementó un algoritmo evolutivo de búsqueda local.

Por último se detectaron diversos casos del problema de costo mínimo en ambientes dinámicos, realizado por Nasrabadi y Hashemi (2010) en el cual describieron un modelo en tiempo discreto, tomando en cuenta diversas variables como el tiempo de tránsito, costos y capacidades transitorias, costos de almacenaje y sus capacidades. El objetivo fue encontrar un flujo que perdurara a través del tiempo el cual cumpliera con las condiciones de demanda, almacenaje y tránsito. Para lograrlo, se implementó una versión discretizada de un algoritmo del camino más corto. Otro trabajo realizado en este ámbito, fue el de los autores Bozhenyuk et al. (2015) realizaron un estudio desarrollado en el metro de la Federación Rusa donde establecieron una red dinámica que contenía parámetros difusos, para resolver este escenario los autores utilizaron un algoritmo del camino más corto de Ford y Bellman.

A continuación se muestra la revisión de literatura sobre el problema de flujo máximo, el cual guarda una estrecha relación con el problema de costo mínimo.

3.3. Problema del Flujo Máximo

El segundo problema más importante en redes de flujo es el problema de flujo máximo. Este problema consiste en tener un nodo fuente y un nodo destino, entre estos dos nodos existen una n cantidad de nodos los cuales ayudarán a la transformación y tránsito del flujo en la red, buscando siempre los caminos donde se pueda enviar la mayor cantidad del mismo sin violar la restricción de capacidad de los arcos que unen dichos nodos.

El problema de flujo máximo ha sido estudiando en los últimos años así como el problema de costo mínimo, a su vez también han surgido diversos algoritmos que brindan un resultado para dichos problemas. Goldberg y Tarjan (2014) describen en su trabajo diversas generalizaciones de este problema y algunos algoritmos utilizados para calcular dicho flujo siendo el más icónico el de Ford-Fulkerson. No obstante, Çalışkan (2008) utilizó un algoritmo de doble escalamiento para resolver este problema teniendo como aporte que el algoritmo propuesto es mucho más rápido para resolver este escenario. En el 2012, Çalışkan realizó un trabajo donde se tenía un problema de flujo máximo restringido, esto quería decir que para cada capacidad de los arcos se tenía un costo específico el cual se tenía que respetar. Este problema aparece en diversos escenarios, principalmente en la logística y telecomunicaciones. Para resolverlo, el autor empleo un NSA.

El caso de estudio realizado por Tahmasbi et al. (2013) donde estableció un problema de flujo máximo existían fallas aleatorias dentro de la red. Esto dio origen a contemplar un dato extra en la red además de la capacidad de cada arco, se tuvo que contemplar cual era la probabilidad de que un arco fallará. Para resolver este problema se realizó una simulación con una red pequeña que aproximaba las probabilidades. Este tipo de redes incluyen una variable intrínseca que es la incertidumbre. Han et al. (2014) hicieron un trabajo referente a resolver un problema de flujo máximo en una red que contiene la característica de la incertidumbre en sus variables. Para hacer frente a este problema trabajaron bajo la teoría de incertidumbre y utilizaron el método de los

99, esto dio una distribución a la incertidumbre del problema, obteniendo así un valor esperado del flujo máximo.

En otro caso de estudio realizado por Illés y Molnár-Szipai (2014) hablaron sobre un problema de flujo máximo donde los límites inferiores eran distintos a cero. Para poder resolver este tipo de problemas tuvieron que transformar la red en una más grande donde se respetará la condición de que el límite inferior sea cero, así al momento de obtener una solución óptima en la red más grande también obtendrían la solución óptima para la red más pequeña, en este caso, donde los límites inferiores fueran diferentes a cero. Para lograr la obtención de una solución óptima los autores emplearon un algoritmo simplex de acumulación monotónica (MBU por sus siglas en inglés), el cual se ejecuta en un tiempo polinomial muy fuerte en la red más pequeña. La ventaja que presenta este algoritmo de la familia simplex es que inicia con una solución básica y disminuye el número de variables factibles sin permitir que ninguna de ellas se vuelva no factible.

Una aplicación más clara de este problema podría representarse con el trabajo realizado por Schade y Strehler (2016) donde describieron una red direccionada la cual representa el trayecto de desembarque de la carga, el acomodo en el puerto y su transporte. A su vez también se contempló la carga del nuevo envío que el barco realizará y la trayectoria que debe de seguir dentro del puerto. No obstante, en este caso de estudio los autores detectaron que en cierto punto de la red estos dos arcos se intersectan, aumentando la dificultad del problema, así mismo al momento de aplicar los algoritmos tradicionales no pudieron obtener los caminos aumentados de la red. Entonces en vista de lo anterior, para hacer frente a este escenario utilizaron un algoritmo de aproximación propuesto por Garg y Könemann en el 2007.

Otra aplicación de este problema se expone en los siguientes trabajos. El primero es el realizado por Homayounnejad y Bagheri (2015) donde describieron un problema de flujo máximo en una red de sensores inalámbricos. Se utilizó un método de empuje y re-etiquetado. En este método se utilizaron diversas técnicas como heurísticas para

lograr diversos objetivos como una comunicación asíncrona, reducir la complejidad de los mensajes, adaptabilidad, entre otras. En el segundo caso, realizado por Li et al. (2017) donde trabajan con una red de tolerancia al retraso, estas redes son principalmente utilizadas en los sistemas de comunicación como en el Internet, redes satelitales, redes de sensores, entre otras. El problema que se describe en el trabajo consistió en que se agregó una red la cual considera el tiempo agregado a la transmisión de los datos, este tipo de redes normalmente se pueden resolver con un algoritmo para el camino más corto, sin embargo estas redes combinadas complican el escenario. Para resolver esta combinación se utilizó un algoritmo el cual hace la función de guardar el tiempo de la red, así solo se enfoca sobre la capacidad de las conexiones en cuanto a los datos para obtener el flujo máximo.

Anteriormente se hablo sobre el término de flujo en redes de manufactura y la evolución que ha tenido dicho concepto. Además de identificar los principales problemas que aparecen en este tipo de escenarios y las diferentes formas de resolverlo. Entre estas opciones la más sobresaliente es la aplicación del NSA, a continuación se presenta una revisión de la literatura respecto a este método de solución.

3.4. Algoritmo Simplex de Red

La teoría de grafos es una herramienta muy útil debido a que su principal forma de modelar los problemas que se tienen es mediante las redes. Como se ha mencionado anteriormente, las redes son utilizadas en diferentes aplicaciones tanto de forma física como de forma abstracta, por lo mismo a surgido la necesidad de optimizar dichos sistemas. En el trabajo de Ahuja et al. (1995) se mostró una reseña sobre la importancia del entendimiento de estos sistemas, sus características y los diferentes métodos que existen. Una herramienta que ayuda a la fácil comprensión y resolución de dichos problemas es la programación lineal (PL).

Uno de los algoritmos más versátiles que existe en PL es el algoritmo simplex, sin embargo ha tenido la necesidad de ir evolucionando y adaptándose a diferentes entor-

nos debido a la naturaleza de los problemas que se presentan día a día. En el trabajo realizado por Jungnickel (2013) se definió una adaptación del método simplex a la disciplina de teoría de grafos, ayudando a resolver problemas de esta índole como son el del camino más corto, flujo máximo, flujo óptimo, circulación óptima y costo mínimo, entre otros, naciendo así el NSA.

A lo largo de los años han surgido diferentes aplicaciones y adaptaciones de este método, un ejemplo de ello es el trabajo presentado por Cunningham (1976), el cual trabajó una serie de modificaciones combinatorias simples para los problemas de transbordo y de costo mínimo. El objetivo que se planteó fue el de implementar algoritmos que operaran de forma combinatoria en un grafo en lugar de una forma aritmética en las matrices. Para el problema de transbordo se utilizó un algoritmo simplex y para el problema de costo mínimo, se utilizó el método simplex de límite superior primal. Para poder lograr dicho objetivo Cunningham hizo una serie de modificaciones. Cuando los problemas lineales son no degenerativos los algoritmos son finitos, cuando los problemas son altamente degenerativos se dice que el peso del nodo, denotado por la letra b es un número entero. En particular, para el problema de transbordo el método simplex se vuelve cíclico. La degeneración se maneja modificando a b para crear un nuevo problema de tipo no degenerativo con una solución factible (óptima), esta solución óptima del nuevo problema es la solución óptima del problema original. Esta modificación implicó hacer operaciones adicionales las cuales tuvieron como resultado la indeseada propiedad de convertir números enteros en no enteros. En cuanto al problema de costo mínimo, se dio una modificación combinatoria degenerativa para el método simplex de límite superior primal para un problema de flujo máximo, siendo este último una variación del problema de costo mínimo, se utilizó para asegurar la finitud del algoritmo primal-dual aplicado a un problema de flujo de costo mínimo.

El problema de costo mínimo puede variar dependiendo de las características que posea la red, un ejemplo de ello es el trabajo de Adlakha y Arsham (1998) en el cual resolvieron un problema de costo mínimo en una red direccionada, siendo el origen el nodo “s” y el destino el nodo “t”. El problema de costo mínimo se presenta en di-

versos problemas de transporte y de comunicación. Se procedió a construir la PL para posteriormente desarrollar el NSA, sin embargo el método propuesto en este trabajo inició teniendo un conjunto incompleto de variables básicas y terminó completando dicho conjunto mientras “empujó” hacia el vértice final. Si este resultado empujaba demasiado hacia la inviabilidad, el siguiente paso lo “jalaba” hacia una solución más viable. En ambas fases se utilizó el método de pivoteo Gauss-Jordan el cual se utilizó en problemas comunes del método simplex primal y dual.

El algoritmo simplex se extiende a otra modificación: el algoritmo primal dual, el cual fue utilizado por Paparrizos et al. (2003) donde realizó una comparación con el algoritmo simplex tradicional. Las ventajas que tiene este nuevo algoritmo son la simplicidad en su implementación, el bajo costo y un sorprendente rendimiento computacional. Este algoritmo también puede ser combinado con técnicas de punto interior. Este nueva proposición a demostrado ser mejor que el algoritmo clásico simplex.

A pesar de que en diversos trabajos solo se enfocan a la PL tradicional y que puede ser resuelta por el algoritmo clásico simplex, existe otro tipo de PL llamada PL a trozos y fraccional. En el trabajo realizado por Pandey y Punnen (2007) consideraron una generalización del método simplex para resolver este tipo de problemas. No obstante, a medida de que los problemas fueron evolucionando y teniendo en consideración más características, se tuvo que encontrar la forma de poder resolverlos. En el trabajo realizado por Yeh y Corley (2009) se habló sobre los problemas de optimización con restricciones, donde el método simplex ha probado ser una gran ayuda en la resolución de problemas pequeños y medianos de PL. Si bien ha sido de utilidad este algoritmo, se ha desarrollado un nuevo algoritmo simplex de coseno directo el cual sirvió de ayuda para el método simplex tradicional. Esta modificación realizada al simplex ayudó a elegir las variables de entrada en lugar de la regla tradicional, esto fue de gran utilidad y se observó al momento de hacer las iteraciones.

Es importante tener presente las grandes diferencias que existen entre el algoritmo simplex y el NSA, en el trabajo realizado por Eroglu (2013) habló sobre la relevan-

cia del NSA al momento de resolver un problema de transporte en una red, queriendo obtener la ruta con el menor costo. Gracias a este algoritmo la convergencia de la PL fue más eficiente a comparación del simplex clásico. Por otro lado el trabajo de Disser y Skutella (2015) se mostró la comparación del método simplex clásico, NSA y el algoritmo sucesivo de la ruta más corta. Éstos fueron problemas importantes de NP, esto es, que cada uno de estos algoritmos se utilizó para resolver problemas de estilo NP-duro. Esto trae una nueva luz a este tipo de algoritmos.

Siendo los trabajos anteriores casos donde se aplica el método NSA y sus modificaciones para los problemas de flujo en redes, se consideró la opción de tomar en cuenta los problemas dinámicos en este rubro, poniendo a prueba al NSA con el objetivo de observar si funcionaba con la misma eficiencia en un caso dinámico. Un trabajo sobresaliente sobre este campo, es el de Aronson (1989) el cual recopiló los diferentes tipos de redes dinámicas que existen y los diferentes métodos que se utilizan para su resolución, tomando en cuenta las características que tiene cada red de estudio. En este trabajo se hizo referencia a los problemas de redes dinámicos los cuales hicieron su aparición en el campo de la producción en una manera frecuente, especialmente en la producción de multiproductos y en la reducción de costos de éste. Otro trabajo relacionado, es el realizado por Raymond et al. (2010) en el cual expuso que el algoritmo mejorado primal simplex (modificación del NSA) es un método para la reducción dinámica de las restricciones y particularmente eficiente en problemas de programación lineal degenerativos. Este método de solución reduce el tiempo de cálculo en un factor de 3, en algunos problemas que fueron comparados con la implementación comercial del programa CPLEX.

En otro trabajo realizado por Rashidi (2014) habló sobre la PL, es un problema que se ve en cualquier ámbito y que esta sujeta a diversos cambios repentinos propios de un ambiente altamente dinámico. El objetivo de este trabajo fue responder a estos cambios y resolver el problema de una manera rápida y efectiva, además que esta solución ayudaría a resolver problemas futuros. Para este fin se propuso un algoritmo NSA dinámico el cual es al menos 100 veces más rápido que el algoritmo tradicional

simplex, sin embargo para lograr una programación dinámica como un problema de gran escala llevaría tiempo, especialmente al momento de hacer un modelo del nuevo grafo para resolverlo. El enfoque del algoritmo dinámico es actualizar el modelo del grafo y reparar el árbol de expansión cuando surgen cambios.

Como se mencionó con anterioridad las redes de manufactura tienen la característica de ser árboles de expansión y por lo tanto trabajar con el algoritmo NSA facilita la tarea de su resolución. No obstante se han hecho diversas propuestas para hacer más eficiente o más fácil el uso de éste algoritmo. En este trabajo Goldberg et al. (1991) propuso una nueva regla de pivotaje en un problema de red con el algoritmo NSA, el cual resolvió el problema de flujo máximo reduciendo las iteraciones y el tiempo en que se hace cada iteración. Lo anterior se logró gracias a la extensión de los árboles de expansión dinámicos, los cuales son esenciales cuando se aplica este método. Una aportación de este trabajo fue poder combinar los valores de los vértices sobre subárboles, siendo que la estructura original solo estaba soportada por la combinación de caminos, sin embargo esta modificación no es exclusiva de algún problema en específico, Helgason y Kennington (1995) explicaron como los algoritmos NSA han sido extendidos a problemas generalizados de redes, como por ejemplo, redes de multiservicio y redes con restricciones arbitrarias.

Otro trabajo relacionado con las reglas de pivotaje es el trabajo de Ahuja et al. (2002) el cual propuso una nueva regla de pivotaje para el algoritmo NSA para resolver un problema de costo mínimo. Debido a la degeneración, el ciclo puede ocurrir en el método NSA. Éste puede ser prevenido manteniendo fuertes bases factibles, sin embargo si no se establecen restricciones en las variables entrantes, el algoritmo aún puede desarrollar una secuencia exponencialmente larga de pivotes degenerativos. A este fenómeno se le conoce como estancamiento. En este trabajo se describe una regla anti-estancamiento que asegura el desarrollo del NSA. Por otra parte, Ploskas y Samaras (2014) mencionan en su trabajo sobre la importancia que tiene el pivotaje en los algoritmos de clase simplex. La elección del elemento a pivotar es una decisión crucial en este algoritmo, inclusive se ve afectado por la entrada y salida de variables

en el algoritmo. En este trabajo los autores propusieron diferentes reglas de pivotaje de un algoritmo simplex para ser probados en un ambiente CPU-GPU. Las pruebas fueron llevadas a cabo en el programa MATLAB.

Existen casos particulares donde se enfocan más a la manipulación de las variables en si y no al pivotaje. Tal es el caso del trabajo de Arsham et al. (2005) en el cual se habló sobre el método simplex donde se utilizó variables artificiales las cuales carecen de factibilidad primal, para ello, se propuso el método push-and-pull que evita su uso. Este algoritmo push-and-pull desarrolló un conjunto de variables básicas las cuales pueden o no pueden ser factibles. A diferencia del simplex y el simplex dual este enfoque empieza con un conjunto incompleto de variables básicas que después son llamadas una por una. Otro trabajo donde se propuso no involucrar variables artificiales es descrito por Nabli (2009) donde se habló sobre una nueva forma de iniciar el método simplex siendo la diferencia la de no involucrar variables artificiales. Después se hicieron comparaciones de este método con las diversas modificaciones que existen, siendo éste el que ha obtenido resultados más favorables.

La degeneración en el sistema juega un papel muy importante, Bürger et al. (2012) mencionó este problema en su trabajo donde propuso un nuevo algoritmo de distribución para resolver una PL degenerativa en redes asíncronas de igual-a-igual con estructuras de información distribuidas. Se propuso una nueva versión distribuida del NSA para problemas de programación lineal degenerativos y se estableció como un problema de asignación multi-agente, el cual se puede resolver de manera eficiente por un algoritmo de distribución NSA.

No obstante las modificaciones que puede sufrir este algoritmo no se limitan a sus variables ni a su propiedad degenerativa sino también a su estructura física, como en el caso en que expone Pan (2008) donde se habló sobre el rol primordial que juega el método simplex, el cual a sufrido diversas modificaciones con el paso del tiempo. En este trabajo se expresa la modificación de tener menos columnas y filas, tomando la ventaja de una degeneración primal. Los resultados obtenidos han sido favorables con densas

implementaciones. Se propuso un NSA utilizando factores LU. Esto traerá como consecuencia que problemas de PL del mundo real sean frecuentemente degenerativos o altamente degenerativos, este algoritmo los resolverá con una buena estabilidad en comparación con el método simplex tradicional.

Una parte importante de las múltiples modificaciones que ha sufrido el algoritmo está en el tiempo de cálculo del mismo, Cornelissen y Manthey (2015) habló sobre los diferentes algoritmos que se han utilizado para resolver el problema de costo mínimo, en los cuales se hicieron comparaciones en cuanto al tiempo de cálculo de dichos algoritmos. Sin embargo en la experimentación práctica han dejado mucho que desear respecto a su desempeño. Se realizó una comparación entre el NSA y el algoritmo de cancelación del ciclo mínimo medio. El NSA, a pesar del número exponencial de iteraciones que necesita, se considera el mejor algoritmo en la práctica y da los mejores resultados en pruebas experimentales a diferencia del segundo algoritmo el cual es fuertemente polinomial pero su desempeño en pruebas experimentales no es bueno. Para explicar la diferencia de desempeño de estos dos algoritmos se aplica un análisis de alisado. Otro trabajo relacionado con el tiempo de cálculo es el de Orlin y Sedeno-Noda (2016) en el cual se propuso un nuevo algoritmo $O(nm)$ que agilizó el tiempo de cálculo del algoritmo NSA para encontrar el camino mínimo en un ciclo dirigido. También se realizaron comparaciones en la simulación de este nuevo algoritmo versus los ya existentes en la literatura.

Aunque la mayoría de las modificaciones del algoritmo NSA son en el ámbito de su pivotaje, modificación y elección de variables, su degeneración, tiempo de cálculo, entre otras, sus modificaciones físicas también son diversas. Existe un apartado de este algoritmo el cual es importante tomar en cuenta, tal es el caso de los algoritmos de punto exterior. En el trabajo de Paparrizos et al. (2003) se presentó un método generalizado para resolver un problema de PL con un algoritmo de punto exterior del método simplex. Paparrizos et al detalla la implementación de este algoritmo en una PL a gran escala cuyas pruebas fueron hechas en MATLAB. Este algoritmo es más eficiente que el algoritmo tradicional simplex, haciendo una comparación del algoritmo propuesto

es 10 veces más veloz y eficiente que el tradicional.

No obstante, Geranis y Sifaleras (2013) desarrollaron un algoritmo de punto exterior dual de red para poder hacer frente al problema de los árboles dinámicos a comparación del clásico algoritmo simplex dual. Por último Paparrizos et al. (2015) desarrolló diferentes algoritmos que pueden ser clasificados como punto exterior del tipo simplex. Este tipo de algoritmo puede cruzar la región factible de un problema primal-dual y encontrar una solución óptima reduciendo el número de iteraciones. La idea principal del algoritmo es poder calcular dos caminos (flujos), el primero calcula el flujo básico pero no siempre es factible y el otro camino es factible pero no básico.

Sin embargo, además de las modificaciones realizadas a este algoritmo también se han contemplado sus hibridaciones, como en el trabajo de Lin y Yamashita (2002) donde se realizó una hibridación del método simplex con un algoritmo genético. Esta hibridación surgió para poder maximizar una función de probabilidad bayesiana de costos. Otro trabajo relacionado, es el realizado por Zi et al. (2007) en el cual se tuvo un problema de optimización numérica que fue resuelto con la misma hibridación.

Un caso práctico observado fue el realizado por Davoodi et al. (2014) donde propuso una hibridación entre enjambre de partículas comportado-quantum mejorado y un algoritmo NSA para resolver un problema de flujo de carga eléctrica en un sistema eléctrico. Un segundo caso fue propuesto por Tsoukalas et al. (2016) donde se habló sobre la optimización de problemas, en este tipo de escenarios, primero se corre una simulación y después se evalúan los resultados obtenidos. En cierto casos, el tiempo de simulado es muy grande lo cual implica problemas considerables para proceder a su resolución, esto debido a que, mientras más rápido se tenga una solución, más rápido se podrá resolver el problema, inclusive si éste cuenta con cuestiones monetarias. Una alternativa para este tipo de problemas es el uso de técnicas de modelado sustitutas, para este caso se utilizó el algoritmo tipo simplex mejorado sustituto de recocido evolutivo el cual tiene la ventaja de la modelación sustituta y la eficiencia y eficacia de un algoritmo evolutivo como el algoritmo de recocido - simplex. Este algoritmo tiene 3

enfoques de optimización: búsqueda evolutiva, recocido simulado y el simplex cuesta abajo.

Por último se expone el trabajo de Zhang et al. (2016) donde se enfocó principalmente en las redes de intercambio de calor, el cual sigue siendo un problema debido a su naturaleza combinatoria el cual provee un diseño subóptimo y a su vez con cálculos insuficientes. Para esta clase de problema se propuso un algoritmo que consiste en una combinación de colonia de hormigas caótica el cual tiene como característica principal el optimizar tanto variables continuas como discretas. Este algoritmo busca y genera nuevas soluciones en el espacio dado y en consecuencia evoluciona las estructuras representadas por las soluciones y limita el espacio de búsqueda.

Capítulo 4

Marco Teórico

El concepto de flujo en redes de manufactura fue evolucionando hasta nuestro días. Este concepto puede aparecer en diversos escenarios, ya sea en ambiente macro o micro. En los aspectos micro hacen referencia a un sistema de transformación de las materias primas o en su defecto la descomposición de algún producto en otros componentes. A lo largo de esta revisión de literatura se han identificado estos casos y a su vez se han mostrado los diferentes métodos de resolución que se han implementado para hacer frente a ello.

Existen 3 principales problemas que se presentan en los escenarios de flujo en redes, en este particular caso nos enfocamos a la revisión científica de dos problemas: costo mínimo y flujo máximo. En las secciones anteriores se hablo sobre las diferentes aplicaciones que tienen estos problemas y los diferentes métodos de solución, también se mostraron escenarios no tradicionales, tales como, donde existía incertidumbre, se tomaba en cuenta los aspectos dinámicos o en su defecto el caso de estudio presentaba peculiaridades o ciertas restricciones que se tenían que cumplir complicando aún más estos escenarios.

Entre los diferentes métodos mencionados el más sobresaliente es el NSA, por las diversas ventajas que brinda al momento de resolver el problema. La primer ventaja y la más importante es que es un algoritmo exacto, por lo tanto brindará la solución óptima del problema, además que a diferencia del algoritmo simplex tradicional no se

necesita realizar una tabla, y por lo tanto se omite estar invirtiendo las matrices para realizar los cálculos. Estos mismos se realizan dentro de la red misma otorgando una topología de un árbol de expansión.

No obstante, en la literatura se reporta que dicho algoritmo también puede ser modificado y/o adaptado al caso particular de estudio. Se han hecho modificaciones en cuanto a las variables que toma en cuenta, su regla de pivotaje, el tiempo de convergencia, entre otras. A su vez también se han hecho hibridaciones del mismo, ya sea con algoritmos exactos tales como son el algoritmo de punto exterior e interior o en su defecto con algoritmos metaheurísticos como son el algoritmo genético y el algoritmo de partículas de enjambre.

En este capítulo se introducirán los conceptos básicos que darán guía para la mejor comprensión de la investigación.

4.1. Cadena de Suministro

El concepto de *Cadena de Suministro* (CdS) fue introducido a principios de los años 80 y desde entonces ha sido utilizado ampliamente en diversos escenarios de la industria. Gracias a ello se tienen diferentes definiciones, tal es el caso de Daganzo (2012) que define a la CdS como una red de diversos proveedores los cuales transforman los bienes y/o servicios ya sea para ser ofrecidos entre ellos mismos para la siguiente fase de su transformación o en caso de que el producto ya no necesite modificaciones, éste vaya al cliente final. Por otra parte, Peidro et al. (2010) define a la CdS como una red de organizaciones que están conectadas entre sí de forma ascendente o descendente en los diferentes procesos y actividades los cuales producen un producto o servicio final.

Wisner et al. (2014) presentan un diagrama donde escenifican a este sistema, tomando como ejemplo el escenario de la elaboración de un producto. Estos autores definen que existen niveles para cada una de las actividades del sistema. Existen di-

ferentes eslabones previos a la elaboración del producto en el cual se pueden contar con infinidad de proveedores que brindan materia prima o inclusive subproductos que ayudarán a la elaboración del producto final que se este ofertando. Posteriormente se realiza el ruteo de los productos a ofertar y dependiendo el diseño de cada sistema se entregan directo al cliente o se tienen mayoristas y minoristas.

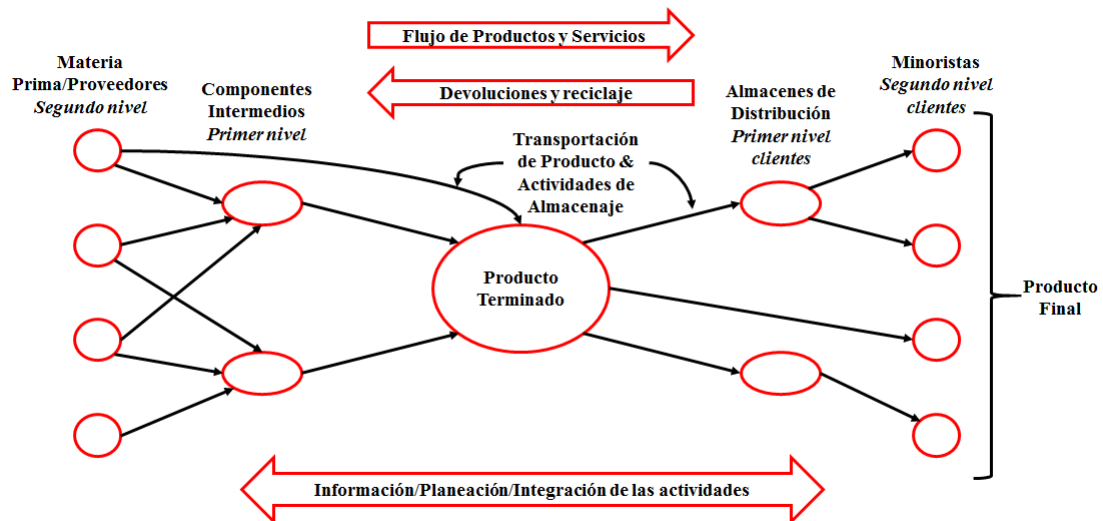


Figura 4.1: Cadena de Suministro de (Wisner et al., 2014).

Entonces una CdS puede definirse como una *red compuesta por diferentes miembros que aportan beneficios al producto y/o servicio ofertado al cliente final, y consta de diferentes flujos de información, efectivo y materiales.*

4.2. Flujo en Redes

Los grafos son importantes ya que pueden ser utilizados para representar las relaciones que existen en cualquier ámbito. Un ejemplo de ello son las redes de carreteras entre las diversa ciudades del país, siendo las ciudades los vértices o nodos, y las carreteras son los arcos que conectan ambos nodos (Skiena, 1998). Según Dahan y Amin (2015) un grafo es definido de la siguiente manera, *se considera un grafo $G=(V,E)$ donde V representan un conjunto de nodos de G y E representa un conjunto de arcos (i,j) de G .*

Existen diferentes aplicaciones en las que pueden emplearse los grafos, algunos de ellos son en los escenarios de transporte, reasignación de viviendas, surtido de materiales, torneos de deportes, análisis de terrenos montañosos, redes eléctricas entre otras.

Existen principalmente dos tipos de grafos: direccionados y no direccionados.

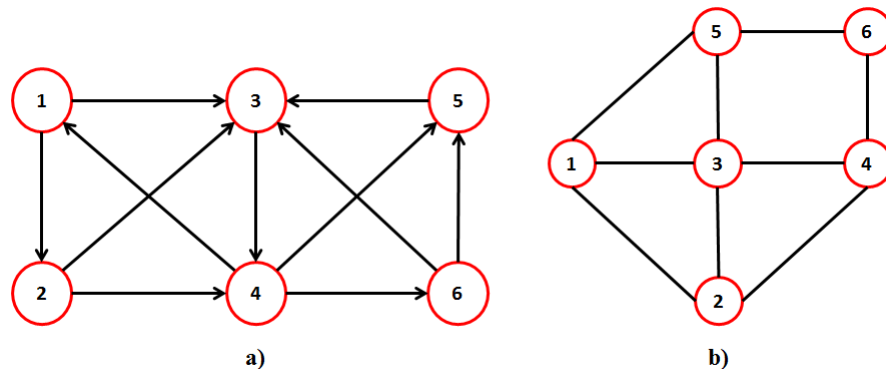


Figura 4.2: a) Grafo direccionado y b) No direccionado (Orlin, 2016) (Prasad et al., 2015).

4.2.1. Tipos de Problemas

Existen diversos problemas de flujo en redes, a continuación se presentan los más representativos:

- Costo Mínimo:** Consiste en determinar el costo más bajo en el envío de un producto a través de una red con el fin de satisfacer la demanda y/o oferta de ciertos nodos (Skiena, 1998). Ésto es representado en el siguiente modelo, donde la ecuación 4.1 representa el balance del flujo que debe existir en el sistema, mientras que en la ecuación 4.2 representa los límites superior e inferior de dicho flujo:

$$\text{Minimizar } \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} x_{ij} \quad (4.1)$$

s.a.:

$$\sum_{j:(i,j) \in A} x_{ij} - \sum_{j:(i,j) \in A} x_{ji} = b(i) \quad \forall i \in N \quad (4.2)$$

$$l_{ij} \leq x_{ij} \leq u_{ij} \quad \forall (i,j) \in A \quad (4.3)$$

Donde:

c_{ij} = representa los costos de cada arco.

x_{ij} o x_{ji} = el flujo de cada arco.

$b(i)$ = demanda u oferta del nodo.

l_{ij} = limite inferior de la capacidad del arco.

u_{ij} = limite superior de la capacidad del arco.

- **Flujo Máximo:** Posee la propiedad de dualidad con el problema de costo mínimo. Este tipo de problema consiste en enviar la mayor cantidad de flujo a través de una red, la cual tiene un nodo origen denominado s y un nodo destino denominado t (Matuschke, 2013). La ecuación 4.3 representa el conjunto de caminos donde el flujo puede pasar en dirección al nodo destino, mientras que la ecuación 4.4 refleja el límite de flujo que puede viajar en todo el sistema:

$$\text{Maximizar } \sum_{P \in \mathcal{P}} x(P) \quad (4.4)$$

s.a.:

$$\sum_{P \in \mathcal{P}: a \in P} x(P) \leq u(a) \quad \forall a \in A \quad (4.5)$$

$$x(P) \geq u_{ij} \quad \forall P \in \mathcal{P} \quad (4.6)$$

donde P es el conjunto de caminos $s - t$ de D , donde D es una red. Derivados de los 2 problemas anteriores, se generalizan los problemas de flujo, creando 3 grupos principales:

1. Problema de Flujo de Costo Convexo.
2. Problema Generalizado de Flujo.
3. Problema de Flujo Multiservicio.

4.2.2. Redes de Manufactura

Las redes de manufactura son modelos generalizados que se utilizan para representar diferentes escenarios en la disciplina de teoría de grafos, en particular las partes de ensamblaje de diversos materiales o la destilación o síntesis de un producto en diversos materiales (Fang, 2003), como se muestra en la figura 4.3:

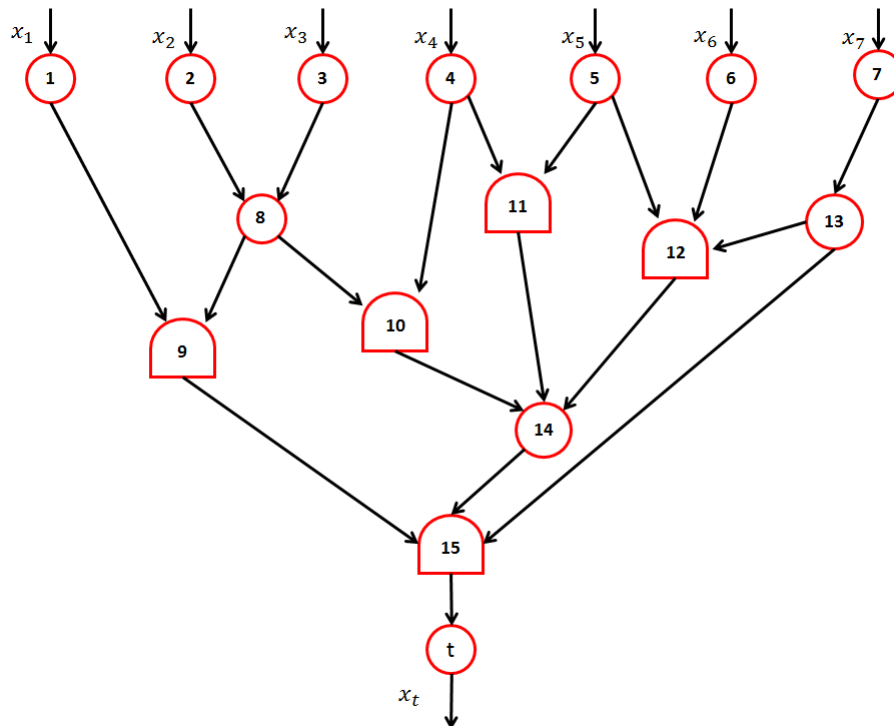


Figura 4.3: Red de manufactura (Huang, 2011).

Los nodos que se emplean en estas redes de manufactura son diferentes a los nodos que se utilizan en otras redes. Se estipulan 6 tipos diferentes de nodos:

Nodos Fuente. Denotados por la letra S . Una red de manufactura tiene al menos 1 nodo fuente. Cada nodo S representa una entrada de materia prima diferente, para poder referenciar este conjunto de nodos se utiliza la expresión N_s (Huang, 2011). Se puede observar en la figura 4.4 su representación gráfica y su modelación matemática esta dado por la ecuación 4.5:

$$x_i = \sum_{j \in L(i)} x_{ij} \quad \forall i \in N_s \quad (4.7)$$

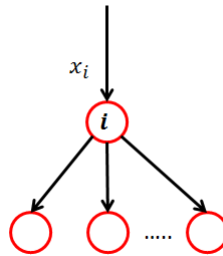


Figura 4.4: Nodo Fuente

Nodo Ordinario. Denotados por la letra O . Se utiliza la notación N_o para determinar un conjunto de nodos ordinarios donde el balance de flujo se mantiene (Huang, 2011). La forma gráfica de representar dicho nodo esta dado por la figura 4.5 y su modelación matemática esta dado por la ecuación 4.6:

$$\sum_{k \in E(i)} x_{ki} = \sum_{j \in L(i)} x_{ij} \quad \forall i \in N_o \quad (4.8)$$

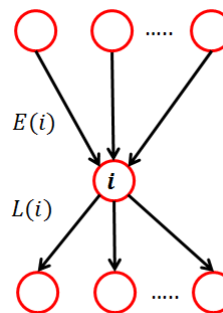


Figura 4.5: Nodo Ordinario

Nodo Combinatorio. Denotado por la letra C . Los nodos C tiene un arco saliente para cada subproducto terminado y múltiples arcos entrantes para cada materia prima diferente. Representan un ensamblaje en la red. El valor del flujo de cada entrada es proporcional al valor de salida del arco (Huang, 2011). Para poder identificar dicho

nodo se tiene la figura 4.6 y su modelación matemática esta dado por las ecuaciones 4.7 a 4.9:

$$L(i) = i^* \tag{4.9}$$

$$x_{ij} = k_{ij}x_{ii^*} \quad \forall j \in E(i) \tag{4.10}$$

$$k_{ij} > 0 \tag{4.11}$$

Donde k_{ij} es la relación de combinación entre un flujo que entra al arco x_{ji} y el flujo del arco saliente i . Se denota i^* como el nodo saliente de la combinación del nodo i .

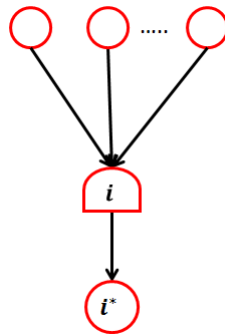


Figura 4.6: Nodo Combinatorio

Nodos Intermedios. Denotado por la letra I para los sub-productos. Los nodos I son parecidos a los nodos O sin embargo en este tipo de nodos el flujo entrante total y el flujo saliente total pueden tener diferente flujo x_i (Fang, 2003). Se puede observar su forma gráfica en la figura 4.7 y su modelación matemática esta dado por las ecuaciones 4.10 y 4.11:

$$\sum_{j \in E(i)} x_{ji} = x_i + \sum_{j \in E(i)} x_{ij} \tag{4.12}$$

y

$$l_i \leq x_i \leq u_i \quad \forall i \in N_I \tag{4.13}$$

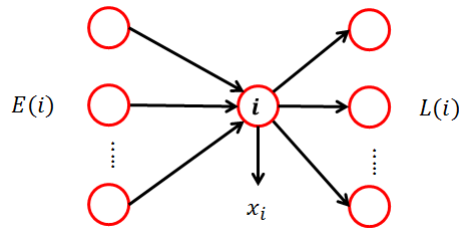


Figura 4.7: Nodo Intermedio

Nodo de Destilación. Denotado por la letra D este nodo es exclusivo para los procesos de destilación. El nodo D tiene solo un arco entrante y múltiples arcos salientes y el valor del flujo saliente es proporcional al valor de flujo entrante (Fang, 2003). Para identificar dicho nodo en una red, se puede observar su representación en la figura 4.8 y su modelación matemática esta dado por la ecuación 4.12:

$$E(i) = \{i^*\} \tag{4.14}$$

$$x_{ij} = j_{ij}x_{i^*i} \quad \forall j \in L(i) \tag{4.15}$$

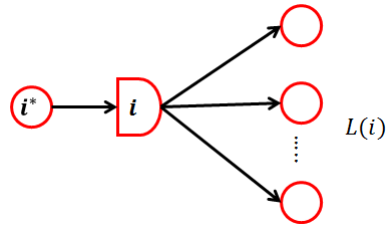


Figura 4.8: Nodo de Destilación

Nodo de Terminación o Salida. Denotado por la letra T . Los nodos T son un ensamble del producto final o representan un servicio final el cual esta soportado por toda la red (Huang, 2011). Por último, se puede observar en la figura 4.9 la representación gráfica del nodo de terminación y de manera abstracta es representado por la ecuación 4.13:

$$x_t = \sum_{i \in E(t)} x_{it} \tag{4.16}$$

Es similar al nodo S sin embargo solamente se permite salir un producto final por el nodo T .

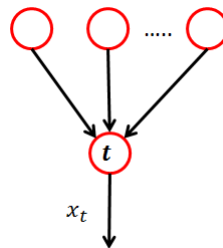


Figura 4.9: Nodo de Terminación o Salida

4.3. Algoritmo Simplex

El método simplex es un algoritmo iterativo, esto quiere decir que es un procedimiento de solución sistemático que repite pasos, a estos pasos se le llama iteraciones, las cuales se van generando hasta obtener un resultado óptimo. En la siguiente figura (4.10) se ilustra mejor esta definición (Pinzon et al., 2012):

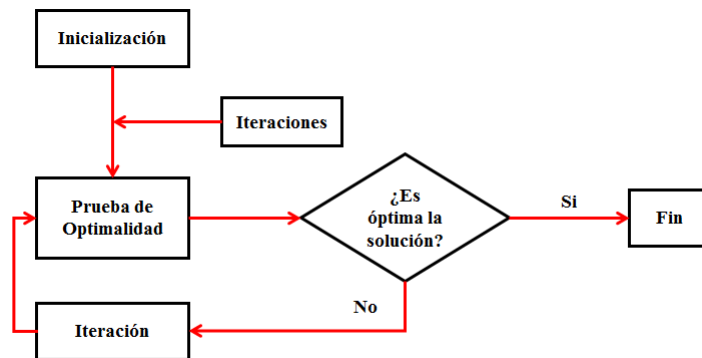


Figura 4.10: Funcionamiento del Método Simplex

Para utilizar el algoritmo simplex se utiliza la PL para poder plantear el problema que se desea resolver, posteriormente se utiliza una tabla, llamada tabla simplex la cual ayuda aplicar el algoritmo.

a) Forma algebraica		b) Forma tabular								
		Variable básica	Ec.	Coeficiente de:					Lado derecho	
				Z	x_1	x_2	x_3	x_4		x_5
(0)	$Z - 3x_1 - 5x_2 = 0$	Z	(0)	1	-3	-5	0	0	0	0
(1)	$x_1 + x_3 = 4$	x_3	(1)	0	1	0	1	0	0	4
(2)	$2x_2 + x_4 = 12$	x_4	(2)	0	0	2	0	1	0	12
(3)	$3x_1 + 2x_2 + x_5 = 18$	x_5	(3)	0	3	2	0	0	1	18

Figura 4.11: Ejemplo del Planteamiento del Método Simplex (Hillier Frederick and Lieberman Gerald, 2010)

4.3.1. NSA

El método de resolución simplex de red (NSA), es una adaptación del algoritmo simplex tradicional. El NSA es empleado para resolver problemas de flujo en redes, tales como costo mínimo, flujo máximo, el camino más corto, entre otros.

Para el problema de costo mínimo, el NSA es una especialización de un algoritmo simplex de variables acotadas para PL. La estructura especial del problema de costo mínimo ofrece diversos beneficios, particularmente la racionalización del algoritmo simplex y elimina la necesidad de establecer una tabla simplex. La estructura base es un árbol de expansión que permite al algoritmo ser más eficiente (Ahuja et al., 1988).

El NSA mantiene una solución básica factible en cada etapa (iteración). Una solución básica del problema de costo mínimo está definida por 3 conjuntos de arcos (B, L, U) (Ahuja, 1995):

- **Conjunto B:** Es un conjunto de arcos base, en otras palabras son los arcos de un árbol de expansión.
- **Conjuntos L y U:** Se denotan como el conjunto de arcos no básicos y son los límites inferiores y superiores.

A este conjunto triple se le denomina estructura básica. La estructura básica (B, L, U) es factible cuando $x_{ij} = 0$ para cada arco $(i, j) \in L$ y el establecimiento de $x_{ij} = u_{ij}$

para cada arco $(i, j) \in U$ de las restricciones del problema costo mínimo es reflejado en las ecuaciones 4.14 y 4.15:

$$\text{Minimizar } \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} x_{ij} \quad (4.17)$$

s.a.:

$$\sum_{j:(i,j) \in A} x_{ij} - \sum_{j:(i,j) \in A} x_{ji} = b(i) \quad \forall i \in N \quad (4.18)$$

$$l_{ij} \leq x_{ij} \leq u_{ij} \quad \forall (i, j) \in A \quad (4.19)$$

Se le llama óptima a una estructura básica factible cuando es posible obtener un conjunto de nodos potenciales, representados por π junto con los costos reducidos de la red definidos por $\overline{c}_{ij} = c_{ij} - \pi(i) + \pi(j)$ que satisfaga las siguientes ecuaciones (Ahuja, 1993):

$$\overline{c}_{ij} = 0 \quad \forall (i, j) \in B \quad (4.20)$$

$$\overline{c}_{ij} \geq 0 \quad \forall (i, j) \in L \quad (4.21)$$

$$\overline{c}_{ij} \leq 0 \quad \forall (i, j) \in U \quad (4.22)$$

El NSA mantiene una estructura básica factible en cada iteración y mejora sucesivamente su estructura base hasta obtener una estructura óptima. Principalmente se obtiene la estructura de un árbol de expansión como en la figura 4.12:

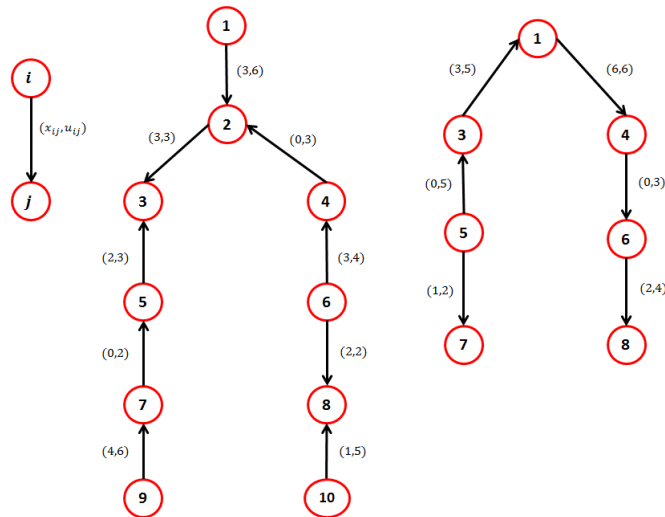


Figura 4.12: Árbol de expansión factible: Fuertemente factible y No factible (Ahuja, 1993)

4.4. Algoritmo Genético

Los algoritmos metaheurísticos se pueden adaptar a cualquier problema de optimización, éstos ofrecen una solución rápida y aceptable en un tiempo razonable, sin embargo no garantizan encontrar una solución óptima sino más bien una cercana o lo suficientemente buena para el problema en cuestión (Magallanes, 2016).

Una sección de los algoritmos metaheurísticos son los algoritmos evolutivos. Éstos usan generalmente un método iterativo para resolver problemas de optimización. Uno de los algoritmos más reconocidos en este ámbito es el algoritmo genético (GA, por sus siglas en inglés). Éstos pueden ser también considerados una adaptación de las teorías evolutivas las cuales son empleados para resolver diversos problemas de la actualidad (Vargas, 2017). La forma en que los GA solucionan un problema es imitando la evolución de los seres vivos, de acuerdo a esta evolución se va seleccionando las mejores características de la población actual construyendo así una solución (Rodríguez, 2016).

Este algoritmo surgió en 1962, creado por John Holland el cual introdujo 3 operadores principales que tienen efecto directo en la población del algoritmo: selección,

cruce y mutación (Gandomi, 2013) (Aldás, 2016) (Sharma, 2014). El principal funcionamiento del GA se muestra a continuación (Chong, 2008) (Rodríguez, 2016):

1. Se genera una población inicial.
2. Se evalúa la población generada.
3. Para saber si el algoritmo encontró una solución óptima o al menos lo suficiente buena para el problema, se tiene que introducir una condición de paro, una restricción propia del problema. En caso de encontrar dicha respuesta el algoritmo finaliza, en caso contrario sigue con las iteraciones.
4. Dependiendo del método de selección se eligen “n” individuos.
5. Se cruzan los individuos seleccionados para obtener una nueva población.
6. Se reemplaza la población anterior con los nuevos individuos generados y se regresa al paso 2.

La función de evaluación o “fitness” es la probabilidad de que el individuo pueda sobrevivir y ser apto para ser elegido para la reproducción, esto está ponderada con el número de descendientes. Como antes se mencionó, el algoritmo genético maneja operadores genéticos para poder converger hacia una solución óptima, a continuación se presentan algunos de ellos.

- Operadores de Cruce. Este operador genético es utilizado para generar un nuevo cromosoma en el cual se retienen los mejores aspectos para ser transmitidos en la siguiente generación. Existen diversos tipos de cruce:
 - Cruce de 1 punto
 - Cruce de 2 puntos
 - Cruce Uniforme
- Operadores de Mutación. La mutación suele ser utilizada conjuntamente con el cruce, esto para asegurar que cualquier individuo pueda alcanzar cualquier parte del espacio de búsqueda. Existen diversas mutaciones:

- Reemplazo Aleatorio
- Representación de orden
- Operadores de Selección. Este operador esta encargado de elegir que individuos serán los que se reproducirán o los que no. Se presentan los más utilizados:
 - Selección de Ruleta
 - Selección Basado en Ranking
 - Selección por Torneo
 - Selección Sexual

4.5. Enjambre de Partículas

El enjambre de partículas (PSO por sus siglas en inglés) es un algoritmo creado por Kennedy y Eberhart (1995) y es un método de optimización basado en una población inspirado en el comportamiento social de parvadas y bancos de peces. Este algoritmo metaheurístico es un método iterativo que va tratando de mejorar la solución obtenida hasta ese momento. Los pasos generales para la realización de este algoritmo son los siguientes (Gandomi, 2013):

1. Se inicia con una población (enjambre) de posibles soluciones aleatorias (partículas).
2. Cada partícula se mueve a través del espacio, buscando la mejor posición ocupada históricamente (óptimo local).
3. Cada “vuelo” de la partícula se ajusta a su propia experiencia conjuntamente con la experiencia de los demás.
4. Se utilizan ecuaciones de velocidad y de dirección para determinar la posición de cada partícula y así ir almacenando las mejores posiciones registradas y así evitar que las partículas repitan posiciones recorriendo todo el espacio disponible.

La ventaja que tiene el PSO es su simplicidad y los pocos parámetros que se tienen que ajustar para su ejecución. Ha sido utilizado en muchos campos ya sea para optimizar alguna función, entrenamiento de redes neuronales, control de sistemas difusos

y la identificación de patrones (Erdoğmuş, 2013). Para definir las posiciones en que se moverán las partículas se tienen las siguientes ecuaciones:

Ecuación de Velocidad:

$$\vec{v}_{ij}(t+1) = wv_{ij}(t) + c_1r_1[p_{ij}(t) - x_{ij}(t)] + c_2r_2[g_j(t) - x_{ij}(t)] \quad (4.23)$$

donde:

- Inercia $\rightarrow wv_{ij}(t)$.
- *Componente cognitivo* $\rightarrow c_1r_1[p_{ij}(t) - x_{ij}(t)]$, es la comunicación que sucede entre las partículas para definir la mejor solución obtenida de todo el conjunto.
- *Componente social* $\rightarrow c_2r_2[g_j(t) - x_{ij}(t)]$, es la recopilación de soluciones que una partícula a recopilado y que por lo tanto comparte con las demás.
- w \rightarrow Es el coeficiente de inercia, éste multiplica a la velocidad actual.
- c_1, c_2 \rightarrow Coeficientes de Aceleración.
- r_1, r_2 \rightarrow Número aleatorio entre 0 y 1.

Ecuación de Posición:

$$\vec{x}_{ij}(t+1) = \vec{x}_{ij}(t) + \vec{v}_{ij}(t+1) \quad (4.24)$$

donde:

- $\vec{x}_{ij}(t)$ \rightarrow Posición actual
- $\vec{v}_{ij}(t+1)$ \rightarrow Velocidad

Capítulo 5

Metodología

En este capítulo se describe la metodología empleada para la resolución de un problema de flujo máximo en un sistema de manufactura. En el diagrama de flujo expuesto en la figura 5.1 se detalla cada uno de los pasos que se realizaron a lo largo de la investigación, a continuación se detallará cada una de las fases.

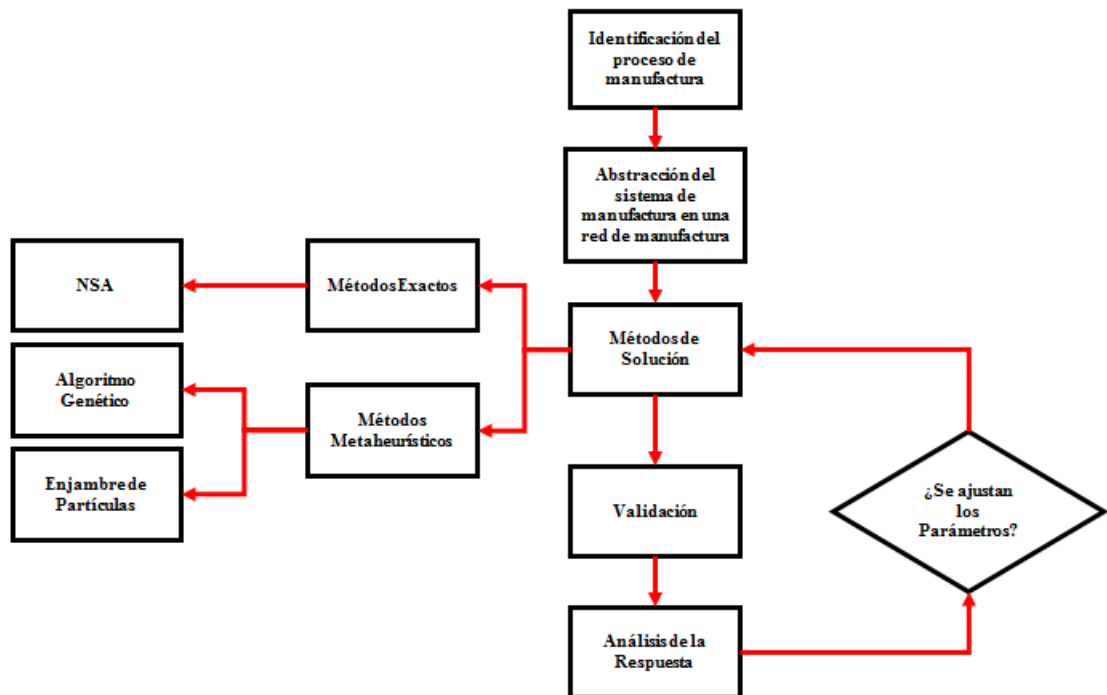


Figura 5.1: Metodología Propuesta

- 1. Identificar las etapas de un Proceso de Manufactura.** En este apartado se identifica el proceso de manufactura que se tomará como base. Se inicia dibu-

jando el grafo en el cual se representa el viaje que hacen las materias primas para entrar al proceso, las diferentes estaciones de trabajo que se tienen y la función que cada una de ellas realiza. Dependiendo del proceso a estudiar, algunos productos o subproductos se dirigen al almacén de producto terminado o inician una segunda fase del proceso.

2. Abstracción del sistema de Manufactura en una Red. Una vez obtenidos los datos y el grafo, se dice que se tiene una red de manufactura. Esta red es una abstracción de un proceso industrial, se debe de tener en cuenta que dependiendo de las acciones que se hagan dentro del proceso es la forma en que se representará. A continuación se presentan los puntos a tomar en cuenta para lograr la abstracción del proceso:

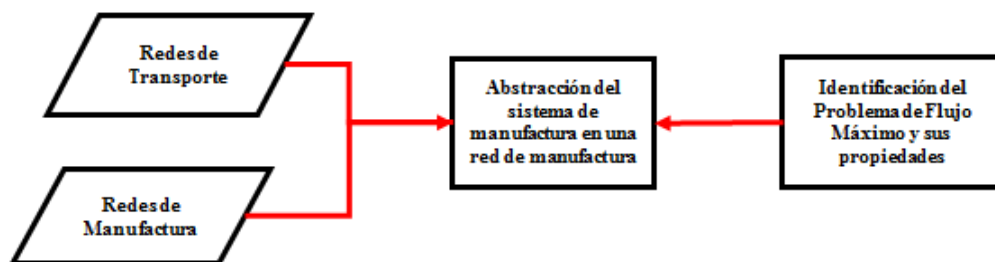


Figura 5.2: Metodología para la Abstracción de una Red

- *Identificación y Clasificación de los Problemas de Flujo.* Después de realizar una exhaustiva búsqueda en la literatura se identifica una herramienta con la cuál se puede reflejar un proceso de manufactura. La teoría de grafos utiliza redes para representar el comportamiento de un sistema no importa el producto o servicio que éste ofrezca. Existen diferentes tipos y problemas de redes, dependiendo del objetivo que se quiera lograr en el caso de estudio se selecciona el problema a tratar, en el caso particular de esta investigación fue un problema de flujo máximo.

- *Redes de Transporte.* Dentro de la teoría de grafos, las redes más representativas son las redes de transporte. Éstas son mayormente utilizadas en el campo de la logística, comunicaciones y electricidad. Las redes reflejan 3 problemas principales: problema del camino más corto, problema de flujo máximo y el problema del costo mínimo. Cada uno de estos problemas posee características únicas y además entre ellos comparten una relación única.
- *Redes de Manufactura.* Las redes de manufactura son una adaptación de las redes de transporte a un ambiente de manufactura. Cabe mencionar que este tipo de redes pueden reflejar una CdS y no limitarse a un proceso industrial solamente. Para los fines de esta investigación y por la disponibilidad de datos se tomó la decisión de enfocarse al aspecto micro de esta herramienta. Éstas redes se distinguen por sus nodos de ensamble o combinación (donde la materia prima es transformada), sin embargo comparte los problemas de las redes de transporte, por lo tanto los métodos de resolución tienen que ser igualmente adaptados.

3. Métodos de Solución. Dentro de la revisión de la literatura se identificó un método exacto y diversos métodos metaheurísticos para poder hacer frente a este problema. Se analizaron sus ventajas y desventajas al momento de resolver este tipo de problemas.

- *Métodos Exactos.* El NSA fue el más idóneo para resolver este escenario, sin embargo este algoritmo es originalmente empleado en redes de transporte creando la necesidad de seleccionar una versión especialmente adaptada para trabajar con los nodos de una red de manufactura.
- *Métodos Metaheurísticos.* Los algoritmos metaheurísticos que se considerarán serán el algoritmo genético y el enjambre de partículas. La ventaja

que presentan estos dos algoritmos es la convergencia rápida y la obtención de una buena solución para el problema.

- 4. Validación.** Después de obtener las soluciones de los algoritmos se procede a implementarla en el proceso industrial y observar el comportamiento que presenta.

- 5. Análisis de la Respuesta.** Una vez implementada la validación, se realiza un análisis de sensibilidad sobre las respuestas obtenidas para determinar la flexibilidad que presenta esta solución a la dinámica de los procesos industriales. Si los parámetros de la respuesta obtenida no es lo suficiente robusta se retorna a la configuración de los algoritmos.

Capítulo 6

Aplicación

En este capítulo se mostrará la aplicación de la metodología propuesta. Dicha aplicación en un caso teórico y un caso industrial. A su vez se mostrarán los resultados obtenidos y el impacto económico que se tiene en el sistema.

6.1. Aplicación Teórica

Se presenta el ejemplo descrito por Huan (2011) donde se describe una Cadena de Suministro de la empresa Apple en la elaboración de sus productos. Se realizó una descripción de los diversos proveedores que tiene y la materia prima utilizada así como los subensambles que recibe y las políticas de calidad que se deben de cumplir.

Acorde a la metodología propuesta se inicia con la **identificación de las etapas de un proceso de manufactura** el cual permite empezar a diseñar la red con la cual se trabajará. Una vez concluida con la primera etapa de la metodología se inicia la segunda fase, la **abstracción del sistema de manufactura en una red** que representa la entrada de los materiales y el viaje que realizan hasta las estaciones de trabajo, su transformación en un producto o subproducto dependiendo el caso (ver figura 6.1).

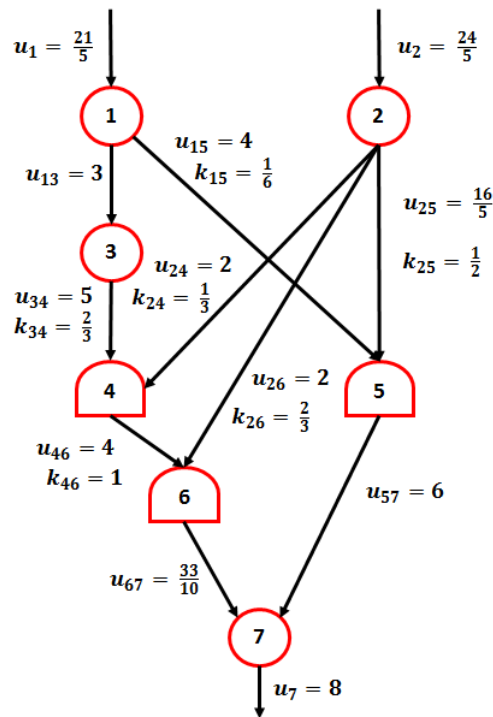


Figura 6.1: Red de Manufactura

Para comprender de una mejor manera el grafo que representa el sistema de manufactura, los nodos identificados con los números del 1 al 7 son estaciones y fases del proceso de manufactura que lo describen como tal. Las flechas que están uniendo a estos nodos se les denomina arcos. Dichos arcos tiene una orientación la cual determina la dirección que tomará el flujo o los materiales que viajan en ellos. Para poder identificar los arcos de una manera más rápida, se le asigna un subíndice, donde el primer número indica el nodo de donde sale, y el segundo dígito representa el destino del arco.

Siguiendo la metodología, dentro de la abstracción se definen las propiedades que la red posee a su vez, la identificación de un problema de flujo máximo.

Existe una fase intermedia entre la abstracción del sistema de manufactura y los métodos de solución, esta fase es la *estandarización*. La estandarización es de gran importancia, en ella se identifica la naturaleza de cada uno de los nodos de combinación (C^+ , C^- , $C^=$), permite la reducción del número de nodos y además facilita la convergencia de los algoritmos a utilizar (figura 6.2). Sumado a lo anterior, el modelo

de programación lineal obtenido es más conciso y fácil de adaptar a cualquier método de solución que se desee emplear.

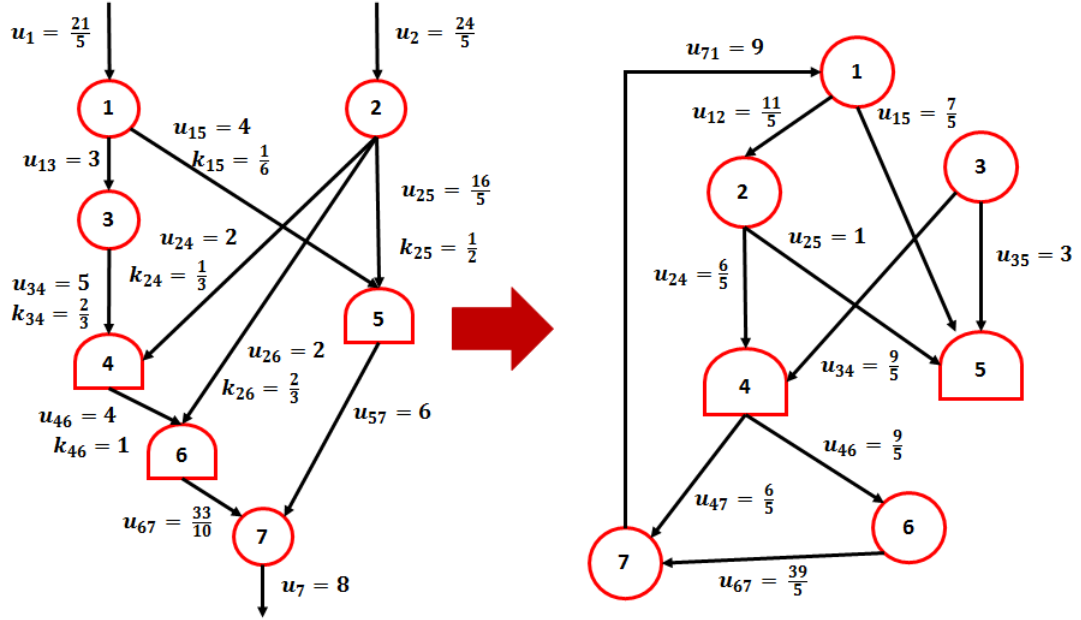


Figura 6.2: Red Original y Red Estandarizada

Una vez finalizada la estandarización se obtiene el siguiente modelo de programación lineal dado por las ecuaciones 6.1 a 6.7:

$$\text{Maximizar } x_{t_0} \tag{6.1}$$

s.a.:

$$x_{t_0 s_0} = \sum_{i \in L(s_0)} x_{s_0 i} \tag{6.2}$$

$$\sum_{j \in E(i)} x_{ji} = \sum_{j \in L(i)} x_{ij} \quad \forall i \in N_o \tag{6.3}$$

$$x_{ji} = k_{ji} x_{ii^*} \quad \forall i \in N_C, j \in E(i), L(i) = \{i^*\} \tag{6.4}$$

$$x_{it_0} = k_{it_0} x_{ii^*} \quad \forall i \in N_C^+, L(i) = \{i^*, t_0\} \tag{6.5}$$

$$\sum_{j \in E(t_0)} = x_{t_0 s_0} \tag{6.6}$$

$$0 \leq x_{ij} \leq u_{ij} \quad \forall (i, j) \in A \tag{6.7}$$

Una vez obtenida la red estandarizada se procede a obtener una solución básica factible (ver figura 6.3):

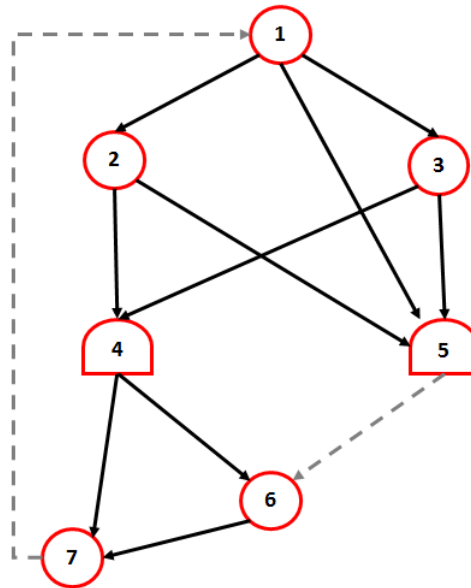


Figura 6.3: Solución Básica Factible

Para determinar una solución básica factible, los arcos que la determinan deben de cumplir con 3 características. La primera, que tengan relación directa con los nodos de combinación, la segunda, son los arcos que están relacionados con los nodos de entrada de los materiales, y la tercera, se debe de incluir el arco (t, t_o) . Para este ejemplo teórico, los arcos que están representados en líneas punteadas son los arcos no básicos, esto es, los arcos que no cumplieron con las 3 características anteriores (figura 6.3). Éstos al momento de aplicar el pivotaje podrán entrar y salir de la base de acuerdo a las condiciones de óptimalidad.

Para proceder a aplicar el método de solución, se recomienda descomponer la red, de esta manera se evita confusiones al momento de estar iterando. Esta descomposición permite concentrarse exclusivamente en el ciclo que se forma al momento de identificar el arco que no cumple con las condiciones de optimalidad y trabajar sobre él.

Una vez definida la solución básica factible y la descomposición de la misma, la

red esta en condiciones de iniciar las iteraciones para la obtención de una solución óptima (ver figura 6.4):

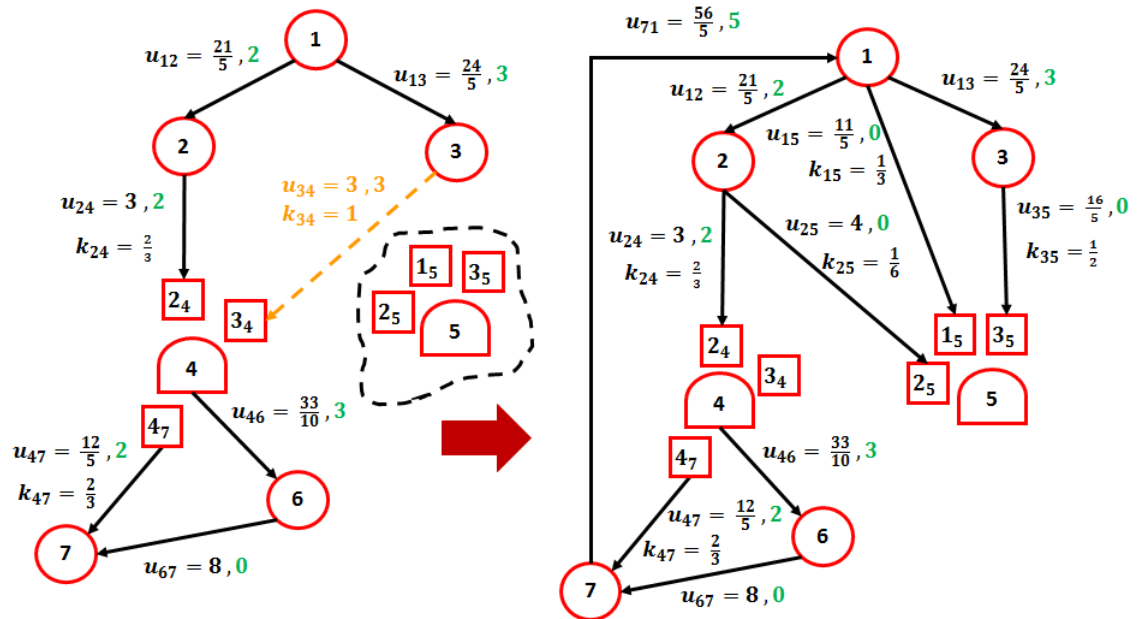


Figura 6.4: Iteración 1

Una vez obtenida la primera iteración se vuelve a realizar las comprobación de las condiciones de optimalidad para determinar si se necesita realizar una segunda iteración (ver figura 6.5):

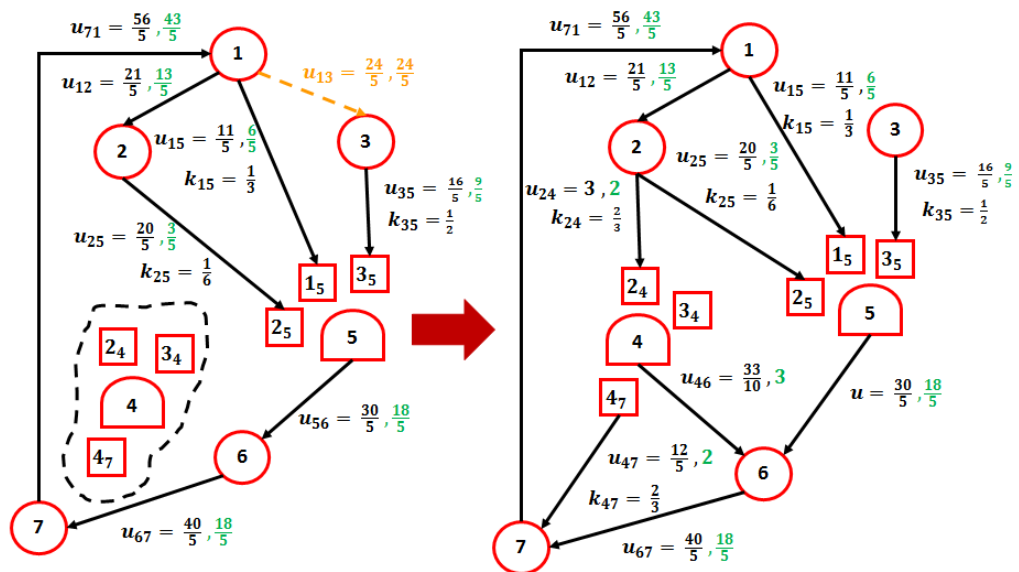


Figura 6.5: Iteración 2

Nuevamente, cuando no se cumplen con las condiciones de optimalidad, se ve en la necesidad de realizar una una tercera iteración (ver figura 6.6):

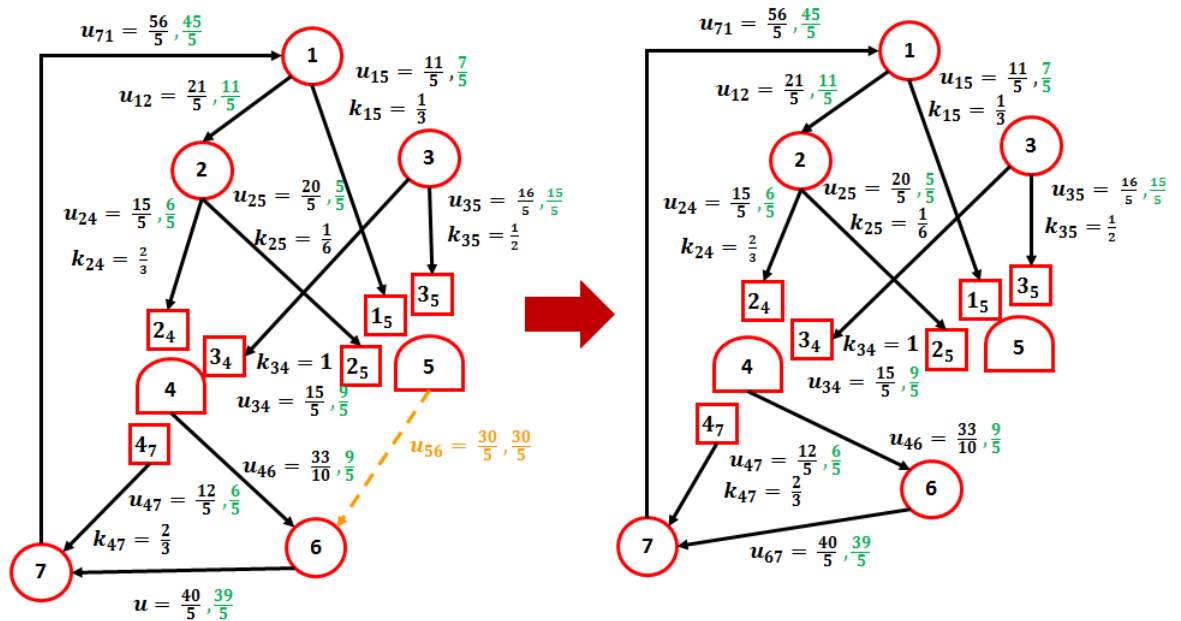


Figura 6.6: Iteración 3

En este caso, la tercera iteración fue la última debido a que se cumplieron las condiciones de optimalidad, brindando así una solución óptima, teniendo la estructura de un árbol de expansión (ver figura 6.7):

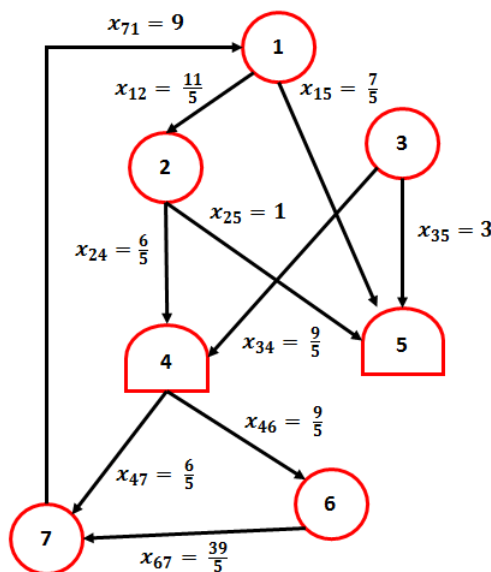


Figura 6.7: Árbol de Expansión

Los resultados obtenidos por el algoritmo exacto NSA, pueden observarse en la figura 6.7. Los valores del árbol de expansión reflejan la cantidad adecuada de flujo que debe de ingresar en cada arco para obtener la máxima cantidad de productos en la red.

Tomando la programación lineal obtenida en la estandarización (ecuaciones 6.1 a 6.7) se implementa en 2 algoritmos metaheurísticos: El *algoritmo genético* (GA) y el *enjambre de partículas*(PSO).

Se inicia con el algoritmo genético, una vez ingresada la programación lineal se establecen los siguientes parámetros descritos en la tabla 6.1:

Parámetros del GA
Número de población → 100
Generaciones → 50
Cruce → 0.8
Mutación → 0.1

Tabla 6.1: Parámetros del GA

Una vez establecidos los parámetros (tabla 6.1) se procede a aplicar el algoritmo genético, donde se obtuvieron los siguientes valores (ver figura 6.8):

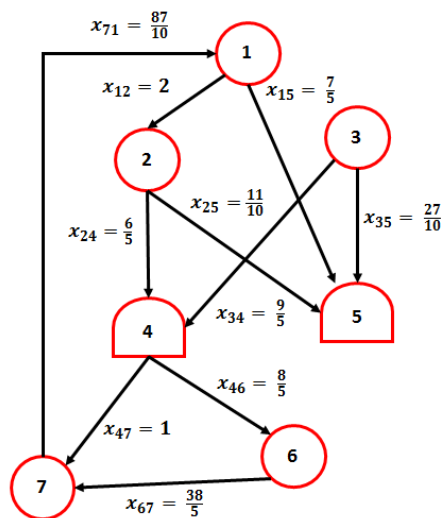


Figura 6.8: Solución con Algoritmo Genético

El algoritmo genético es uno de los mejores algoritmos metaheurísticos y el más característico de dicha clasificación. Sin embargo, por su misma naturaleza no puede brindar un resultado exacto, pero si uno muy cerca del óptimo. Es una buena opción cuando se quiere resolver un problema sumamente grande. Para este caso en particular se puede observar que los resultados del flujo en cada arco son cercanos a los valores obtenidos con el NSA, sin embargo los resultados obtenidos con éste siguen siendo mejores.

Una vez implementados los algoritmos NSA y GA, se procede a resolver el mismo problema con el segundo algoritmo metaheurístico: PSO. En la tabla 6.2 se muestran los parámetros que se estipularon en el algoritmo:

Parámetros del PSO
Número de Iteraciones → 50
Número de Partículas → 50
Coficiente de Aceleración 1 → 2
Coficiente de Aceleración 2 → 2

Tabla 6.2: Parámetros del PSO

Después de establecer los parámetros y aplicar el algoritmo, se obtienen los siguientes resultados (ver figura 6.9):

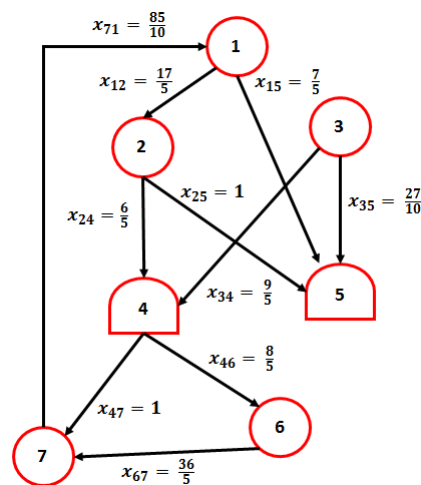


Figura 6.9: Solución con Enjambre de Partículas

Este segundo metaheurístico pertenece a la familia de los algoritmos inspirados en el comportamiento animal, en especial en animales que se mueven en enjambres. Los resultados obtenidos son buenos, sin embargo no se aproximan tanto a los resultados obtenidos por el NSA.

En la tabla 6.3 se recopilan todos los resultados obtenidos de los 3 algoritmos:

Algoritmo	Resultado	Cantidad de Flujo en cada Arco
NSA	7.8	$x_{71} = 9, x_{12} = 2.2, x_{15} = 1.4, x_{24} = 1.2, x_{25} = 1, x_{35} = 3,$ $x_{34} = 1.8, x_{46} = 1.8, x_{47} = 1.2, x_{67} = 7.8$
GA	7.6	$x_{71} = 8.7, x_{12} = 1.9, x_{15} = 1.4, x_{24} = 1.2, x_{25} = 1.1, x_{35} = 2.7,$ $x_{34} = 1.8, x_{46} = 1.6, x_{47} = 1, x_{67} = 7.6$
PSO	7.2	$x_{71} = 8.5, x_{12} = 1.7, x_{15} = 1.4, x_{24} = 1.2, x_{25} = 1, x_{35} = 2.7,$ $x_{34} = 1.8, x_{46} = 1.8, x_{47} = 1, x_{67} = 7.2$

Tabla 6.3: Tabla de resultados

En la tabla 6.3 se muestran las diferentes respuestas de los métodos de solución. El resultado obtenido del modelo evaluado por los algoritmos descritos con anterioridad se muestra en la segunda columna. Para el caso teórico, es la cantidad máxima de producto que se puede obtener con la distribución de flujo que propone cada algoritmo en base a las demás variables, dichas variables son identificadas como los arcos del grafo.

La finalidad de desarrollar un caso teórico es, principalmente, observar el comportamiento y realizar la adaptación de una modificación del algoritmo NSA. Esta adaptación fue realizada exclusivamente para tomar en cuenta las propiedades de los nodos de combinación y así obtener un resultado que nos permita mejorar la situación actual del sistema que se está estudiando. Además, la idea de comparar los resultados obtenidos con el NSA contra otros 2 algoritmos, muestra claramente el buen desempeño que tiene dicho algoritmo en este tipo de escenario.

A continuación se presenta un caso de estudio, donde se observa la aplicación

de las redes de manufactura y el impacto económico, que puede tener una empresa distribuyendo de una manera diferente el flujo de materias primas y/o productos en el sistema de producción que posee.

6.2. Aplicación Industrial

La aplicación industrial fue desarrollada en una PYME dedicada a la fabricación y ensamblaje de piezas metálicas y plásticas. Uno de los productos que elaboran son las bombas de agua para lavadora. Dicho insumo es vendido a las grandes compañías que fabrican este electrodoméstico. Por ende es importante tener presente la importancia del suministro de este producto, además de cumplir con los estándares de calidad que el cliente requiera.

Este artículo esta compuesto de las siguientes piezas:

- Sello
- Tornillos
- Rotor
- Estator
- Cubierta de la Bomba
- Cubierta Trasera

Los identificación de los componentes ayudará a visualizar mejor el proceso de ensamblado que se tiene para obtener el producto final.

Para empezar con la resolución del problema de flujo máximo en una red de manufactura se seguirá la metodología propuesta del capítulo 5, la cual inicia con la **identificación del proceso de manufactura**. Una vez identificado el proceso se procede con la **abstracción del sistema de manufactura en una red de manufactura**, la cual se muestra en la figura 6.10. Donde:

- Los nodos **1** al **4** representan la entrada del material al sistema, en este caso, la entrada del rotor, estator, cubierta trasera y la cubierta de la bomba.
- Los nodos **5**, **6** y **9** representan una estación de paso, mantienen el balance del flujo, ayudan a no ocasionar un cuello de botella.

- Los nodos **7, 8 y 10** representan la función de ensamble. El nodo 7 ensambla las partes del rotor, estator y la cubierta del conector. El nodo 8 ensambla la cubierta de la bomba con un anillo. Mientras que el nodo 10 tiene la función de ensamblar el sub-producto obtenido de los nodos 7 y 8.
- El nodo **11** representa la estación donde se acumula o se tienen todo el producto terminado.

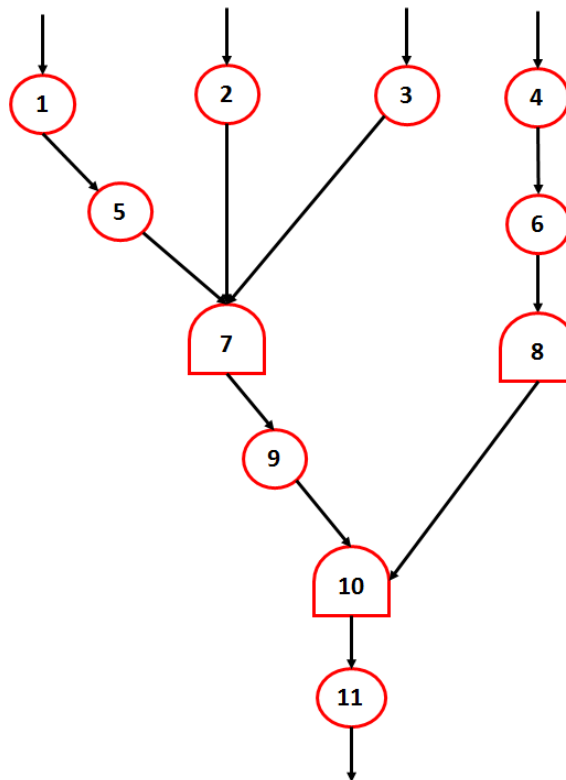


Figura 6.10: Abstracción del Sistema de Ensamblado

La figura 6.10 muestra el proceso de ensablado de una bomba de agua para lavadora, gracias a la abstracción de este sistema se podrán analizar 2 escenarios. El primero, es donde la empresa tiene una demanda baja. El segundo será donde la empresa tiene una demanda alta del producto.

6.2.1. Demanda Baja

Cuando se tiene una demanda baja, la red toma valores diferentes debido a la entrada de material al sistema es menor, además se tiene una reducción del número de personal para realizar las tareas de ensamblaje. En la figura 6.11 se presenta dicha red con los datos recopilados:

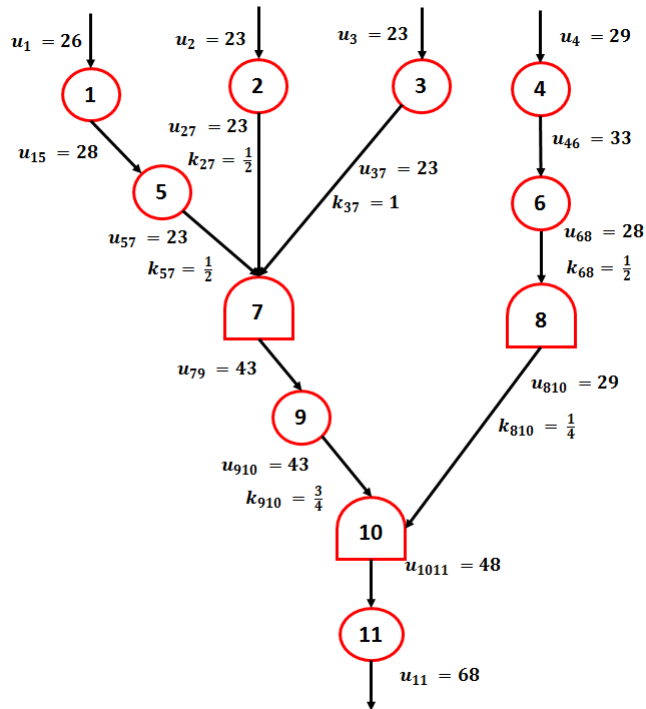


Figura 6.11: Red de Manufactura con Demanda Baja

Dentro de la abstracción del sistema de manufactura se tiene un paso intermedio a realizar, **la estandarización de la red**, dicha fase es de suma importancia. En la imagen 6.12 se puede observar el resultado de este proceso:

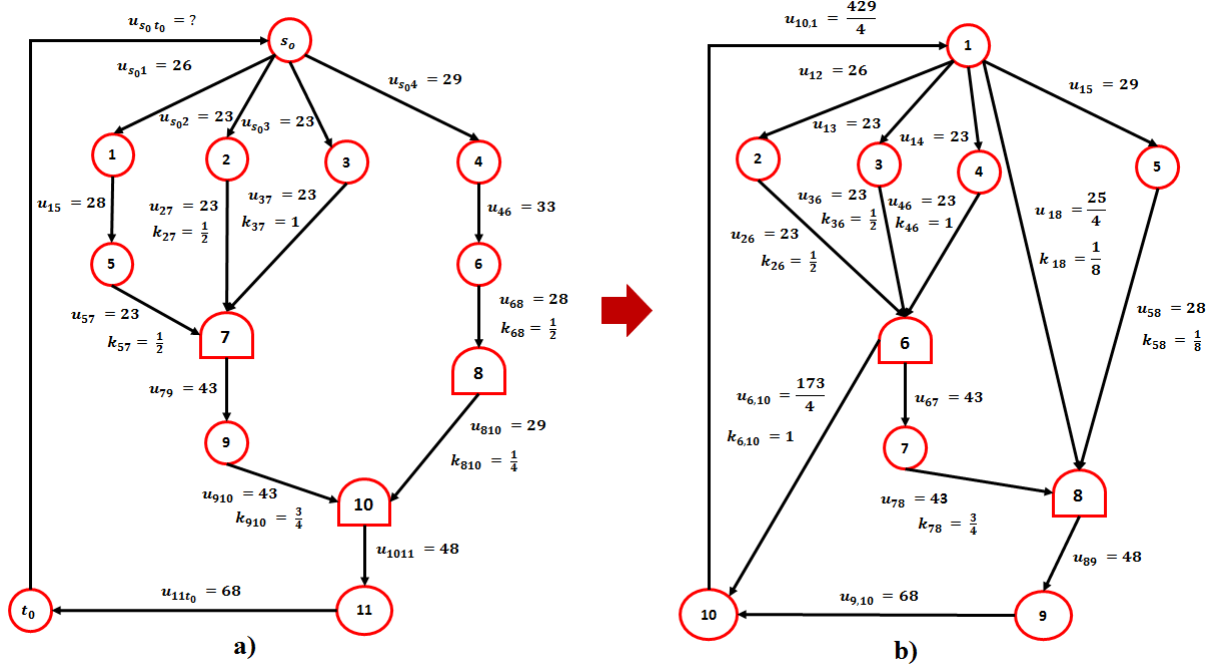


Figura 6.12: a) Red original y b) Red Estandarizada

Derivado de la estandarización se obtiene el modelo generalizado de la red descrito en las ecuaciones 6.8 a 6.14:

$$\text{Maximizar } x_{tt_0} \tag{6.8}$$

s.a.:

$$x_{t_0 s_0} = \sum_{i \in L(s_0)} x_{s_0 i} \tag{6.9}$$

$$\sum_{j \in E(i)} x_{ji} = \sum_{j \in L(i)} x_{ij} \quad \forall i \in N_o \tag{6.10}$$

$$x_{ji} = k_{ji} x_{ii^*} \quad \forall i \in N_C, j \in E(i), L(i) = \{i^*\} \tag{6.11}$$

$$x_{it_0} = k_{it_0} x_{ii^*} \quad \forall i \in N_C^+, L(i) = \{i^*, t_0\} \tag{6.12}$$

$$\sum_{j \in E(t_0)} = x_{t_0 s_0} \tag{6.13}$$

$$0 \leq x_{ij} \leq u_{ij} \quad \forall (i, j) \in A \tag{6.14}$$

De forma particular el modelo matemático para la red del sistema con baja demanda esta dado por las ecuaciones 6.15 a 6.21:

$$\text{Maximizar } x_{15} \tag{6.15}$$

s.a.:

$$x_1 = x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 \tag{6.16}$$

$$x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_{11} + x_{14} = x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} + x_{13} + x_{15} \tag{6.17}$$

$$x_6 = \frac{1}{8} * x_{14} \tag{6.18}$$

$$x_{12} = 1 * x_{11} \tag{6.19}$$

$$x_{12} + x_{15} = x_1 \tag{6.20}$$

$$0 \leq x_{ij} \leq \frac{429}{4} \tag{6.21}$$

Siguiendo la metodología propuesta se procede **aplicar los métodos de solución:** NSA, GA y PSO. Se inicia con el algoritmo NSA. Este algoritmo es de naturaleza exacta y brindará una solución óptima al modelo descrito en las ecuaciones 6.15 a 6.21. A continuación en la figura 6.13 se muestran los resultados obtenidos:

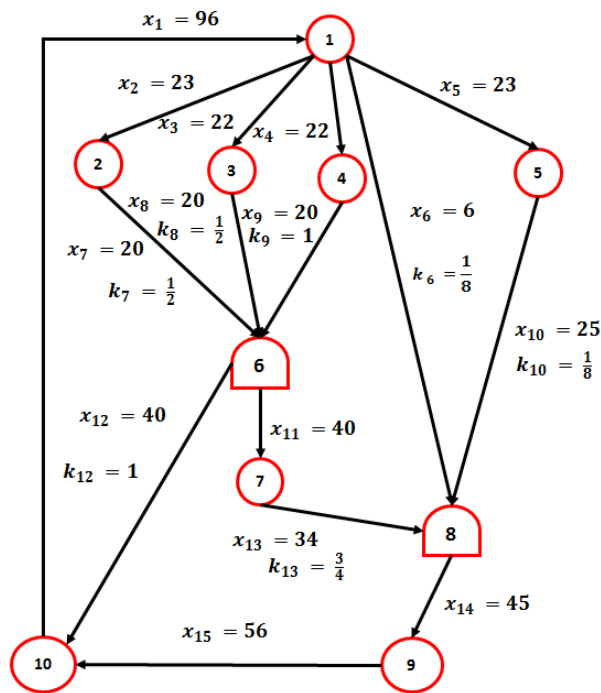


Figura 6.13: Resultados obtenidos con el NSA

Los resultados obtenidos en la figura 6.13 muestran una solución óptima de la red cuando se tiene demanda baja. Aplicando la distribución del flujo de los materiales señalado por el NSA, se obtiene una producción de 56 unidades por hora.

A diferencia de este resultado, la empresa tiene un record de 47 unidades producidas en una hora cuando se trata de una demanda baja, teniendo esto en cuenta, la distribución de flujo proporcionado por el algoritmo brinda una diferencia de 9 unidades adicionales a los que se tiene en registro.

Una vez registrados los resultados obtenidos con el NSA, se procede a implementar el modelo antes descrito en las ecuaciones 6.15 a 6.21 en el algoritmo genético, esto con el fin de compararlos con los resultados obtenidos con el NSA. En la tabla 6.4 se muestran los parámetros que se definieron para el GA:

Parámetros del GA
Número de población → 100
Generaciones → 50
Cruce → 0.8
Mutación → 0.1

Tabla 6.4: Parámetros del GA

Una vez establecidos los parámetros con que trabajará el algoritmo, se obtuvieron los resultados expuestos en la figura 6.14:

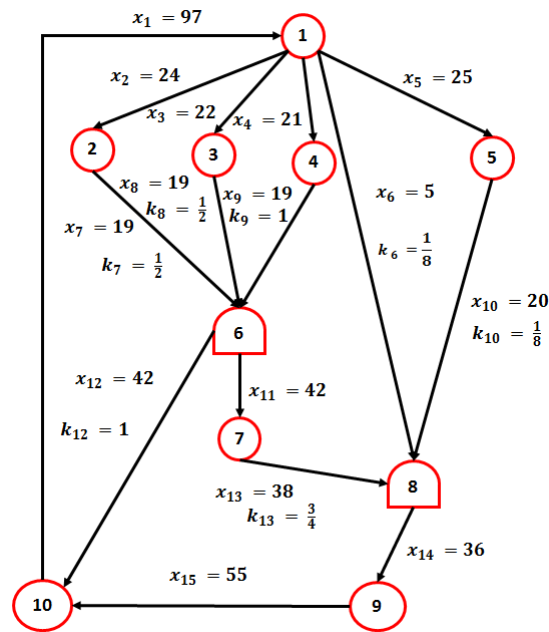


Figura 6.14: Resultados obtenidos con el GA

A pesar de la rápida convergencia del algoritmo genético, los resultados obtenidos son cercanos a los del algoritmo NSA. Sin embargo, los resultados presentados por el NSA siguen siendo mejores.

Para asegurarnos que los resultados del NSA son los mejores, se realizó una segunda comparación con el algoritmo PSO. En la tabla 6.5 se exponen los parámetros utilizados en dicho método:

Parámetros del PSO
Número de Iteraciones → 50
Número de Partículas → 50
Coficiente de Aceleración 1 → 2
Coficiente de Aceleración 2 → 2

Tabla 6.5: Parámetros del PSO

Una vez implementados los parámetros y que la convergencia del algoritmo terminara se presentaron los siguientes resultados, expuestos en la figura 6.15:

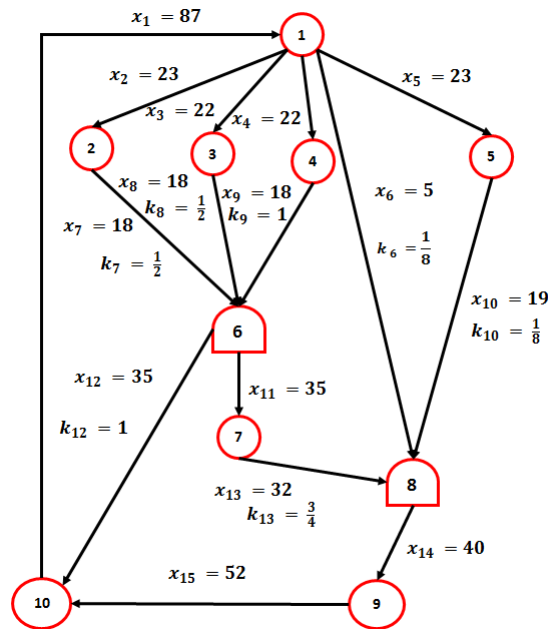


Figura 6.15: Resultados obtenidos con el PSO

Los resultados que muestra el algoritmo PSO, están por debajo de los presentados por los 2 algoritmos anteriores. Teniendo al NSA como el mejor algoritmo para resolver este tipo de problemas.

A continuación en la tabla 6.6 se muestran los resultados recopilados de los 3 algoritmos utilizados:

Algoritmo	Resultado	Cantidad de Flujo en cada Arco
NSA	56	$x_1 = 96, x_2 = 23, x_3 = 22, x_4 = 22, x_5 = 23, x_6 = 6,$ $x_7 = 20, x_8 = 20, x_9 = 20, x_{10} = 25, x_{11} = 40,$ $x_{12} = 40, x_{13} = 34, x_{14} = 45, x_{15} = 56$
GA	55	$x_1 = 97, x_2 = 24, x_3 = 22, x_4 = 21, x_5 = 25, x_6 = 5,$ $x_7 = 19, x_8 = 19, x_9 = 19, x_{10} = 20, x_{11} = 42,$ $x_{12} = 42, x_{13} = 38, x_{14} = 36, x_{15} = 55$
PSO	52	$x_1 = 87, x_2 = 20, x_3 = 20, x_4 = 19, x_5 = 23,$ $x_6 = 5, x_7 = 18, x_8 = 18, x_9 = 18, x_{10} = 19, x_{11} = 35,$ $x_{12} = 35, x_{13} = 32, x_{14} = 40, x_{15} = 52$

Tabla 6.6: Resultados de Demanda Baja

La diferencia se puede observar en los resultados de la función objetivo. La función objetivo es la cantidad máxima de unidades producidas dependiendo de la distribución del flujo que se tiene dentro de la red. Cada algoritmo encontró una forma diferente de distribuir dicho flujo con la finalidad de incrementar las unidades producidas en el sistema. El método que brinda la mayor cantidad de unidades producidas es el NSA, con 56 unidades por hora.

Para apreciar el impacto de los resultados, se muestra un análisis económico con las 3 propuestas de solución y el record actual de la empresa.

La empresa tiene diversos clientes a los cuales les brinda este producto. Cada bomba de lavadora se vende a \$ 205.00 en moneda mexicana. Se presenta un análisis económico de las unidades que producía la compañía cuando se tenía demanda baja y las ganancias con las 47 unidades que producía (ver tabla 6.7):

Ganancias (Pesos Mexicanos)					
Concepto	Unidades	1 hora	1 día	1 semana	1 mes
Empresa	47	9,635.00	149,342.50	746,712.50	2,986,850.00

Tabla 6.7: Impacto Económico de la Empresa

Para poder apreciar los impactos económicos que ofrecen los métodos de solución, en la tabla 6.8 se muestran las ganancias que se obtienen con los diferentes algoritmos en base a las unidades producidas de acuerdo a la distribución de flujo de cada uno de ellos:

Ganancias (Pesos Mexicanos)					
Concepto	Unidades	1 hora	1 día	1 semana	1 mes
NSA	56	11,480.00	177,940.00	889,700.00	3,558,800.00
GA	55	11,275.00	174,762.50	873,812.50	3,495,250.00
PSO	52	10,660.00	165,230.00	826,150.00	3,304,600.00

Tabla 6.8: Impacto Económico de los Métodos de Solución

Se puede observar que los métodos de solución brindan mejores retribuciones económicas que la distribución de flujo que se tenía anteriormente en la empresa. Debido a los excelentes resultados obtenidos por los métodos de solución propuestos, la empresa ha adoptado las 3 distribuciones de flujo propuestas dependiendo de las necesidades de los múltiples clientes que tiene.

Sin embargo, a pesar de los buenos resultados que se obtuvieron en contraste con la antigua distribución que se tenía en la empresa, el NSA ofrece los mejores resultados de los 3 métodos.

A continuación se analizará el escenario donde se tiene una demanda alta por parte de los clientes y como los métodos de solución proveen diferentes distribuciones del flujo en la red, para obtener la mayor cantidad de producto terminado, de acuerdo a las nuevas capacidades que se tiene en el sistema.

6.2.2. Demanda Alta

Cuando se tiene una demanda alta, la entrada de materia prima aumenta, así como el número de personal que realizará las tareas de ensamble. En la imagen 6.16 se presenta la red con sus capacidades cuando se tiene una demanda alta:

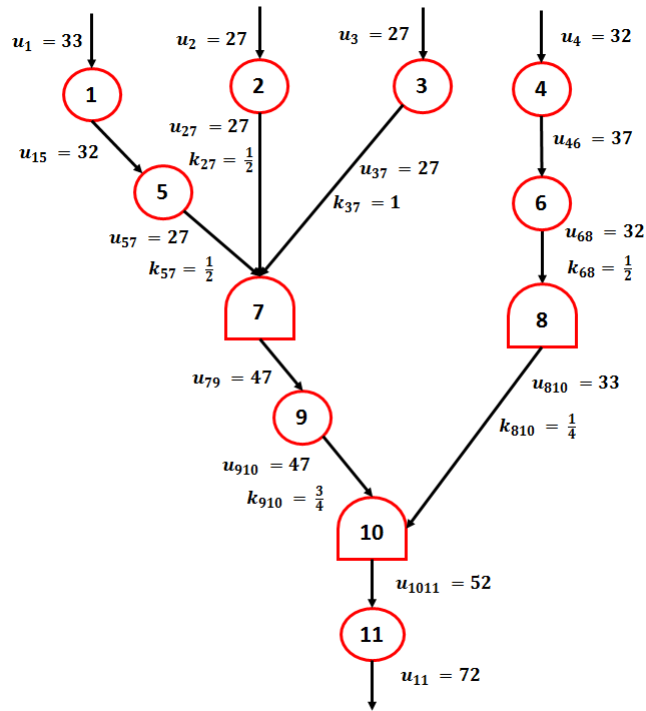


Figura 6.16: Red de Manufactura con demanda alta

De igual manera, para obtener el modelo matemático que ayudará a resolver este problema, se tiene que estandarizar el sistema. Una vez estandarizado el sistema, se obtiene una nueva red, como se muestra en la figura 6.17, de esta red se obtuvo la programación lineal que se implementará en los 3 métodos de solución que se tienen.

La programación lineal de esta nueva red está definida por las ecuaciones 6.22 a 6.28, las cuales se implementarán primero en el algoritmo NSA, consecuentemente, se adaptará a los 2 algoritmos metaheurísticos que se tienen: GA y PSO.

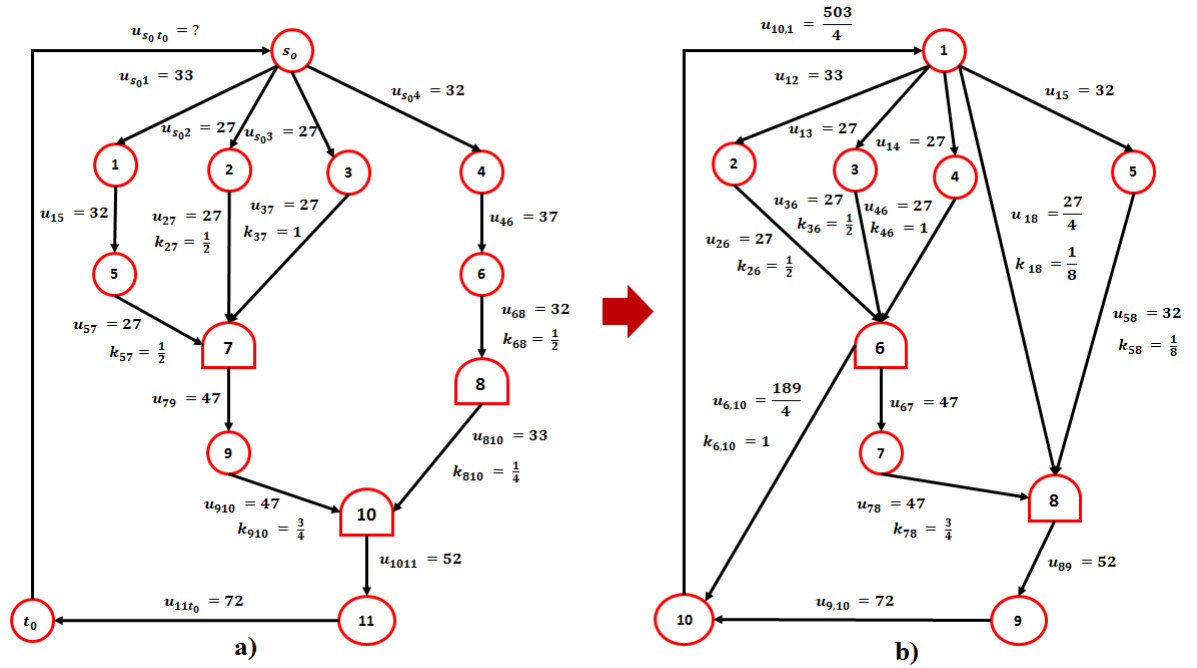


Figura 6.17: a) Red Original y b) Red Estandarizada

$$\text{Maximizar } x_{15} \tag{6.22}$$

s.a.:

$$x_1 = x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 \tag{6.23}$$

$$x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_{11} + x_{14} = x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} + x_{13} + x_{15} \tag{6.24}$$

$$x_6 = \frac{1}{8} * x_{14} \tag{6.25}$$

$$x_{12} = 1 * x_{11} \tag{6.26}$$

$$x_{12} + x_{15} = x_1 \tag{6.27}$$

$$0 \leq x_{ij} \leq \frac{503}{4} \tag{6.28}$$

Se inicia con el algoritmo NSA, donde se obtuvieron los resultados observados en la figura 6.18:

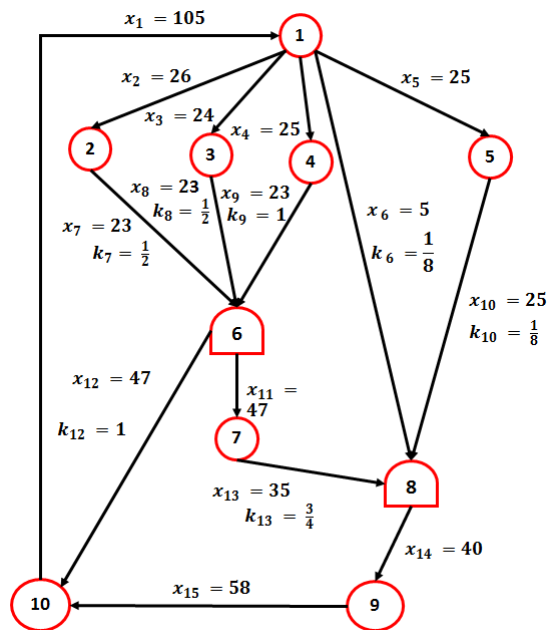


Figura 6.18: Resultados obtenidos del NSA con Demanda Alta

Debido a la red que se está analizando tiene diferentes capacidades, los resultados obtenidos por el NSA serán mayores a los obtenidos en la red con baja demanda. La empresa tiene un record de 50 unidades producidas por hora, cuando se está en temporada de demanda alta, el NSA proporcionó una cantidad de 58 unidades por hora, siendo un incremento de 8 unidades entre el sistema anterior y la propuesta.

Para poder comparar el resultado obtenido se implementará la programación lineal de las ecuaciones 6.22 a 6.28 en el primer algoritmo metaheurístico: el algoritmo genético (GA). En la tabla 6.9, se muestran los parámetros utilizados en el algoritmo:

Parámetros del GA
Número de población → 100
Generaciones → 50
Cruce → 0.8
Mutación → 0.1

Tabla 6.9: Parámetros del GA

Una vez establecidos los parámetros con que trabajará el algoritmo, se obtuvieron

los siguientes resultados, expuestos en la figura 6.19:

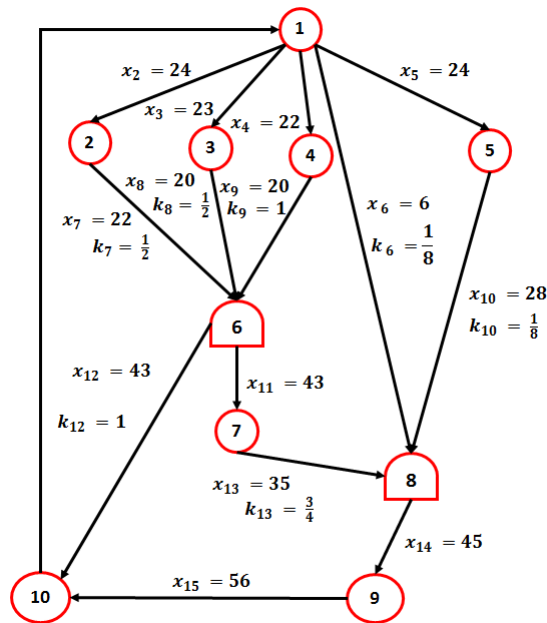


Figura 6.19: Resultados obtenidos con el GA

A pesar de la rápida convergencia del algoritmo genético, los resultados obtenidos son cercanos a los del algoritmo NSA. No obstante, los resultados presentados por el NSA siguen siendo mejores que los obtenidos con éste último.

Para asegurarnos que los resultados del NSA son los mejores, se realizó una tercera comparación con el algoritmo metaheurístico PSO. En la tabla 6.10 se exponen los parámetros utilizados en dicho método:

Parámetros del PSO
Número de Iteraciones → 50
Número de Partículas → 50
Coefficiente de Aceleración 1 → 2
Coefficiente de Aceleración 2 → 2

Tabla 6.10: Parámetros del PSO

Una vez implementados los parámetros y que la convergencia del algoritmo terminara se presentaron los siguientes resultados, expuestos en la figura 6.20:

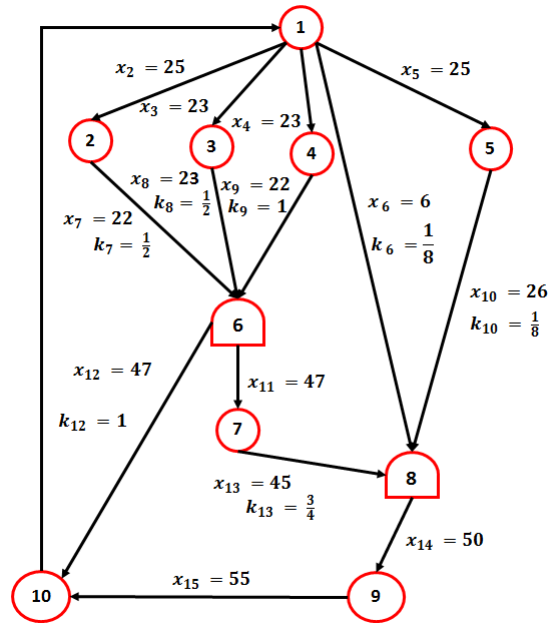


Figura 6.20: Resultados obtenidos con el PSO

No obstante, los resultados que muestra el algoritmo PSO, están por debajo de los presentados por los 2 algoritmos anteriores. Teniendo al NSA como el mejor algoritmo para resolver este tipo de problemas.

A continuación en la tabla 6.11 se muestran los resultados recopilados de los 3 algoritmos utilizados:

Algoritmo	Resultado	Cantidad de Flujo en cada Arco
NSA	58	$x_1 = 105, x_2 = 26, x_3 = 24, x_4 = 25, x_5 = 25,$ $x_6 = 5, x_7 = 23, x_8 = 23, x_9 = 23, x_{10} = 25, x_{11} = 47,$ $x_{12} = 47, x_{13} = 35, x_{14} = 40, x_{15} = 58$
GA	56	$x_1 = 99, x_2 = 24, x_3 = 23, x_4 = 22, x_5 = 24,$ $x_6 = 6, x_7 = 22, x_8 = 20, x_9 = 20, x_{10} = 28, x_{11} = 43,$ $x_{12} = 43, x_{13} = 35, x_{14} = 45, x_{15} = 56$
PSO	55	$x_1 = 102, x_2 = 25, x_3 = 23, x_4 = 23, x_5 = 25,$ $x_6 = 6, x_7 = 22, x_8 = 23, x_9 = 22, x_{10} = 26, x_{11} = 47,$ $x_{12} = 47, x_{13} = 45, x_{14} = 50, x_{15} = 55$

Tabla 6.11: Resultados de Demanda Alta

La diferencia se puede observar en la función objetivo, la cual representa el resultado obtenido de los algoritmos aplicados. Es la cantidad máxima de unidades producidas dependiendo de la distribución del flujo que se tiene dentro de la red. Cada algoritmo encontró una forma diferente de distribuir dicho flujo con la finalidad de incrementar las unidades producidas en el sistema. El método que brinda la mayor cantidad de unidades producidas es el NSA, con 58 unidades por hora.

Para saber el impacto de los resultados obtenidos, se muestra un análisis económico con las 3 propuestas de solución y el record actual de la empresa.

Como se mencionó, cada bomba de lavadora se vende a \$ 205.00 en moneda mexicana. Se presenta un análisis económico de las unidades que producía la compañía cuando se tiene demanda alta y las ganancias que obtenía con las 50 unidades que producía. En la tabla 6.12 se muestra dicho impacto:

Ganancias (Pesos Mexicanos)					
Concepto	Unidades	1 hora	1 día	1 semana	1 mes
Empresa	50	10,250.00	158,875.00	794,375.00	3,177,500.00

Tabla 6.12: Impacto Económico de la Empresa

Para apreciar las ganancias económicas que ofrecen los métodos de solución, en la tabla 6.13 se muestran las ganancias que se obtienen con los diferentes algoritmos, en base a las unidades producidas de acuerdo a la distribución de flujo de cada uno de ellos:

Ganancias (Pesos Mexicanos)					
Concepto	Unidades	1 hora	1 día	1 semana	1 mes
NSA	58	11,890.00	184,295.00	921,475.00	3,685,900.00
GA	56	11,480.00	177,940.00	889,700.00	3,558,800.00
PSO	55	11,275.00	174,762.50	873,812.50	3,495,250.00

Tabla 6.13: Impacto Económico de los Métodos de Solución

Se puede observar que los métodos de solución brindan mejores retribuciones económicas que la distribución de flujo que se tenía en la empresa. Debido a los excelentes resultados obtenidos por los métodos de solución propuestos, la empresa ha adoptado las 3 distribuciones de flujo propuestas, dependiendo de las necesidades de los múltiples clientes que tiene.

Sin embargo, a pesar de los buenos resultados que se obtuvieron en contraste con la antigua distribución que se tenía en la empresa, el NSA a demostrado los mejores resultados de los 3 métodos.

Capítulo 7

Conclusiones

En los capítulos anteriores se demostró la aplicación teórica y práctica de la teoría de grafos adaptado a un entorno de manufactura y su resolución a un problema de flujo máximo en un ambiente industrial. Las propuestas que brindaron los algoritmos en cuanto a la distribución del flujo dentro de la red de manufactura obtuvieron buenos resultados, ésto ha traído un incremento en la producción, además de aportar diversas formas de distribuir dicho flujo. El cumplimiento al cliente y la seguridad en que se puede cumplir con el plan de producción del mismo, han proporcionado ganancias tanto tangibles como intangibles en el aspecto en que sin incrementar sus costos, podrán cumplir con los requerimiento del mismo sin importar cuales sean (**Comprobación de las hipótesis 1 y 2**).

Los resultados de esta investigación muestran que aplicando la **metodología propuesta** (*capítulo 5*) se puede obtener un incremento en la cantidad de los artículos a producir dentro de una red de manufactura, respetando las capacidades de cada estación de trabajo, además de no ocasionar ningún cuello de botella (*capítulo 6*). Esto demuestra el cumplimiento del **objetivo general**.

En cuanto a los objetivos específicos, están ligados estrechamente con la metodología propuesta. El primero hace referencia a la construcción de la red de manufactura, siendo uno de los primeros pasos para iniciar el planteamiento del problema. El segundo y tercer objetivo específico, están estrechamente conectados, se deben conocer

las propiedades de la red a estudiar para determinar el mejor método de solución que se aplicará, el ejemplo teórico comprueba estos 2 objetivos específicos. Para este caso particular, se descartó la necesidad de emplear una modificación o hibridación del algoritmo NSA, debido a las propiedades demostradas en el ejemplo teórico. Por último, la forma de validar los resultados, se incluye una comparación de los resultados entre 3 algoritmos, además de presentar las ganancias económicas que se tienen.

El método de resolución principal, el NSA identificado en la literatura es un algoritmo modificado para adaptarse a las necesidades de una red de manufactura, debido a que éstas contienen nodos de combinación que manejan los datos de proporcionalidad a diferencia del algoritmo NSA tradicional el cual es comúnmente empleado en redes de transporte (**Respuesta a la pregunta de investigación 2**). No obstante, la proporcionalidad no es un problema para el algoritmo debido a que éste toma en cuenta las capacidades de los arcos al momento de estar iterando. La función de la proporcionalidad, además de indicarnos cuanto material se utilizará, facilita la identificación de la naturaleza de los nodos de combinación ya sean C^+ , C^- o $C^=$. Esto se define al momento de realizar la estandarización del sistema, después de realizar este proceso, se establecen las restricciones de la programación lineal del problema (**Respuesta a la pregunta de investigación 1**).

Siendo el NSA parte de la familia del algoritmo simplex, es un método por excelencia que se utiliza para resolver problemas lineales, sin embargo, en el pasado surgieron escenarios en los que dicho algoritmo no podía converger así nacieron los algoritmos de punto interior y exterior. Estos algoritmos convergían en escenarios donde el simplex no podía, no obstante en el particular caso de esta investigación no fue necesario emplearlos (**Respuesta a la pregunta de investigación 3**).

Si bien es cierto que entre más grande el caso de estudio, (referencia al número de nodos en este particular caso) más complejo se vuelve y los algoritmos exactos tendrían problemas para resolverlo, se utilizaron los métodos metaheurísticos. Éstos algoritmos fueron empleados para realizar una comparación de los resultados obtenidos,

brindando buenos resultados pero sin garantizar una respuesta óptima. Sin embargo, en la literatura se presentan varias hibridaciones del NSA con algoritmos metaheurísticos para diversos casos de estudio, solamente que para este caso en particular no fue necesario (**Respuesta a la pregunta de investigación 4 y 5**).

Como conclusión final se tiene que, la implementación de la teoría de grafos en diferentes campos de la ciencia y la industria ofrece la ventaja de poder visualizar e identificar el problema a resolver, dependiendo de la necesidad que se tenga. Una vez identificado el objetivo a alcanzar se elige el método a utilizar para obtener el mejor resultado. En el caso teórico se pudo observar el funcionamiento en general del NSA y como las propiedades influyen en la convergencia de los algoritmos. Una vez comprobado el buen funcionamiento de los métodos, se resolvió un problema de la industria teniendo un impacto económico en el desarrollo del proceso de ensamblaje.

Como trabajo futuro se propone enfocarse a un sistema mucho más grande, tomando en cuenta diversas características. La primera y la más importante, el que el sistema elegido sea dinámico, este tomará en cuenta las incertidumbre que pueda surgir al momento de que un eslabón de la CdS pueda fallar, afectando las operaciones siguientes. Además se debe de tomar en cuenta las capacidades, el pronóstico de la demanda y los tiempos internos de operación que puedan afectar los procesos siguientes.

Bibliografía

- H. Adlakha, V. y Arsham. A warm-start dual simplex solution algorithm for the minimum flow networks with postoptimality analyses. *Mathematical and Computer Modelling*, 27(12):85–115, 1998.
- Magnanti T.L. Orlin J.B. y Reddy M.R. Ahuja, R.K. Applications of network optimization. *Handbooks in Operations Research and Management Science*, 7:1–83, 1995.
- Magnanti T.L. y Orlin J.B. Ahuja, R.K. Network flows: Theory, algorithms, and applications. 1993.
- Orlin J.B. Sharma P. y Sockalingam P.T. Ahuja, R.K. A network simplex algorithm with $o(n)$ consecutive degenerate pivots. *Operations research letters*, 30(3):141–148, 2002.
- Ravindra K Ahuja, Thomas L Magnanti, and James B Orlin. Network flows. Technical report, DTIC Document, 1988.
- M. J. Aldás, M. R. y Flores. Modelo origen destino para estimar el flujo de tráfico usando algoritmos genéticos. *Maskana*, 65(Supl.), 2016.
- França P.M. y De Toledo F.M.B. Armentano, V.A. A network flow model for the capacitated lot-sizing problem. *Omega*, 27(2):275–284, 1999.
- J.E. Aronson. A survey of dynamic network flows. *Annals of Operations Research*, 20(1):1–66, 1989.

- Cimperman G. Damij N. Damij T. y Grad J. Arsham, H. A computer implementation of the push-and-pull algorithm and its computational comparison with lp simplex method. *Applied mathematics and computation*, 170(1):36–63, 2005.
- J. Banasiak. Explicit formulae for limit periodic flows on networks. *Linear Algebra and its Applications*, 500:30–42, 2016.
- Gerasimenko E. Rozenberg I. y Perfilieva I. Bozhenyuk, A. Method for the minimum cost maximum flow determining in fuzzy dynamic network with nonzero flow bounds. In *2015 Conference of the International Fuzzy Systems Association and the European Society for Fuzzy Logic and Technology (IFSA-EUSFLAT-15)*. Atlantis Press, 2015.
- Notarstefano G. Bullo F. y Allgöwer F. Bürger, M. A distributed simplex algorithm for degenerate linear programs and multi-agent assignments. *Automatica*, 48(9): 2298–2304, 2012.
- C. Çalışkan. A double scaling algorithm for the constrained maximum flow problem. *Computers & Operations Research*, 35(4):1138–1150, 2008.
- C. Çalışkan. A specialized network simplex algorithm for the constrained maximum flow problem. *European Journal of Operational Research*, 210(2):137–147, 2011.
- C. Çalışkan. A faster polynomial algorithm for the constrained maximum flow problem. *Computers & Operations Research*, 39(11):2634–2641, 2012.
- H.I Calvete. Network simplex algorithm for the general equal flow problem. *European Journal of Operational Research*, 150(3):585–600, 2003.
- Omar M.K. y Bakar N.A. Chong, K.E. Solving assembly line balancing problem using genetic algorithm with heuristics-treated initial population. 2008.
- Fabiano M. y Liotta G. Confessore, G. A network flow based heuristic approach for optimising agv movements. *Journal of Intelligent Manufacturing*, pages 1–15, 2013.

- B. Cornelissen, K. y Manthey. Smoothed analysis of the minimum-mean cycle canceling algorithm and the network simplex algorithm. In *Computing and Combinatorics*, pages 701–712. Springer, 2015.
- W.H. Cunningham. A network simplex method. *Mathematical Programming*, 11(1): 105–116, 1976.
- C.F. Daganzo. *A Theory of Supply Chains*, volume 526. Springer Science & Business Media, 2012.
- S.B. Dallery, Y. y Gershwin. Manufacturing flow line systems: A review of models and analytical results. *Queueing systems*, 12(1-2):3–94, 1992.
- Hagh M.T. y Zadeh S.G. Davoodi, E. A hybrid improved quantum-behaved particle swarm optimization–simplex method (iqpsos) to solve power system load flow problems. *Applied Soft Computing*, 21:171–179, 2014.
- M. Disser, Y. y Skutella. The simplex algorithm is np-mighty. In *Proceedings of the Twenty-Sixth Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms*, pages 858–872. SIAM, 2015.
- P. Erdoğmuş. Particle swarm optimization performance on special linear programming problems. *Scientific Research and Essays*, 5(12):1506–1518, 2013.
- E. Eroglu. An application of network simplex method for minimum cost flow problems. 2013.
- L. Fang, SC. y Qi. Manufacturing network flows: A generalized network flow model for manufacturing process modelling. 2003.
- K. Foulds, L.R. y Neumann. A network flow model of group technology. *Mathematical and Computer Modelling*, 38(5-6):623–635, 2003.
- Yang X.S. Talatahari S. y Alavi A.H. Gandomi, A.H. *Metaheuristic Applications in Structures and Infrastructures*. Newnes, 2013.

- A. Geranis, G. y Sifaleras. Dynamic trees in exterior-point simplex-type algorithms for network flow problems. *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, 41:93–100, 2013.
- Grigoriadis M.D. y Tarjan R.E. Goldberg, A.V. Use of dynamic trees in a network simplex algorithm for the maximum flow problem. *Mathematical Programming*, 50 (1-3):277–290, 1991.
- R.E. Goldberg, A.V. y Tarjan. Efficient maximum flow algorithms. *Communications of the ACM*, 57(8):82–89, 2014.
- Z. y Wang S. Han, S. Peng. The maximum flow problem of uncertain network. *Information Sciences*, 265:167–175, 2014.
- R.I. Harrison, A. y Van Hoek. *Logistics Management and Strategy: Competing Through the Supply Chain*. Pearson Education, 2008.
- S. Helber. Decomposition of unreliable assembly/disassembly networks with limited buffer capacity and random processing times. *European Journal of Operational Research*, 109(1):24–42, 1998.
- J.L. Helgason, R.V. y Kennington. Primal simplex algorithms for minimum cost network flows. *Handbooks in Operations Research and Management Science*, 7:85–133, 1995.
- S Hillier Frederick and J Lieberman Gerald. *Introducción a la investigación de operaciones*, 2010.
- Krumke S.O. y Thielen C. Holzhauser, M. Maximum flows in generalized processing networks. *Journal of Combinatorial Optimization*, pages 1–31, 2016.
- A. Homayounnejad, S. y Bagheri. An efficient distributed max-flow algorithm for wireless sensor networks. *Journal of Network and Computer Applications*, 54:20–32, 2015.
- K. Huang. *Maximum Flow Problem in Assembly Manufacturing Networks*. North Carolina State University, 2011.

- John Huss. The network simplex algorithm. 2013.
- R. Illés, T. y Molnár-Szipai. On strongly polynomial variants of the mbu-simplex algorithm for a maximum flow problem with non-zero lower bounds. *Optimization*, 63(1):39–47, 2014.
- D. Jungnickel. The network simplex algorithm. In *Graphs, Networks and Algorithms*, pages 359–378. Springer, 2013.
- C. Kolisch, R. y Heimerl. An efficient metaheuristic for integrated scheduling and staffing it projects based on a generalized minimum cost flow network. *Naval Research Logistics (NRL)*, 59(2):111–127, 2012.
- Zhang T. Zhang Y. Wang K. y Li J. Li, H. A maximum flow algorithm based on storage time aggregated graph for delay-tolerant networks. *Ad Hoc Networks*, 59: 63–70, 2017.
- A. Lin, Q. y Tordesillas. Towards an optimization theory for deforming dense granular materials: Minimum cost maximum flow solutions. *Journal of Industrial and Management Optimization*, 10(1):337–362, 2014.
- K. Lin, H. y Yamashita. Hybrid simplex genetic algorithm for blind equalization using rbf networks. *Mathematics and Computers in Simulation*, 59(4):293–304, 2002.
- Soberanes H. J. y Guerra J. A. Magallanes, U. E. Comparación estadística no paramétrica de tres algoritmos evolutivos aplicados al tsp. *Jóvenes en la Ciencia*, 2(1): 16–20, 2016.
- J. Matuschke. *Network Flows and Network Design in Theory and Practice*. Jannik Matuschke, 2013.
- Qi L. y Wei Z. Mo, J. A network simplex algorithm for simple manufacturing network model. *Journal of Industrial and Management Optimization*, 2005.
- Sauppe J.J. y Jacobson S.H. Morrison, D.R. A network simplex algorithm for the equal flow problem on a generalized network. *INFORMS Journal on Computing*, 25(1): 2–12, 2013.

- H. Nabli. An overview on the simplex algorithm. *Applied Mathematics and Computation*, 210(2):479–489, 2009.
- S.M. Nasrabadi, E. y Hashemi. Minimum cost time-varying network flow problems. *Optimization Methods & Software*, 25(3):429–447, 2010.
- A. Orlin, J.B. y Sedeno-Noda. An $o(nm)$ time algorithm for finding the min-length directed cycle in a graph, 2016.
- Steffani C.E.-Rodríguez J.A. Liquidano M.C. Olvera M.A. y Adame Y. Ornelas, C. Impacto de la gestión de la cadena de suministro sobre el desempeño competitivo en empresas manufactureras de aguascalientes, México. *Revista Internacional Administración & Finanzas*, 8(1):23, 2015.
- P. Pan. A primal deficient-basis simplex algorithm for linear programming. *Applied Mathematics and Computation*, 196(2):898–912, 2008.
- A.P. Pandey, P. y Punnen. A simplex algorithm for piecewise-linear fractional programming problems. *European Journal of Operational Research*, 178(2):343–358, 2007.
- Samaras N. y Sifaleras A. Paparrizos, K. An exterior simplex type algorithm for the minimum cost network flow problem. *Computers & Operations Research*, 36(4): 1176–1190, 2009.
- Samaras N. y Sifaleras A. Paparrizos, K. Exterior point simplex-type algorithms for linear and network optimization problems. *Annals of Operations Research*, 229(1): 607–633, 2015.
- Samaras N. y Stephanides G. Paparrizos, K. A new efficient primal dual simplex algorithm. *Computers & Operations Research*, 30(9):1383–1399, 2003.
- Martel A. y Desaulniers G. Paquet, M. Including technology selection decisions in manufacturing network design models. *International Journal of Computer Integrated Manufacturing*, 17(2):117–125, 2004.

- Bektaş T. Crainic T.G. y Potts C.N. Paraskevopoulos, D.C. A cycle-based evolutionary algorithm for the fixed-charge capacitated multi-commodity network design problem. *European Journal of Operational Research*, 253(2):265–279, 2016.
- M. Pereira, J. y Vilà. A new model for supply chain network design with integrated assembly line balancing decisions. *International Journal of Production Research*, 54(9):2653–2669, 2016.
- Chediak Pinzon, Francisco Alfonso Francisco Alfonso Chediak Pinzon, Frederick S Lieberman Hillier, Gerald J Frederick S Hillier, Gerald J Lieberman, Wayne L Wayne L Winston, KamleshSOLOW Mathur, DANIELKamlesh Mathur, Daniel Solow, RobertBOSS Faure, et al. Investigación de operaciones volumen i. Technical report, e-libro, Corp., 2012.
- N. Ploskas, N. y Samaras. Gpu accelerated pivoting rules for the simplex algorithm. *Journal of Systems and Software*, 96:1–9, 2014.
- HL Prasad, Shalabh Bhatnagar, Prakash Chandra, et al. A constrained optimization perspective on actor critic algorithms and application to network routing. *arXiv preprint arXiv:1507.07984*, 2015.
- H. Rashidi. A dynamic version for the network simplex algorithm. *Applied Soft Computing*, 24:414–422, 2014.
- Soumis F. y Orban D. Raymond, V. A new version of the improved primal simplex for degenerate linear programs. *Computers & Operations Research*, 37(1):91–98, 2010.
- I. S. Rodríguez. *Aplicación de Algoritmos Genéticos para la Optimización del Corte de Material*. PhD thesis, 2016.
- Elhallaoui I. Soumis F. y Chakour D. Rosat, S. Influence of the normalization constraint on the integral simplex using decomposition. *Discrete Applied Mathematics*, 217:53–70, 2017.

- M. Schade, S. y Strehler. The maximum flow problem for oriented flows. In *OASIS-OpenAccess Series in Informatics*, volume 54. Schloss Dagstuhl-Leibniz-Zentrum fuer Informatik, 2016.
- Sabharwal S. y Sibal R. Sharma, C. A survey on software testing techniques using genetic algorithm. *arXiv preprint arXiv:1411.1154*, 2014.
- D. Sinriech. Network design models for discrete material flow systems: A literature review. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 10(4): 277–291, 1995.
- S.S. Skiena. *The Algorithm Design Manual: Text*, volume 1. Springer Science & Business Media, 1998.
- Cheng T.C.E. y Chou F.D. Su, L.H. A minimum cost network flow approach to preemptive parallel-machine scheduling. *Computers & Industrial Engineering*, 64(1): 453–458, 2013.
- Nasrabadi E. y Hashemi S.M. Tahmasbi, R. The value of information in stochastic maximum flow problems. *Computers & Operations Research*, 40(7):1744–1751, 2013.
- Kossieris P. Efstratiadis A. y Makropoulos C. Tsoukalas, I. Surrogate-enhanced evolutionary annealing simplex algorithm for effective and efficient optimization of water resources problems on a budget. *Environmental Modelling & Software*, 77:122–142, 2016.
- Navarrete L.C. y Arce C.R. Vargas, E.P. Uso de algoritmos genéticos para la calibración de un modelo hidrológico precipitación-escorrentía en la cuenca del caplina. *CIENCIA & DESARROLLO*, (18), 2017.
- Mathur K. y Ballou R.H. Venkateshan, P. An efficient generalized network-simplex-based algorithm for manufacturing network flows. *Journal of Combinatorial Optimization*, 15(4):315–341, 2008.
- J.C. Wang, I.L y Lin. A compaction scheme and generator for distribution networks. *Journal of Industrial and Management Optimization*, 12(1):117–140, 2016.

- Lin S.J. y otros Wang, I.L. A network simplex algorithm for solving the minimum distribution cost problem. *Journal of Industrial and Management Optimization*, 5 (4):929–950, 2009.
- Joel D Wisner, Keah-Choon Tan, and G Keong Leong. *Principles of supply chain management: A balanced approach*. Cengage Learning, 2014.
- H.W. Yeh, W.C. y Corley. A simple direct cosine simplex algorithm. *Applied Mathematics and Computation*, 214(1):178–186, 2009.
- Cui G. y Peng F. Zhang, C. A novel hybrid chaotic ant swarm algorithm for heat exchanger networks synthesis. *Applied Thermal Engineering*, 2016.
- M. Zhao, D. y Fang. The key of network manufacturing: Integrating material, information, capital and knowledge flows. 2002.
- H. Zhuge. Knowledge flow network planning and simulation. *Decision Support Systems*, 42(2):571–592, 2006.
- Ye S. y Jun-Feng C. Zi-Wu, R. Hybrid simplex-improved genetic algorithm for global numerical optimization. *Acta Automatica Sinica*, 33(1):91–95, 2007.